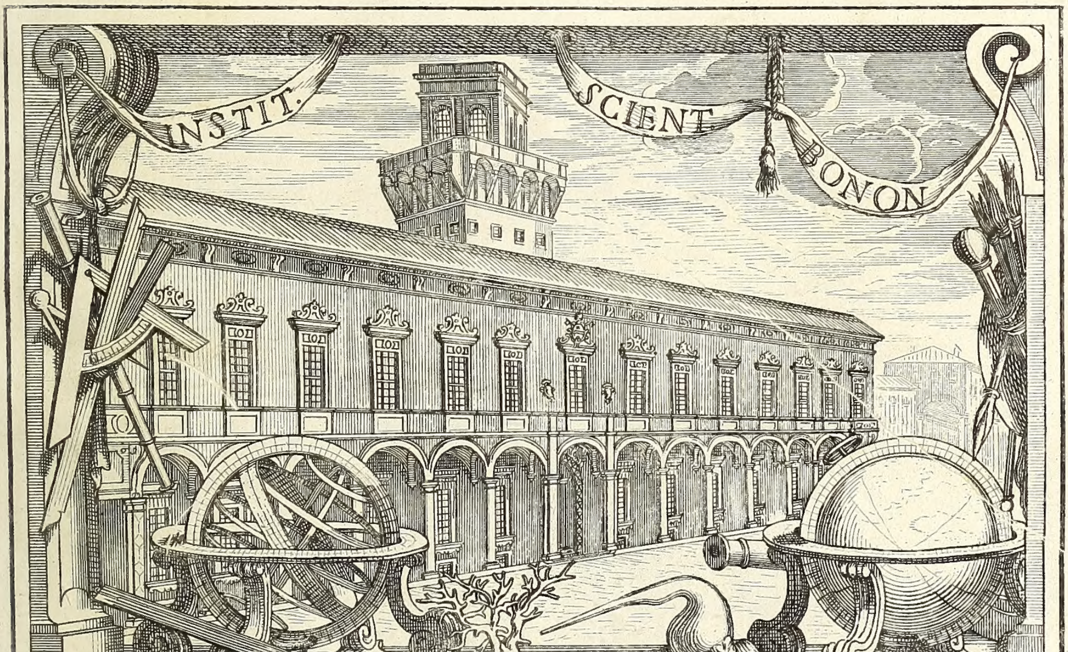
WANDSWORTH
LS 1103 B

S. 1103. B. 8

DE BONONIENSI SCIENTIARUM ET ARTIUM INSTITUTO ATQUE ACADEMIA

COMMENTARII.

TOMI QUINTI PARS PRIMA.



BONONIÆ.

Typis Lælii a Vulpe Inſtituti Scientiarum Typographi. MDCCLXVII.

SUPERIORUM PERMISSU.

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY

ILLUSTRISSIMO ATQUE EXCELSO

BONONIÆ

S E N A T U I.

FRANCISCUS MARIA ZANOTTUS F.

EX quo primum Bononienſis Scientiarum Academiæ, atque Inſtituti Commentarios ſcribere inſtitui, nihil mihi, quod veriſſime poſſum dicere, optatius fuit, quam ut eos Vobis,

ſi per Vos quidem licuiſſet, Illuſtriſſimi, atque Excelſi Patres, *offerrem; videbantur enim mihi quæcumque ad Inſtitutum, atque Academiam aliquo modo pertinerent, ea plane veſtra eſſe; laboremque ipſe meum, quem (ut omnium, qui ſcribunt, mos eſt) amare jam cœperam, valde cupiebam veſtro præfixo Nomine immortalitati commendare. Sed alii ex aliis occurrerunt Viri Principes, & in omni genere ſummi, quorum tanta in Inſtitutum, tamque ſingularia, ac prope divina conſtabant merita, ut, ſi quid Vobis obtuliſſem, id Vos ipſi, quod non obſcure intelligebam, dedicari illis, conſecrarique juſtiſſimis de cauſis maluiſſetis. Feci ergo, nec invitus, ut alios tomos dicarem aliis; veſtræque lubens parui voluntati. Nunc, quando ſcribendorum commentariorum munus depoſuimus, atque hunc, qui poſtremus nobis in hoc genere labor fuit, tomum edimus, teneri medius fidius non poſſum, quin id denique efficiam, quo antea toto ferebar animo, huncque Vobis, Illuſtriſſimi, atque Excelſi* Patres, *vel offeram, vel commendem. In quo etſi ob-*

ſer-

ſervantiam erga Vos meam, demiſſique animi obſequium, quod ſane tantum eſt, quantum maximum eſſe poteſt, teſtificari omnibus vel maxime cupiam; non diffitebor tamen (idque Vos ipſi, ut ſpero, concedetis) me non officio tantum juſto, & debito, ſed ambitione etiam duci neſcio qua. Ego enim ſic exiſtimo, nihil huic libro accidere glorioſius poſſe, quam ſi veſtro ornatus nomine eos ſe habere patronos profiteatur, qui, Bononienſis Inſtituti parentes cum fuerint, auctoreſque, tantam ſibi gloriam apud gentes omnes compararunt. Nam profecto quanta res, quantique laboris, ac ſumptus fuerit Inſtitutum hoc condere, diſciplinaſque tam multas, tamque varias, in civitate non omnium maxima, afflictis præſertim, ut tum erant, totius Italiæ rebus, in locum unum recipere, eaſque beneficiis ſummis augere, & ad gloriam alere; nec prædicari ſatis poteſt, neque, ſi poſſit, opus ſit. Id autem, quod vix ſperari poſſe videbatur, ut ne deſiderio quidem locum relinqueret, id, inquam, per Vos unice, Illuſtriſſimi, atque Excelſi PATRES,

&

Et breviſſimo tempore confectum vidimus, Et divina quadam felicitate. Ac ſcio ego quidem, præclariſſimos viros quamplurimos, Et Cardinales ampliſſimos, Et Pontifices maximos, illumque ipſum, quem nefas ſit præterire, Aloyſium Ferdinandum Marſilium, qui primus omnium rem tantam moliri cœpit, Et plurima, Et maxima in Inſtitutum contuliſſe; qui nihil tamen ad Inſtitutum unquam detulerunt, quin id prius ad Vos detulerint, idque Vobis præcipue commendaverint, priuſque, quam Inſtituti, veſtrum eſſe voluerint: quo ſane oſtenderunt, velle ſe, ut omnia, quæcumque Inſtitutum acciperet, a Vobis unice acciperet. Quare ſi quod hinc lumen ad artem ullam illuſtrandam hauſimus, ſi qua in re civitatibus Italiæ reliquis præivimus, ſi quos excitavimus, ſi quid ſcribendo, meditandoque cuiquam profuimus, id omne a Vobis unice profectum eſſe cum intelligimus, tum vero etiam profitemur. Hos ergo, qui tanta geſſerint, mihi patronos ſumens, his librum meum, ſi id ipſi haud ægre patiantur, dedicans,

non

non efferar gaudio, non mihi ipſe gratuler? Mitto beneficia innumerabilia, quibus me proprie in toto ſtudiorum meorum curſu perpetuo ornaviſtis; vereor enim, ne, ſi illa recenſeam, de me ipſè prædicare velle videar. Unum tamen præterire nec poſſum, nec debeo, quod propter recentiſſimam rei memoriam in ore adhuc eſt omnium; quippe ut Præſidis locum, quem Vir clariſſimus Jacobus Bartholomæus Beccarius ante obtinuerat, ex ejus obitu vacuum eſſe intellexiſtis, me, qui a ſecretis eram, ſuccedere tanto homini voluiſtis, in eoque locaviſtis dignitatis gradu, quo nullus ſecundum Vos altior, ſplendidior nullus eſſe poteſt. Idque alacritate feciſtis tanta, tantoque ſtudio, ac voluntate, ut mihi neque petendi tempus dederitis, neque, ut ita dicam, deſiderandi. Quem honorem tantum, tamque magnificum haud pluribus perſequar, ne, quæ proprie mea ſunt, commemorans, communium videar obliviſci. Redeo igitur ad prima; illudque Vobis etiam atque etiam perſuadeatis volo, me id maximo in honore meo ponere, ſi meus hic

li-

liber, cum præſertim de Inſtituti rebus agat, iis potiſſimum acceptus fuiſſe videatur, qui Inſtitutum ipſum tanta cum gloria condiderunt. Sinite ergo, Illuſtriſſimi, atque Excelſi Patres, *ut eum Vobis vel juſtiſſimi obſequii cauſa, vel propter meam quamdam cupiditatem gloriæ, conſecrem. Quod ſim gloriæ cupidior, ſpero facile fore, ut philoſophi mihi ignoſcant; obſequium vero meum, cujus magnitudinem vix animo poſſum, nedum oratione, complecti, ſi ea, qua me ſoletis, benignitate exceperitis, probatiſſimum Vobis, gratiſſimumque futurum eſſe confido.*

DE

DE BONONIENSI SCIENTIARUM ET ARTIUM INSTITUTO ATQUE ACADEMIA COMMENTARII

PRÆFATIO.

COnſtitueram ego quidem in hoc quinto Commentariorum meorum tomo eumdem ſequi ordinem, quem in aliis ſervaveram, in quibus cum de totius Inſtituti apparatu, & Academiæ ſtatu paulo fuſius dixiſſem, tum demum ad ea, quæ doctrinam continent, veniebam. Atqui ut conſilium mutaverim, fecit vel ratio, vel, quæ plus valet, neceſſitas. Etenim cum de hac editione cogitare cœpiſſem, tanta mihi ſubito exſtitit rerum edendarum copia, ut detrahendum eſſe aliquid intellexerim, ne plus juſto libri magnitudo augeretur. Detrahere autem ea, quæ doctrinam augent, & ſcientiam amplificant, nefas habebam; hæc enim ea ſunt, quorum præcipue cauſa commentarios condimus; cetera, niſi ad hæc referantur, non admodum ſcriptione ſint digna. Statui ergo, quod ad Inſtituti adminiſtrationem pertinet, eos tantum commemorare, qui rerum curam gerunt, & præſentem Academiæ ſtatum pauciſſimis percurrere; quæ autem univerſis Inſtituti ædibus, ſinguliſque conclavibus adjuncta fuerint, quove ordine diſpoſita, vel in alium tomum differre, vel in hoc certe prætermittere. Ac ne opus quidem eſſe, ut in alium

tomum differantur, poſſeque his commodiſſime ſuperſederi, ii facile intelligent, qui Joſephi Bulletti egregii civis diligentiam tanti fecerint, quanti ego faciendam eſſe exiſtimo; cujus liber modo prodiit & brevis, & commode ſcriptus, quo univerſam Inſtituti deſcriptionem complexus eſt, conclavia luſtrans deinceps omnia, ut videatur hoſpitem circumducere, eique ſingula extento quaſi digito velle oſtendere. Idque ſane voluiſſe ſe, hoc etiam declaravit, quod librum inſcripſit nobiliſſimo præſtantiſſimique ingenii puero, Joſepho Pallavicino Lucæ Filio, qui primis jam ſtudiis exſplendeſcebat, & laudis amore efferebatur. Hunc ergo de omni Inſtituto docere voluit, ut ſtimulos ad gloriam adderet. Quamquam ille, ſi ad Lucam Patrem reſpexerit, Virum tota Europa clariſſimum, nullius Inſtituti indigebit; neque eruditionis ejus tantum, quæ ex Inſtituto Scientiarum peti poteſt, ſed religionis etiam æquitatiſque; comitatis præterea, humanitatis, liberalitatis exempla habebit illuſtria; nec alios ſibi, niſi Patrem, ad imitandum proponet, ſi ad militares virtutes convertere ſe voluerit, atque imperatorias. Quæ enim virtus Lucæ Pallavicino abeſt, quæ laus? Ego utique affirmare poſſe videor, me, cum laudatiſſimos multos celeberrimoſque cognoverim, quem huic tamen parem ponam, ſi quid judico, vidiſſe neminem. Sed eo revertor, unde diſceſſi. Qui Bulletti de omni Inſtituto librum legerit, is profecto meam diligentiam minus deſiderabit. Jam ergo de iis dicamus, qui rerum curam gerunt, ac primum de Senatoribus; ut inde ſermo exordiatur, unde omnis Inſtituti ſplendor, & dignitas oritur.

De Senatoribus Inſtituti Præfectis.

ANno ſupra milleſimum ſeptingenteſimum quinquageſimo ſeptimo, quo anno tomum quartum edidimus Commentariorum noſtrorum, omnia, quæ ad Inſtitutum pertinent, Senatores ſex de communi conſilio adminiſtrabant, Eganus Lambertinus, Hieronymus Coſpius, Marius Caſalius, Angelus Michael Guaſtavillanus, Sigiſmundus Malvetius, Cæſar Marſilius, in quibus principem obtinebat locum Caſalius. Ex his duo deinde deceſſerunt, Caſalius & Guaſtavillanus. Lambertinus, & Malvetius, cum ſe ſenatorio ordine abdicaverint, præfecturam Inſtituti depoſuerunt.

Ut ab antiquiore caſu exordiar; anno milleſimo ſeptingenteſimo ſexageſimo primo Angelus Michael Guaſtavillanus, cum apoplexia graviori correptus vitam diu toleraſſet, in exitu menſis Januarii diem objit. Senatus Joannem Elephantutium dignum cenſuit, qui illi in præfectura ſuccederet; quod Elephantutio illuſtre fuit, cum & tali viro ſuccederet & ipſe talis eſſet. Is poſtea tantam in eo munere diligentiam præſtitit, ut honorificentiſſimum de ſe Senatus decretum comprobaverit. Is me etiam ad hujus libri editionem maturandam, cunctationes, quaſcumque potuit, amovens, adjuvit plurimum. Quod dico, ut ſi qui erunt, qui ſcripturam hanc noſtram haud ſibi inutilem fore ſperent, Elephantutio non minimum debere ſe intelligant.

Exeunte fere anno ſeptingenteſimo ſexageſimo ſecundo ſupra milleſimum in Lambertini & Malvetii locum Senatores duo ſuffecti ſunt lectiſſimi, præſtantiſſimique, Ulyſſes Gozzadinus, & Joannes Franciſcus Aldrovandus. Gozzadinum & antiquiſſimi generis nobilitas, & morum integritas, & proprius illius familiæ candor cum ſumma fide, & in rebus quibuſque gerendis prudentia mirum in modum commendabant. Neque minus excellebat his omnibus Aldrovandus, qui ad ceteras ſuas laudes miram etiam addebat in componendis verſibus ſuavitatem. Tales cum eſſent Aldrovandus & Gozzadinus, majorum meritis non indigebant, quibus tamen abundabant. Dici enim vix poteſt, quantum operæ & Philippus Aldrovandus, ſpectatæ virtutis vir, & Ulyſſes Gozzadinus Cardinalis

ampliſſimus ad Inſtitutum contulerint, ſive condendum, ſive augendum.

Annus milleſimus ſeptingenteſimus ſexageſimus quartus fuit e Caſalii morte acerbiſſimus; de qua non ſine magno animi mœrore poſſumus commemorare. Ipſi enim vidimus nobiliſſimum, & ſumma integritate hominem, nulla re alia magis occupatum, quam ut multis bene faceret, in ipſis Inſtituti ædibus ſubito mortuum. In conſilium Præfectos advocaverat; eoque jam & ipſe & Marſilius convenerant. Interim dum alios exſpectant, habere ſe ait Caſalius quod ſcriberet, ſeque in conclave interius recepit. Eodem haud multo poſt ingreſſus Marſilius collapſum in terram reperit, exanimatumque. Dici non poteſt, quo in luctu fuerint cum Inſtitutum, tum civitas univerſa, nam quamvis dubium non eſſet, quin homo iis moribus eaque virtute ad ſuperos evolaſſet, nemo tamen tantam tamque repentinam Senatus atque Inſtituti jacturam non magnopere dolendam cenſuit. Illo exſtincto Coſpius inter Præfectos princeps eſſe cœpit. His vix dum ſcriptis intelligimus Joſephum Montium Senatorem longe ampliſſimum Caſalio in præfectura ſucceſſiſſe. Hic & ſuis & fratrum meritis clarus erat, quorum cum alter Romanam aulam, alter Gallorum arma ſequeretur, in maxima uterque erat gloria. Patruum quoque habuerat, qui Cardinalis cum eſſet, ac bibliothecam Romæ ſibi inſtruxiſſet inter omnes nobiliſſimam, eam deinde Bononiam deferri voluit, & bibliothecæ Inſtituti adjungi.

De Profeſſoribus Inſtituti.

De Profeſſoribus Inſtituti dicere ingrediens non poſſum, ut id, quod verum eſt, fatear, non animo valde angi; cum mecum ipſe cogitem, quam multi, clariſſimi viri, mihique amiciſſimi, tam brevi annorum ſpatio, e vita deceſſerint. Deceſſit longiſſimo miſerabilique morbo conſumtus Dominicus Fabrius, latina hetruſcaque lingua doctiſſimus, quo nemo umquam fuerat neque comior, neque humanior. Deceſſit Heraclitus Manfredius medicus in primis honoratus maxime & nobilis, ſumma fide, ſummaque diligentia. Deceſſit etiam Joſephus Montius, quem naturalis hiſtoriæ ſtudium nobilitaverat, ho-

homo antiquis moribus, ſimplex, apertus, in quo nihil latebat. Neque minus deceſſit Ignatius Scandellarius, præſtanti ingenio juvenis, moribus ſuaviſſimis. Deceſſit, cum commentarios hos ipſos ſcriberem, ac prope jam totos confeciſſem, Petrus Paullus Molinellius, qui unus erat immortalitate digniſſimus. Ac ne is ultimus luctus eſſet, deceſſit etiam Jacobus Bartholomæus Beccarius, homo chimicæ & medicinæ laude clariſſimus, cui, cum ad extremam ſenectutem perveniſſet, tantus adhuc erat ingenii vigor, alacritas tanta, ut nihil in eo ſenile eſſet, præter ætatem. Dici non poteſt, quantum auctoritate valeret, quantum gratia. Atque hunc etiam mors rapuit. Hos ego homines, qui & quanti fuerint, qualeſque nunc ſint, mecum ipſe dum reputo, ſubit animum ſcilicet triſtiſſima cogitatio: quid ergo litteræ hæ noſtræ valent, quas tanti facimus? O perditos labores noſtros, niſi ſpectent altiora!

Sed quoniam hunc librum ſcribimus, non ut ea, quæ acciderunt, lugeamus, ſed ut narremus, dicamus jam breviter & quando hi ex hac vita migraverint, & qui illis & quando ſucceſſerint. Manfredius, ut temporis ſequar ordinem, obiit anno milleſimo ſeptingenteſimo quinquageſimo nono, cum eſſet Jacobi Bartholomæi Beccarii in Inſtituto adiutor ad chymicam per experimenta explicandam. Anno inſequente ſucceſſit ei Vincentius Putius, Joſephi filius, juvenis ingenio maximo, qui univerſa Italia ſtudiorum cauſa peragrata ad Gallos etiam & Batavos ſe contulerat, iſque inde Bononiam redierat, ut civium cum deſiderio, tum exſpectationi reſponderet.

Manfredii mortem ſecuta eſt Fabrii calamitas. Conflictabatur jamdudum Fabrius morbo graviſſimo, ut bibliothecæ, cui ſecundum Ludovicum Monteſanum præerat, curam ſuſcipere nullam poſſet. Anno igitur milleſimo ſeptingenteſimo ſexageſimo in ejus locum ſubiit Antonius Monteſanus Ludovici filius. Hunc ſibi pater adjutorem conſtituit pro ea, quam Pontifex Maximus ei dederat, poteſtate. Patris voluntatem Senatus approbavit. Erat Antonius juvenis ingenioſiſſimus, elegantiſſimis moribus, dignus, quem pater ſibi adſciſceret. Anno poſtero Fabrius interiit.

Haud multo ante obierat Joſephus Montius, qui naturalem hiſtoriam permultos annos in Inſtituto explicaverat. Adiutor ei fuerat Cajetanus filius, qui tantos fecerat in illa eruditione progreſſus, ut ſi non ſuperior, par certe patri poneretur.

tur. Is ergo illi ſuffectus magna omnium approbatione. Neque, cum eſſet Ferdinandi Baſſii amiciſſimus, adiutore ullo opus habuit; Baſſius quippe humaniſſime ſe illi obtulit, eumque labore prope omni, qui in rebus ſingulis ordinandis non minimus ponendus erat, liberavit. Amicitiæ & liberalitatis exemplum non vulgare.

Cum per idem fere tempus Scandellarius deceſſiſſet, qui fuerat annos aliquot pro a ſecretis; Zanotto, qui a ſecretis eſt, nihil fuit optatius, quam ut illi Sebaſtianus Canterzanus ſubſtitueretur, homo ſumma fide & diligentia, in mathematicis rebus dexterrimus, verſatiſſimuſque, latinis litteris ornatus. Senatores Zanotti voluntatem ratam habuerunt.

Anno milleſimo ſeptingenteſimo quarto & ſexageſimo, ut veniam ad luctus ultimos, Petrus Paullus Molinellius diem obiit. Fuerat is multo ante in noſocomio, cui vitæ nomen eſt, chirurgiæ præceptor a Pontifice Maximo conſtitutus, eoque nomine ex ejuſdem Pontificis decreto Inſtituti Profeſſor numerabatur. Succeſſit ei Joannes Petrus filius, quem ſatis laudavero, ſi dixero patre dignum. Sub finem anni milleſimi ſeptingenteſimi quinti & ſexageſimi obiit etiam Jacobus Bartholomæus Beccarius. Idem erat & chimicæ Profeſſor egregius, & Inſtituti totius Præſes. Qui illi ſucceſſuri eſſent, cum hæc ſcriberem, adhuc exſpectabamus.

Sed jam ad id veniamus, quod referri ſine luctu poteſt. Numiſmata, aliaque antiquitatis monumenta, quæ in Inſtituti ædibus adſervantur, lectiſſima, nec ita pauca, cuſtodiverat jamdudum Joannes Baptiſta Blanconus homo græcis litteris atque omni eruditionis genere excultus. Is ſe ſe deinde illo munere abdicavit. Succeſſit ei Jacobus Blancanus, civis egregius, ſtrenuus litterarum cultor, ac cum ad alia, tum ad vetuſtatem omnem indagandam aptiſſimus.

De Academia Scientiarum ad Inſtitutum adjuncta.

ANtequam ad ea venio, quæ doctrinam continent, quæque in Academia Scientiarum tractata ſunt, placet primum de Academia ipſa pauca quædam litteris prodere, deinde lectorem monere non nulla.

Anno

Anno milleſimo ſeptingenteſimo primo & ſexageſimo magnum Academiæ lumen exſtinctum eſt; quippe obiit Gabriel Manfredius, mathematicus tanti nominis, ut pauci cum illo compararentur. De quo præcipue commemorandum cenſeo, quod cum eſſet Academicus tantus, fuit etiam ex antiquioribus illis, qui ad hanc pulcherrimam Scientiarum atque Artium ſocietatem faciendam primi conſpiraverunt. Cum alii phyſicam, anatomen, medicinam, chymicam, naturalis hiſtoriæ ſcientiam, in quo minus erat laboris, in unum locum conciliaſſent, eaſque doctrinas familiares inter ſe & quaſi domeſticas reddidiſſent; ipſe & Victorius Stancarius algebram introduxerunt, cui nulla tum quidem videbatur eſſe poſſe cum diſciplinis aliis communitas. Per hos introducta ſic poſtea exſplenduit, ut omnium ſtudia ad ſe converterit, ac nulla pene ſcientia fuerit, quæ non eam ſibi adiungi vellet. Tanti fuit duorum opera. Erat Gabriel hydroſtaticæ rei peritiſſimus, aſtronomiæ ſciens, neque poeticæ facultatis expers, feſtivus in quotidiano ſermone, & jucundus. Sed de hoc homine dixi alias.

Locus ipſe poſtulare videtur, ut Academicorum quorumdam præclara incepta commemorem, rem minime prætermittendam, vel quod ad præſentem Academiæ ſtatum cognoſcendum valde pertinet, vel ne homines litteratiſſimi debita laude fraudentur; nam quamvis ego laudare neminem conſtitui, res tamen ipſa eos commendabit. Fuerunt igitur ſuperioribus hiſce annis non nulli, iique doctiſſimi, nec admodum pauci, qui vel privatos Academicorum conventus vel publicos novo quodam litteraturæ genere augere voluerint, nam & de numiſmatis diſſerere cæperunt, & de inſcriptionibus veteribus, & de omni antiquitate. Eruditionem hanc, qua nulla eſt his diebus illuſtrior, excepit Academia, ut debebat, humaniter, tamquam hoſpitam; fecitque omni officii genere, ut ad ſe poſtea rediret ſæpius. Multa ergo recitata deinceps ſunt illius generis, quæ ſi ederentur, magnum ad Academiam, ut ego quidem judico, ornamentum accederet; ac niſi conſuetudo, adverſaria præpotens, obſtitiſſet, ea minime dubitaſſem in hos commentarios referre, quo eſſent nobiliores. Quod quando non fecimus, nimirum fortaſſe timide; Academicos ſaltem, qui novum hoc ſtudii genus invexerunt, recenſeamus, eorumque nomina in hiſtoriæ lucem proferamus.

Inter hos longe enituit Florianus Malvetius & genere & vir-

virtute nobiliſſimus, quem ipſi haud ſemel in Academia audivimus de antiquitatibus variis eiſque reconditiſſimis docte & ſubtiliter diſſerentem; ac tanta erat vel orationis elegantia, vel rerum dignitas, ut, ipſum cum audiremus, neque res phyſicas, neque mathematicas deſideraremus. Huic acceſſit Jacobus Blancanus, honeſtiſſimus civis, idemque ingenioſiſſimus, qui antiquarum rerum ſupra quam dici poteſt cupidus mirum in his ſtudium ponit. Sæpe etiam ad naturæ hiſtoriam ſe vertit, credo, quod nihil eſt natura antiquius; itaque utrumque genus uno interdum ſermone complexus eſt, magna cum laude. Neque minus in utroque genere excellebat Cajetanus Montius, qui quamvis naturæ cognitione uſque adeo valeret, ut nulla re alia æque valere poſſe videretur, miram tamen univerſæ antiquitatis ſcientiam fuerat conſecutus; tantum vero in patriæ ſuæ monumentis ſtudium poſuerat, ut nemo illo eſſet ad quælibet explicanda paratior. His omnibus adiungebatur, vel præibat potius quaſi ſignifer, clariſſimi vir nominis Joannes Chryſoſtomus Trombellius Congregationis Rhenanæ Abbas præſtantiſſimus. Is dimiſſum jam prope antiquitatis ſtudium Bononiam revocaverat, cumque eſſet ipſe in hac eruditione verſatiſſimus, alios etiam ad idem ſtudium incitabat, neque patiebatur Inſtituti Academiam tantæ laudis expertem eſſe. Eam ergo ſermonibus variis auxit, antiqua illa eruditione refertiſſimis. Inter hos ille maxime eluxit, quem paucis ante annis de veterum caminis habuit; eſt enim quæſtio per ſe nobilis, & ut nobilior videatur, facit Lauretanus ille, quem Nazarethi B. Maria Virgo domi ſuæ fertur habuiſſe; qua opinione jure claruit; quis enim non id in maximo honore habeat, quod Virginis illius tantæ memoriam credatur continere aliquam? De hujus Virginis vita, rebuſque geſtis librum, dum hæc adhuc ſcribebam, edebat Trombellius, quem qui legerint, diligentiam hominis laboremque mirabuntur. Atque hi fere ſunt, quibus factum eſt, ut ad ceteras diſciplinas, quas jam inde ab initio Academia receperat, videatur modo antiquitatis ſtudium acceſſiſſe.

Jam vero de noſtro hoc opere, quo ordine & qua ratione diſtributum fuerit, dicamus. Ac primum res ipſa quodammodo in duas ſe dividit partes. Nam quæ ab Academicis ſingulis fuerunt propoſita, ea ſunt primum explicanda breviter in Commentariis, deinde in Opuſculis, tractata fuſius, & ut

ab

ab ipſis Academicis ſcripta ſunt, reponenda. Fecit autem rerum multitudo, ut huic diviſioni aliam addere oportuerit, ac tomi unius duas partes facere, quaſi tomos duos; niſi ſi unum vellemus in immenſum quaſi pondus excreſcere. In primam ergo partem commentarios conjecimus & opuſcula aliquot, in alteram opuſcula reliqua. Quoniam vero in Commentariis, quos prima, ut dixi, pars continet, allegabitur ſæpe lector ad opuſcula; ſciat is velim, ſe non ad ea tantum allegari, quæ in prima parte ponentur, ſed ad illa etiam, quæ deinde prodibunt in altera; ad quam ſe conferet, ſi in prima opuſculum, ad quod rejicietur, non repererit. Neque vero utra in parte quærendum illud eſſet, monere lectorem potuimus; ut qui commentarios ſcribere coacti ſumus, cum opuſcula nondum omnia in manibus haberemus, neque dum eſſent omnia perfecta ab Academicis ac perpolita, neque de cujuſque longitudine ſciri adhuc poſſet, eſſetque diſtributio illa tota non inter ſcribendum, ſed inter edendum facienda. Quod idem in cauſa fuit, ut neque multa in commentarios retulerim, quæ referri poſtulabant, & in referendis multis longior fuerim, quam oportebat; veritus ſcilicet, ne quæ in manibus tunc erant, ſi preſſius referrentur, ad juſtam commentariorum magnitudinem non ſatis eſſent. Hæc de tomi hujus ratione atque ordine; nunc ad res ipſas veniamus, atque ab naturæ hiſtoria exordiamur.

AD NATURÆ HISTORIAM SPECTANTIA.

De bombyce.

GRavis bombycum morbus atque inſolens bononienſem forte agrum anno milleſimo ſeptingenteſimo quadrageſimo nono affecerat. Id Franciſcum Bibienam monuit, ut animalium illorum formam ſtructuramque penitus ſcire vellet; quippe ſpes erat, ut his cognitis & morbi ratio cognoſci melius poſſet, &, ſi quando morbus idem rediſſet, curationis. Quare quæ a Malpighio & Reaumurio, præceptoribus longe optimis, legendo acceperat, voluit ipſe per ſe ſcrutando obſervandoque intueri. Quod dum facit, ac ſcripta illorum cum re confert; viſa ſunt ei pauca quædam proponi diſtinctius potuiſſe; non nulla etiam addi. Ex his ergo ſermonem fecit bene longum, quem in capita quinque diſtribuit. Hunc referam in opuſcula. Hic quo ſingula ſpectent capita, breviter oſtendam; ac res ipſas perſequar, quod ad doctrinam ſatis eſt; quis quamque invenerit, & quemadmodum, vix attingam. Quid autem Bibiena de ſuo addiderit, quantumque id ſit, quod ei debemus, is facile intelliget, qui ipſum legerit, atque ejus ſcriptum cum Malpighii aliorumque ſcriptis contulerit.

Caput primum hæc habet. Secto per longum vermis ventre canales ſtatim apparent duo, inter ſe plane ſimiles, quorum ſuperior pars, quæ ad os ſpectat, craſſior eſt; eaque progreſſa longius revertitur ad ſuperiora, ubi iterum flectitur; pars reliqua eſt multo arctior, & in orbes torquetur quamplurimos inteſtinorum more. Canales hoſce ab reliquo animalis corpore diſiungere nihil negotii erit, ſi animal prius ipſum in vini ſpiritu diem unum aut alterum maceraveris.

His canalibus humor continetur tenax in primis & viſcidus, quem humorem ſericum non male appellaveris. Hinc ſcilicet tenuiſſima illa ducuntur fila, quæ ſerica dicuntur, quæque ver-

vermes fundunt, homines deinde, ſtudio adhibito non mediocri, convertunt ad ornatum. Quod ſi canales, quos dixi, e vermis corpore evulſi, in aqua diu habeantur, internus humor, turgidior factus, foras exit fere totus, ſeſeque ſub cylindri forma ſuſpenſum tenet. Hoc modo humorem, ſi libuerit, e canalibus ſuis facile eduxeris.

Porro hic humor in partes diſtinguitur duas, interiorem, & exteriorem, quamquam interior eſt longe major, eamque exterior ambit, quaſi velum quoddam. Eſt autem interior omnino pellucida, coloris nullius; exterior coloris eſt particeps, nec ejuſdem tamen ubique; eſt enim hic aurea, illic flava, maculis interſperſis qua pallidioribus, qua ſubalbis.

Ut humoris hujus naturam perdiſceret, voluit eum Bibiena in liquoribus variis experiri. Orſus ab aqua, cum canales e verme evulſos, & humore ſuo plenos, in aquam conjeciſſet, atque inde humor, ut ſupra fieri demonſtravi, erupiſſet; maceratione ad tempus ſatis longum protracta, nihil comperit, quo humorem ab aqua diſſolvi perſuadere ſibi poſſet. Nam quamvis, humore jam ex diuturna maceratione putreſcente, liquor colorem flavum traxiſſet, quo facile quis dixerit, exteriorem & coloratam humoris partem ſolutam fuiſſe, res tamen ipſa contrarium ſuaſit. Effuſa ſiquidem ſemel atque iterum ex alio in aliud vas aqua, cum quidquid in ea flavum erat, deſediſſet, ipſa continuo ad perſpicuitatem ſuam rediit. Quo apparet, coloratam ſerici humoris partem laxari ab aqua citius & diſperdi, quam ſolvi. Neque ad humorem ſolvendum aqua fervens fuit aptior; quippe quod, humore e canalibus exeunte, pars ejus interior in ſpumam abiit: exterior ad canalium membranas ſe recepit, ibique hæſit.

Ab aqua ad liquores alcalicos ventum eſt. Canales duo ex eodem bombyce educti, alter in oleum tartari, alter in ſalis ammoniaci ſpiritum, injecti ſunt. Decimo macerationis die hæc comperta. Interior ſerici humoris pars in utroque canali obduruerat; in altero, ideſt in eo, qui in oleum tartari immerſus fuerat, pellucida adhuc erat; in altero pelluciditatem omnem amiſerat. Ceterum in exteriori parte nihil accidit notatu dignum. Ne in liquoribus quidem ipſis, in quos canales conjecti fuerant. Solutionis ergo ſuſpicio ſublata eſt omnis. In ſalinis liquoribus ſic res habuit.

Oleoſi, nam in his quoque experimenta facta ſunt, hu-

morem ſericum generatim obdurant; eſtque ad id vini ſpiritus omnium paratiſſimus; in eo quippe minutorum trium quatuorve ſpatio dureſcere humor incipit; ac ſi diutiſſime, puta ad menſes aliquot, in liquore permanſerit, primum eo duritiei pervenit, ut neque diduci ſine ruptura poſſit, neque flecti; deinde omnino friabilem ſe oſtendit, elaſticitate omni & pelluciditate amiſſa. Quamquam cum dicimus, humorem ſericum a vini ſpiritu obdureſcere, non id ſic accipi volumus, quaſi nihil ejus ſolvatur. Experimento enim conſtat, ſi vini ſpiritus meracior ſit, in eoque canalis e bombyce eductus ad diem unum teneatur, liquorem totum colore aureo paulatim infici, quem colorem diutiſſime poſtea retinet; cum interim humor ſericus intra canalem concretus colorem oſtentet prope nullum. Quod ſane argumento eſt, eam tantum humoris partem, quæ interior eſt, & major, a vini ſpiritu obdureſcere, ſolvi alteram, quæ exterior, & colorata eſt, ut initio dixi, & pertenuis. Hæc proprie in ſpiritu vini acciderunt. In oleo ſive ex olivis expreſſo, ſive amygdalino, paucis poſt horis, quam canales conjecti in ipſum erant, humor ſericus paullatim concreſcere viſus eſt, tum tenacior fieri, & mire ductilis; inſignem quoque elaſticitatem præſeferre; tandem indureſcere; quamquam id citius in amygdalino. Quæ quidem veræ perfectæque ſolutionis indicium nullum præbent.

Experimento in ſalinis, oleoſiſque liquoribus facto, reliquum erat, ut in eo etiam fieret, qui utriuſque naturæ eſſet particeps. Liquorem talem e pluviali aqua ſibi paravit Bibiena ſaponem venetum in ea ſolvens. In hanc, cum ſubdito igne ferveſceret, canales quoſdam e bombycibus nonnullis extractos conjecit, ſivitque in ea unius fere horæ ſpatio manere. Tum vaſe ab igne remoto, cum jam liquor quieſceret, hunc per linteum trajecit. Hic enimvero humoris ſerici ſolutio apparuit manifeſtiſſima; quippe quia canaliculorum membranæ excolores prorſus & vacuæ ſuper linteum relictæ ſunt; liquore, qui linteum trajecerat, pulchre flaveſcente. Is liquor poſtea, cum refrixiſſet, ea fuit ſpiſſitudine, eaque forma, ut gelatina videri poſſet. Quo ſane conſtat, non exteriorem modo humoris ſerici partem, ſed interiorem etiam fuiſſe ſolutam. His expoſitis quæſtiones movet Bibiena nonnullas, obſcuras ſane ac perdifficiles, quas alii ſolvere aggrediantur, ſi qui ſunt minus timidi; affirmare ipſe nihil audet. His ſuperſedeo.

Ad

Ad caput ſecundum venio, quo alimentorum viæ explicantur. Detractis canaliculis, de quibus ſupra memoravimus, canalis alius ſtatim ſe prodit, ab ore ad anum uſque protenſus, craſſitudine inæquali, in quo facile œſophagum agnoſcas, ventriculum, inteſtina, itaque hanc eſſe alimentorum viam nemo dubitat. Duabus componitur tunicis, minime tamen, quantum ſcire licuit, inter ſe connexis; quarum quæ exterior eſt, eſt etiam craſſior, duplici fibrarum ordine, longitudinalium ac circularium, inſtructa ad firmitatem; neque vaſculis caret. Interior eſt longe tenuiſſima, atque adeo pellucida, ut obſervatorem, niſi ſit admodum diligens, facile fugiat. Quid his fiat interea dum animal in alias atque alias mutatur formas, præſtat cognoſcere. Nam, ut vulgo notum eſt, folliculum ſibi e filis ſericis componit vermis; in eoque deinde latens primum in chryſallidem, deinde in papilionis formam ſe vertit. In his ergo mutationibus quid alimentorum canali deinceps accidat, bombycibus diſſectis quamplurimis Bibiena quærere inſtituit.

Primum, quo tempore animal, excrementis ejectis omnibus, cibo, ut ſolet, abſtinens, ad folliculum condendum ſe comparat, ſic res habet. Quæ pars canalis vel ſupra ventriculum eſt, vel infra, mirum in modum gracileſcit; extenuarique poſtea pergit, uſque eo dum folliculus conficiatur. Gracileſcentes has partes tubulatas infra nominabimus, ſuperiorem alteram, alteram inferiorem. Has Bibiena cum diligenter inſpiceret eo tempore, quo tempore folliculus jam prope confectus erat, contigit ei præter exſpectationem, ut e tubulata ſuperiori, ad ipſa fere oris confinia, tubulum neſcio quem eduxerit exiliſſimum. Dubium non fuit, quin is illa interioris tunicæ pars eſſet, qua tubulata ſuperior inſtruitur. In tubulata inferiori obſcuriores quædam maculæ ſe ſe oſtenderunt; quæ confecto deinde folliculo, cum inibi eſſet animal, ut vermis ſpolia deponeret, & chryſallis jam fieret, ſuis moveri locis viſæ ſunt, & ad podicem paullatim omnes accedere; atque hinc demum pars illa interioris tunicæ dejecta eſt, quæ tubulatam inferiorem intus ambit; quo cognitum eſt, in hac ſcilicet maculas illas, quas diximus, inſediſſe. Cum ergo eodem fere tempore etiam tubulus, quem ſupra dixi, exuvias capitis ſequens ſua quaſi ſponte elabatur, non ſine cauſa conjecit Bibiena, animal, dum ſe in chryſallidem vertit, ſimul & vermis ſpolia, & interiorem canalis alimentorum tunicam deponere.

Hæc

Hæc fere canali alimentorum accidunt, cum inibi eſt animal, ut prope jam in chryſallidem vertatur; videamus nunc, eidem quid fiat in chryſallide. Ventriculus magis magiſque coarctatur, ut prope tandem evaneſcat. Neque minus coarctatur pars ſuperior tubulata, quæ non omnino tamen evaneſcit, ut aliquibus eſt creditum, ſed cum ad ſummam exilitatem pervenerit, ad ſe deinde redit, firmiorque facta humorem quemdam recipit. Id quod vel maxime apparet in papilione, dum e folliculo exire molitur; tunc enim tanta exſiſtit ejus, quem dixi, humoris copia, ut vaſculum ex ea, lagenæ modo, intumeſcat, tenui collo ad animalis os deſinente. Itaque animal humore illo utitur, ad eam folliculi partem, qua exire parat, humectandam molliendamque.

Quando de papilione e folliculo exeunte ſermo incidit, non ab re eſſe exiſtimavit Bibiena, ſi a propoſito digrediens paululum, quæ ſibi in illo exitu comperta eſſent, paucis demonſtraret, ad rem rediturus ſtatim ut hæc propoſuiſſet. Horum ſumma eſt. Confecto folliculo jacet intus animal, mortuo ſimile; molleſcit primum majorem in modum, tantum non diffluit; deinde chryſallidis formam accipit; quam poſtea deponens fit papilio. Is demum folliculi impatiens exitum ad hunc modum molitur. Cum folliculi cujuſque duo ſint vertices, alter obtuſior, acutior alter, papilio, quantum Bibiena obſervare potuit, in obtuſiorem ſemper, quamquam multi ſecus putant, vim facit. Hunc primum humectat humore illo, quem ſupra dixi; deinde premens urgenſque tandem perforat. Sunt qui velint, papilionem unius capitis niſu totum illud opus abſolvere, eoque niſu fila, quibus folliculus contextus eſt, ſecare ac dirumpere: Bibiena contra diducere potius putat, & diſtrahere; neque capite ſolum, ſed toto niti corpore; idque ſuis ipſe oculis animadvertit; nam, cum papilio inſtaret operi, adverſa folliculi parte abraſa nihil eorum, quæ intus gerebantur, non curioſiſſime inſpexit, teſtaturque animal non primo conatu rem perficere, ſed intermittere, & eodem redire ſæpius, uſque donec patefacta ſibi via foras exeat.

Sed jam ad propoſitum, ideſt ad alimentorum canalem revertamur; & quoniam quid tubulatæ ſuperiori in chryſallide accidat, dictum eſt; quid inferiori fiat, dicamus. Hæc ergo, poſtquam vermis in chryſallidem converſus eſt, extenuari primum videtur ac pellucere majorem in modum, vix ut appareat;

reat; tum rurſum conſpicua fieri, humore neſcio quo per ipſam deorſum labente; tandem, firmitate ejus aucta, vermicularem quemdam motum accipere, quo motu labens ille, quem dixi, humor urgetur magis magiſque, atque in veſiculam truditur, quæ ductui innaſcitur. Inter hæc humor colorem trahit fere rubrum; roſeum dixeris. Bibiena, bombycibus eodem tempore diſſectis quamplurimis, tantum humoris hujus collegit, quantum ſatis eſſet ad naturam ejus per experimenta indagandam. Inſtituti noſtri non eſt omnia perſequi. Illud tantum monebo, ferri aliquid in humore illo deliteſcere. Sic Bibienæ compertum eſt. Hæc adhuc e ſecundo ſermonis capite excerpſimus.

Ad caput tertium veniamus, in quo de quadam coloris mutatione agitur, quæ tracheis videtur accidere. Id totum quam pauciſſimis expediam. Patent in bombycis corpore nigricantes quædam rimulæ, ex utroque latere novem, ac ſuus cuique ductus reſpondet, qui ductus, progreſſus paullulum intra corpus, in alios, atque alios diſtribuitur. Hos ductus tracheas Malpighius nominat, ut vel ipſo vocabulo uſum doceat. Has dum Bibiena attentius intuetur, quidque illis in ſingulis bombycis mutationibus deinceps accidat, per ſummam diligentiam ſcrutatur, eas comperit duabus tunicis contineri. Interior coloris eſt fere plumbei, exterior argentea & pellucida, quare inſpectantibus videntur tracheæ eſſe plumbeæ, quamvis, ſi exteriora ſpectentur, argenteæ vere ſint. Idque uſque adeo tenet, quoad animal folliculo abſoluto vermis formam exuit, & in chryſallidem vertitur; tunc enim interiores tunicæ e tracheis paullatim educuntur, ſecunturque vermis ſpolia; ut ſenſim ergo interiores ſubducuntur tunicæ, oſtendunt tracheæ colorem argenteum, ac ſuum; atque e plumbeis argenteæ demum totæ fiunt. Quam coloris mutationem illi ſatis mirari non poterant, qui neque duas trachearum tunicas obſervaverant, ignorabantque elabi alteram, cum vermis formam exuit animal. Hæc quemadmodum Bibiena animadverterit, ii facile intelligent, qui ſermonem ejus legerint; ac tum fortaſſe dexteritatem potius hominis, diligentiamque mirabuntur, quam rem ipſam.

Caput quartum, quid ſpinæ fiat in tam variis animalis mutationibus, nos docet. Eſt in bombyce quædam quaſi chordula a capite per medium imi ventris ad inferiora decurrens; nodis diſtinguitur variis; a Malpighio ſpinæ nomen obtinuit. No-

Nodorum numerus incertus eſt, ut qui non idem Malpighianis eſt creditus, ac Svamerdamio. Quamdiu bombyx vermis formam retinet, ea, quam dixi, chordula conſpicua ſatis eſt ei quidem, qui attentum ſe præbeat; immobilis præterea, ut ſpinæ in animalibus eſſe ſolent. Folliculo abſoluto, ac verme in chryſallidem converſo extenuatur magis magiſque, ac pellucida adeo fit, ut non niſi accuratiſſimis ſe oſtendat, poſt deinde colorem contrahit neſcio quem, firmitatemque majorem, & quod magis mirere, oſcillatorio quodam motu cieri incipit. Quæ omnia illuſtriora poſtea fiunt, ſuntque in papilione, ſi imus præſertim ſpectetur venter, manifeſtiſſima. Huc ſe ergo convertit Bibiena, ut ejus motus rationem cognoſceret. Hæc comperta. Conſtans motus eſt, & perpetuus; interdum tamen non omnes ſimul ſpinæ partes ad eamdem partem feruntur, ſed quæ duobus interiectæ ſunt nodis, ad unam, quæ duobus aliis ad aliam; ceterum tanta eſt vibrationum frequentia, ut ſingulæ minutis ſecundis ferme ſingulis reſpondeant. Sic erat papilionibus, quos tum Bibiena, cum in hoc ſtudio totus eſſet, habebat in manibus. Neque vero putandum eſt, motum hunc ſedari facile poſſe, aut ſiſti; moveri enim perrexit ſpina, etiamſi tranſverſim ſecta eſſet; neque deſtitit, reſecto papilionis capite, neque viſceribus evulſis aliis. Etiam in recens mortuis, (pro mortuis utique habebantur) vibrationes ad horas aliquot, atque adeo dies perſeverarunt, ut irritabilitatis Hallerianæ exemplo eſſe poſſent. Hæc fere ſunt, quæ cum Bibiena in novo illo ac plane mirabili ſpinæ motu per ſummam diligentiam obſervaſſet, in quarto deinde ſermonis ſui capite æque diligenter expoſuit.

Supereſt, ut caput quintum paucis perſtringam. Verſatur id totum in generationis opere, quod papilionum proprie munus eſt. Cum ſint papiliones alii mares, alii feminæ, parit femina ex maris conjunctione ovula, quæ ſi debite ac ſuo tempore foveantur, vermiculos fundunt ad genus propagandum. In ſubventaneis ovis, ut vulgo creditur, nulla prolis ſpes eſt; aliquam tamen habuiſſe videtur Malpighius, qui ex papilionibus vel feminis, vel maribus humores illos ſtudioſe expreſſit, quos ad rudimenta, quæ in ovulis latent, excitanda aptiſſimos eſſe judicavit; tum his humoribus ovula ſubventanea adſperſit, ut, ſi qua fieri poſſet, fecundarentur. Nihil profecit. Non cecidit tamen Reaumurius animo; hortatuſque eſt omnes, qui-

cum-

cumque vermium ſtudio ſe dederint, ut quod Malpighio male ceſſit, id ipſi magno animo aggrediantur. Voluit Bibiena tanto homini obſequi; cui tamen dum ſervit, præter voluntatis, & diligentiæ laudem, nihil eſt aſſecutus.

Itaque ad alia ſe convertens experiri conſtituit, quantum vel in maribus, vel in feminis, reciſo capite, libido poſſet. Cum mari caput ademiſſet, inertem prorſus invenit. Fuit femina alacrior, nam quamvis careret capite, accedentem tamen ad ſe marem avidiſſime complexa eſt, & in omnibus, quæ ad id pertinerent, ſtrenue ſe geſſit. Ea re comperta gaviſus magnopere Bibiena eſt, ſibi plane cum Boyleo conveniſſe; nam & Boyleo idem contigiſſe accepimus.

Quamquam in Boyleano invento conſiſtere noluit; & quoniam congredientes mas & femina in illo complexu perſeverant diu, experiri ipſe voluit, quid fieret, ſi circa initium illius *luctæ* caput vel mari reſcinderetur, vel feminæ, vel utrique. Primum mari cum femina jam congreſſo caput reſectum eſt. Viſus eſt ille continuo ſegnior, nec alas æque promte, ut ſolet, concutere. Ceterum ova ſuo tempore prodierunt, nec ita pauca; fecunda etiam non nulla. Reſectum deinde feminæ caput eſt, mare integro. Ova peperit haud ſane multa. Quod vero magis mirere, multo plura edere viſa eſt, nec infecunda, ſi a primo mari divulſa ad alterum applicaretur. Reſectum poſtea caput tum mari, tum feminæ; feminæ quidem, cum eſſet marem jam jam complexura; mari vero ſtatim ut feminam complexus eſſet. Ne id quidem procreandi vim omnino ſuſtulit; quippe ova prodierunt, pauca illa quidem, ſed tamen aliquot, neque infecunda omnia. Viſum eſt ergo caput ad procreationis quidem felicitatem in his animalculis valere plurimum, ad procreationem ipſam minime eſſe neceſſarium.

Hæc adhuc de bombyce e Bibienæ ſermone depromſimus, quæ qui mirantur, ſciant velim multo ſe magis miraturos, ſi intellexerint, quantæ ſedulitatis, diligentiæ, laboris fuerit hæc omnia obſervatione perſequi; idque in animalibus tam parvis, tamque mollibus, in quibus, niſi & lectiſſima ad experimentum adhibeas, & quamplurima, eodemque iterum ac ſæpius redeas, & occaſiones aucuperis & tempora, nihil proficias. Lectoribus ergo auctor ſum, ut ubi hæc legerint, ad Bibienæ ipſius ſermonem ſe conferant, quo ille non res tantum ipſas declaravit, ſed ſuas etiam induſtrias, & quaſi dolos aperuit.

De itinere per montoſam bononienſis agri partem ſuſcepto.

QUi rerum naturalium hiſtoriam tradunt, næ illi meo judicio pulchre faciant, ſi res non modo ipſas, ſed etiam loca demonſtrent, in quibus perveſtigandæ res ſint, nam id quoque hiſtoriæ eſt, multumque iis proderit, qui quæ legerint, perquirere ipſi velint, & obſervando perſequi; ne ſcilicet propter locorum ignorationem in diverſa agantur. Hac mente Jacobus Blancanus montoſam bononienſis agri partem perluſtrare inſtituit, ut & quæ ibi mirabilia ſunt, notaret, & locorum deſcriptionem adjungeret. In eamque rem ſermones jam duos fecit nitoris & diligentiæ plenos, quos opuſculis inſeram. Hic ambos complectar uno capite.

A ſermone primo exordiar, in quo de Vezzano monte agitur, ac de iis, quæ circa ſunt, locis. Vezzanus celſiſſimus eſt montium omnium, quotcumque inter labinii & ſamodiæ flumina exſurgunt, inque altitudinem abit tantam, ut magnam ciſalpinæ galliæ partem e ſummo vertice oſtendat. Hinc colles ducuntur varii, nec uno ordine. Qui ortum & meridiem ſpectant, ad landæ uſque & ſaxi rivos provehuntur; qui occaſum reſpiciunt, ad olivetum uſque procurrunt, quod caſtrum ſamodiæ adiacet; ceteri, qui inter ſeptemtrionem ortumque feruntur, labinio flumine terminantur. Hic ſitus Vezzani eſt.

Nunc qualis ipſe ſit, videamus. Stratis conſtat genere variis. Media atque inferiora arenaceam naturam præſeferunt, quam etiam color flavus indicat. Ceterum qua ad meridiem mons ſpectat, quaque latius ſe explicat, calcario fere componitur lapide. Huc adiens Blancanus teſtaceorum fragmina invenit quamplurima, quorum, cum cetera contemſiſſet, unum contemnere omnino non potuit. Id fuit fimbriatæ porcellanæ fragmen, undique ſtriatæ, ejus nempe conchæ, quam vulgus veneream appellat. Montis apex totus ex argilla eſt, cui ſolidiſſimi lapidis fragmenta admiſta ſunt. Ea res ſuſpicionem Blancano injecit, fuiſſe olim totum montem compactiſſimum, poſt deinde æſtu & frigore, atque habitantium induſtria mitiorem tractabilioremque eſſe factum, ut culturam jam toleret; cujus rei argumento eſſe poſſunt ea, quæ dixi, fragmenta. Hactenus

ipſum

ipſam montis naturam explicavi. Quæ illuc adeuntibus occurrant, exponam breviter, meumque retinebo ſcribendi morem.

Ac primum quidem portiones ſe oſtendunt quamplurimæ candidiſſimæ cujuſdam terræ, leviſſimæque, tenuiſſimo conſtantis polline; goſſypii floccos dixeris. Qui naturalem hiſtoriam profitentur, terram quamdam hujus ſimilem agaricum minerale appellant, ducto nomine ab agarici illius ſimilitudine, quod in arboribus creſcit & viget. De minerali agarico ſcripſit Buſſonius perdocte; cujus ratio ad terram hanc noſtram accommodari facile poteſt.

Præter eam, quam modo dixi, terram coagulationes lapideæ multæ in eodem monte occurrunt, quæ geodes lapides eſſe credantur. Figuras & ſpecies habent varias; pleræque tuberum ſunt ſimiles, hiantque fere ut illi, quos Ceſalpinus diabolicos panes appellat. Multæ teſtaceorum quorumdam formam inſculptam gerunt, ut videatur materies, quo tempore concrevit, & duritiem traxit, teſtaceis illis adhæſiſſe; quamquam ea tenuis plerumque eſt, cretæ inſtar. Sunt etiam ex his lapidibus non nulli, qui e ſubtili admodum arena videntur coaluiſſe haud paucis ſpecularis lapidis ſquamis adſperſa. Alii cum tuberum ſpeciem præſeferant, recepta intus ferri materia, colorem ſubflavum, aut fuſcum traxerunt. Qua cavi ſunt, interius ſunt aſperi, & margaceo luteo polline, non omnino tamen, obducuntur. Lapides horum ſimiles in itineribus ſuis Targionius memorat. Alios celebrat Aldrovandus in muſeo metallico, eoſque lapides vocat margam continentes. Talium quoque mentionem faciunt Ceſalpinus & Bertrandus.

Eſt etiam Vezzanus mons miris quibuſdam oſſibus clarus; quamvis in lapidis duritiem converſa, & diſciſſa, & confracta, & terra obducta, ſuam vix formam oſtendant. Sunt autem magnitudine tanta, ut cum ceteroqui humana eſſe videantur, nemo tamen credere audeat, homines fuiſſe olim tam magnos. Ne ullam quidem terreſtrem belluam tantam eſſe credimus, ut tanta oſſa recipiat. Itaque Blancanus de marinis quibuſdam monſtris ſuſpicatus eſt.

Hactenus de Vezzano monte expoſui; nunc ea, quæ ſecuntur, peragam, & martignonem primum explicabo, qui rivus concharum frequentia eſt nobilis. Oritur martigno e Vezzano monte; qua incipit, tenuis; poſt aliarum aquarum incurſu fit amplior. Longo tractu inter colles labitur, creſpel-

lani iter ſecans, ac tandem prope budrias in ſamodiam decidit.

Conchyliis valde dives eſt, quæ facile creduntur e proximis collibus in ipſum delabi; quo minus mirari oportet diſrupta eſſe atque attrita prope omnia; ſunt enim colles, quos dixi, e tofo, minimeque hujuſmodi teſtis conſervandis apti. Ceterum dentales hic viſuntur, purpuræ rectiroſtræ, mucronatæ & umbonatæ, trochites, turbines, buccinula, cochleæ, conchæque diverſæ. Neque madreporæ deſiderantur, neque chariophyli, qui plurimi, iique integri, cum ex ipſo martignonis alveo, tum ex adiacentibus ripis extrahuntur.

His cochleæ accedunt quamplurimæ, depreſſæ aliæ, aliæ umbilicatæ, quarum formam pulchritudinemque minuere vetuſtas non potuit; violavit caſus conchas cordiformes æquilateras, quippe e proximis cadentes rupibus diffringuntur omnes. Quod ſecum Blancanus reputans in ſpem venit, ut poſſent integræ in ipſis rupibus inveniri. Neque eum ſpes fefellit; nam cum diem totum in collibus illis perluſtrandis inſumſiſſet, unam tandem e marga, in qua deliteſcebat, eduxit integram; eamdemque, ne, ut conchylia fere ſolent, attactu aeris diſſolveretur, artificioſo quodam glutine firmavit. Hanc poſt deinde plurimi fecit, dignamque exiſtimavit, quæ Ferdinando Baſſio traderetur ad muſeum ornandum.

Ut ad rivum redeam, dici vix poteſt, quam multæ cujuſque generis minores conchæ in eo paſſim per arenas jaceant, quas foſſiles eſſe nemo dubitet, & aquarum impetu, quarum de hieme vis ingens eſt, in rivum fuiſſe delatas. Dum has Blancanus ſtudioſius conſectatur, accidit ei, ut oſſis fruſtum repererit, colore ſubfuſcum, friabile, ac prope jam putridum; quod humor fortaſſe faciebat, ſales ſolvens, quorum nexu partes illius cohærebant; itaque e loco humido, in quo erat, eductum ad ſoliditatem ſuam rediit. Hoc eodem in rivo os aliud repererat Antonius Mazzonus magnitudine ſpectandum; de quo, ut & de aliis hujuſmodi rebus quamplurimis, cum Blancano pro veteri, quæ inter ipſos erat, conſuetudine communicavit. Creditum eſt, os illud belluæ cujuſdam marinæ coſtam fuiſſe. Hæc ſatis de martignone dicta ſint.

Haud longe a martignone amnis alius excurrit, qui mirabilium rivus vulgo dicitur, vocabulo dignus. Itaque hoc nomine etiam apud ſcriptores claruit. Is pari ubique interval-

vallo a martignone diſtans duo fere millia paſſuum conficit, tum flexu modico accepto in martignonem ipſum delabitur. Arenariis abundat lapidibus, quorum formam ſi ſpectes, difficile erit non etiam caſum aliquando & fortunam laudare; adeo belle & quæ natura gignuntur, & quæ arte fiunt, æmulantur. Hic ergo poma omne genus, perſica, armeniaca, pepones, alioſque innumerabiles terræ fructus, nec non & animalium membra, atque adeo animalia ipſa tota, expreſſiſſima invenias. Hanc rivus laudem jamdudum retinet, ſiquidem quæ de eo Malpighius tradidit, cum præſenti memoria plane conſentiunt.

Hoc jam miſſo amne ad colles veniamus, qui e Vezzano monte ad ortum ſolis protenduntur. Hi ergo, qua ædes eſt S. Laurentii, ut vulgo ajunt, in colle, ingenti oſtreorum copia inſignes ſunt, quibus balani adhærent; qua in planitiem demittuntur, miras lapillorum congeries paſſim oſtentant, petroſo quodam duriſſimoque glutine compactorum. Id loco petroſæ glebæ nomen fecit. Ceterum lapillis hujuſmodi via tota, qua vulgo itur, adſperſa eſt; neque dubites avulſos fuiſſe.

His viſis, prætermiſſoque Landæ rivo, ad eos colles Blancanus tranſit, qui ad Samodiam uſque extenduntur. Hi enimvero lapidibus arenariis flavis, teſtaceiſque ditiſſimi; quæ teſtacea ibi vel maxime frequentia ſunt, ubi olivetum ſurgit, caſtrum olim, nunc vix aliquid præter nomen.

Locus, cui olivetum imminet, cuique monticulis nomen eſt, duobus conſtat arenariis ſtratis, altero coloris flavi, altero glauci. Hunc locum ingens quædam ſciſſura pulchrum fecit; quippe apertus miram conchyliorum vim late oſtendit, quorum quæ in arenam flavam infixa ſunt penitus, colorem ſuum retinent; quæ prominent, non nihil de colore mutarunt. Arena glauca teſtis, quas continet, colorem ademit omnem.

Nimius ſim, ſi omnia teſtaceorum genera numerare velim, quæ hic Blancanus reperit; in quibus cum glycimerides, conchas majores minoreſque, cordiformes quoque æquilateras, pinnas, mitulos, turbinites, pro ſua cujuſque præſtantia magnopere admiraretur, nihil tamen admiratus eſt magis, quam purpuram quamdam; erat enim ſingulari forma, eaque, quam nemo ante, (quantum ipſe meminiſſe poterat) neque deſcripſerat, neque in tabulas retulerat; itaque carebat nomine. Ipſe illam in curviroſtrarum genere poſuit, indeque ei nomen fecit.

Cum

Cum eam, quam dixi, ſciſſuram curioſiſſime Blancanus inſpectaſſet, ad eam collis partem ſe contulit, quæ ſoli occidenti adverſa ſamodiam tangit. Hic illi tam multa occurrerunt, ut numerare volentem deterrere poſſint, pectines, pectiniformes conchæ, oſtrea vel mole vel magnitudine inſignia, turbines, trochites, conoideæ cochleæ, dentales denique, quos Gualterius proprio notavit nomine, & fecit illuſtres. His omnibus balani adhærebant, coloris ejus, qui de nativo facile admoneret.

Antequam ab oliveto longius diſcedimus, præterire ſilentio non debeo inſignes lapides, qui vulgo in vicinia illa viſuntur, & ex eorum ſunt numero, quos litheoſphoros vocant. Horum, præter formam, multitudinem etiam mireris. His licet adjungere marchaſitas quampiurimas, & ſpeculares lapides, & gypſi fruſta haud ſane pauca; de quibus & docte & ſæpe in Academia diſſeruit, cum viveret, Hyacinthus Voglius, homo in medicina exercenda clarus, harum rerum, ſi qui alius, peritiſſimus.

Hinc ad calanchas, ſic enim vocant, caſtilionii Blancanus tranſiens echinos reperit, ſpatagos, nerites eleganti forma, lignorum fruſta in lapidem converſa, & qui propter raritatem magni fiunt, lithanthraces; ſunt enim in bononienſi agro pauciſſimi; ceterum vix quidquam ab aliis differunt, qui in terris aliis viſuntur, & famam habent. Accendi faciles, flammam emittunt ſubobſcuram, odore gravi, capiti noxio. Combuſti cinerem deponunt ſubflavum, quo in cinere particulæ deliteſcunt ferreæ complures, quas magnes excitat. Aldrovandus lithanthraces quoſdam memorat, quo magis credi poteſt, bononienſem agrum numquam hoc genere caruiſſe.

Non eſt hic ſilentio prætereundus limpidiſſimus aquæ fons, in quem præcipue Blancanus ſtudium contulit. E foſſæ cujuſdam fundo exiens limum miſcet, & bullulas attollit; qua labitur, ochram lutei coloris dejicit; ſicubi ſtagnat, tela obducitur, quæ pro vario intuentium ſitu colores varios exprimit. Sapor aquæ inſuavis, & æris aliquid ſubeſſe ſignificans. Ea fortaſſe de cauſa loci accolæ ærofam aquam appellant.

Hanc aquam nobilitavit Blancanus experimentis non nullis, quæ, ut ipſe narrat, ſic cedunt. Si qua aquæ portio in vitream phyalam brevi, anguſtoque collo infundatur, ut tertiam interioris ſpatii partem repleat, tum digito ad os appo-

ſito

ſito vehementius agitetur, ſpumas agit. Sublato digito ventulus ſtatim exit cum impetu & ſibilo quodam. Si oleum tartari admiſceatur, fit opacior; ſi vitrioli ſpiritus, quod album eſt, fundum petit, atque in grumos cogitur; interim bullulæ feruntur ſurſum, quæ ubi deſierint, aqua ad ſe redit, & limpidiſſima apparet. Si ſpiritum ſulphuris & vitrioli tantum admiſceas, commotio fit prope nulla, quo creditum eſt, turbationis illius omnis oleum tartari præcipuam cauſam eſſe.

Hactenus primum Blancani ſermonem expoſuimus, quo ille omnia, quæ ad Vezzanum montem, & finitima ei loca pertinent, complexus eſt. Proximum eſt, ut alterum exſequamur, quo Samodiam, eoſque, qui in illum influunt, amnes explicat. E monte, quem turturis vulgo nominant, Samodia oritur, ad ſeptemtriones defluens, fonte ipſo non contemnendus. Hinc hiemis præſertim tempore immania volvens ſaxa præceps ruit, rapiendis non magis quam confringendis conterendiſque oſtracodermatis omnibus aptiſſimus; itaque nihil horum uſquam oſtendit. Per medios colles longo tractu ſe agens, amæniſſima deinde pertranſit loca, & caſtaneis ditiſſima, duorumque præſertim amnium incurſu fit grandior. Horum alter e baraldorum lamis profectus juxta eccleſiam novam cum Samodia conjungitur, unde illi nomen inditum; nam cum alias bignamorum rivus dictus fuerit, nunc glarea eccleſiæ novæ appellatur. Alter e monteumbrario ortus ad occidentem primum vergit, tum ad orientem ſe inflectit, nec ita multo poſt ad ſeptemtrionem, riviſque aliis atque aliis auctus, eoque maxime, qui glarea ciani dicitur, prope montembellium in Samodiam effunditur. Huic amni glareæ ſerravallis nomen eſt. His amnibus, riviſque aliis minoribus Samodia ditior factus, ac pervetus bazani oppidum prætergreſſus, in bononienſis agri planitiem ſe immittit, viamque æmiliam ſecans, ubi paſſuum millia plus viginti confecit, in rhenum tandem evolvitur.

Locorum fluviorumque ſitu cognito, quæ in ipſo primum Samodiæ alveo, tum quæ in rivis ad Samodiam pertinentibus Blancanus repererit, deinceps dicamus. Ac primum in Samodia ipſo ligni fruſtum reperit, in lapidem converſum, duritie tanta, ut hoc etiam nomine rarum videri poſſet; nam genus utique apud nos eſt infrequens. Siliceum erat pene totum, pondere maximo. Color fuſcus, niſi quod lineis albeſcentibus, inter ſe parallelis diſtinguebatur. Quod ad magnitudinem ſpectat,

ctat, dimidiatum pariſienſem pedem cum digitis tribus longitudine fere æquabat; digitos quinque ac lineas undecim latitudine. Fibrarum veſtigia erant manifeſta; pleræque recta procedebant; aliæ in nodum reflectebantur, craſſitudinis ejus, quæ quintam fere pariſienſis lineæ partem compleret. Nonnullæ, ſi præſertim microſcopio inſpicerentur, ſe intus cavas, quaſi tubulos, oſtendebant, materia illa molli, qua fibræ ligneæ inter ſe nectuntur, in ſilicis naturam converſa. His cavis compertis, arctius jam ei ſententiæ adhærere Blancanus cæpit, ut ſibi plane perſuaderet, lapidem illum veriſſimum olim fuiſſe lignum; eoque arctius, quod ſibi in eo Hireum ſequi viſus eſt, philoſophum ſane magnum, qui has lignorum converſiones in Pariſienſis Academiæ actis ſic explicat, ut videantur omnia in hoc Samodiæ lignum poſſe convenire.

Aliud quoque lignum, ut minus jam de paucitate queramur, in Samodiæ alveo Blancanus reperit, quod pariter lapidis formam acceperat. Fuſcum colore, ponderoſiſſimum, albeſcente quadam tenuiſſimaque materia hic illic, tamquam velo, obductum. Dubitavit aliquandiu Blancanus, quid id rei eſſet; atque animum per omnia verſans, opinionem ſæpius inflexit. Primum lithanthracem eſſe exiſtimavit, verum cum adverſus ignem contumax eſſet, neque odorem emitteret, qualem lithanthraces ſolent, ab opinione deſtitit. Venit in mentem id, quidquid erat, in acidis liquoribus experiri; quod Blancanus dum tentat, plus eum docuit caſus, quam ratio; nam dum fruſtula avellere nititur, in quibus experimentum capiat, lapis illi totus in duas partes diffinditur. Diffiſſus interiorem ſtructuram oſtendit plane ligneam; quippe certiſſimæ apparuerunt fibræ, eumque in modum porrectæ, interſectæque, quemadmodum ſe illas in alio quodam ligni fruſto comperiſſe, graviſſimus auctor, Paſſerius teſtatur. Id Paſſerii lignum in duritiem converſum fuerat tantam, ut chalcedonium lapidem æmularetur. Ceterum is, quo de agimus, lapis, intus nigricans ſplendeſcentes micas, quaſi cryſtallinas, hic atque illic oſtentabat. Fruſtula avulſit tandem Blancanus, & in nitri ſpiritum conjecit. Labem acceperunt nullam, nihilque turbarunt. Hic tum ei de amianto in mentem venit, voluiſſetque id, quod habebat in manibus, referre in amiantina. Hanc illi opinionem ademit Montii noſtri ratio, nam cum fruſtula in eam aquam, cui ſaponariorum magiſtræ nomen eſt, Montio aucto-

re,

re, conjeciſſet, nihil de duritie & firmitate mutarunt. Hac ergo opinione excluſus cogitare iterum cæpit de lithanthrace; ac licet non omnia convenirent, lapidem tamen illum ſuum lithanthracem imperfectum eſſe maluit, quam nullo modo lithanthracem. Eum ergo lithanthracem ſibi finxit, cui lapideſcenti, bituminis quidquid fuerat, evanuiſſet, ut jam neque igni concipiendo, neque odori mittendo, neque omnino calcinationi idoneus eſſet, poſſetque idcirco apyrorum numero adſcribi.

Lapis quoque alius in Samodiæ alveo repertus, formæ mirabilis; quem puellula ut primum vidit, en fungum, exclamavit, fungum pratenſem lapideum; compellanſque Blancanum, ut forte haud procul erat, lapidem illi indicavit. Agnovit illico Blancanus fungi formam; lapidemque evulſit, adſervavitque. Ejus autem hæc erat forma. Umbella pediculo impoſita, inflectens ſe ſe, ex altera parte ad pediculum propius accedebat, ex altera minus prope; qua propius accedebat, ad lineas pariſienſes decem porrigebatur, qua minus prope, ad octo. Latitudine digitum unum æquabat. Pediculus, recta ſe attollens, longitudinem habebat unius fere digiti, craſſitudinem linearum fere ſex. Color per totum ſubflavus. Materies calcaria; idque fruſtulum ejus oſtendit in nitri ſpiritum conjectum; quippe breviſſimo temporis ſpatio ſolutum eſt. Fungum alium hujus ſimilem invenerat multo ante Gregorius Caſalius, eumque boletitem calcarium nominaverat. Exſtat adhuc de invento illo elegans Caſalii epiſtola ad Maffejum.

Poſtquam ea, quæ in Samodia Blancano inventa ſunt, declaravi, venio ad rivos, qui ad illum pertinent; ac primum de iis dicam, qui in Samodiam ipſum, tum de illis, qui in hos feruntur. Serravallis glarea, quod etiam ſupra dixi, prope montembellium in ſamodiam effunditur. Hic amnis nec pauca habet, nec unius generis fruſta, quæ, ſi levigatione perficiantur, diverſas achatum, chalcedoniorumque lapidum ſpecies perbelle exhibent. Hujus generis lapides, quandoquidem in fluviis noſtris haud raro inveniuntur, ſpem faciunt, ut fodinæ olim poſſint in montibus inveniri. Valerius a Bono honeſtus civis & doctus, & Petrus Gratiolius homo e Barnabitarum familia, cum viveret, omni litterarum genere excultus, horum lapidum permultos collegerant, & ſpem auxerant. Iiſdem lapidibus Sighitius Blanchettus Gambalunga, vir nobi-

liſſimus, & ad literas ornandas natus, polituram adhiberi juſſerat, & capſulas ſibi comparaverat omni numero elegantes.

Ad rivum alium veniamus, qui vulgo rivus lezzæ dicitur. Is e præruptiſſimis decidit montibus, unde amæniſſima late vallis proſpicitur, & omnes rivorum, qui ad landam pertinent, origines patent. Ad occidentem fertur, ac prope moletrinam, quæ nomen a jocone obtinet, in Samodiam delabitur. Hoc in rivo cariophylli conſpiciuntur complures mole præſtantes. Madreporarum, bucardiorum, buccinorum, aliorumque, quæ hic pariter viſuntur, teſtaceorum laudari moles non poteſt; ſunt enim omnia, quotquot apparent, contrita, ac prope jam vel ætate, vel labentibus aquis conſumta.

Haud procul hinc rivi in Samodiam decurrunt duo, quorum alter Sancti Andreæ, ſuaviorum alter appellatur. Horum primus aquas recipit montis totii, & in Samodiam defert. Foſſilia corpora nulla oſtendit, niſi vulgaria. Blancanus ergo ad montem ſe convertit, quem totum ex arenaria terra flava concreviſſe tradit, plurimoſque continere balanos nulli baſi adhærentes. Foſſilia etiam permulta commemorat, in quibus vix aliud mireris præter parvitatem; arenam verſanti paſſim occurrunt. Hæc pervolvens plurima agnovit Blancanus ammonis cornua, in quibus eorum, de quibus Beccarius ſcripſerat, placuit recordatio.

Suaviorum rivus e rupibus Sancti Petri oritur inter orientem ſolem & boream; montis totii nemora præterfluit; inde proxime in ſamodiam delabitur. Qua oritur, immenſa quædam foſſilium multitudo ſe prodit, e qua tamen, ut maxime velis, vix quidquam colligas; adeo ſunt omnia frangi celeria; itaque ſtudium fugiunt. Haud longe a rivo rudera effodiuntur marmorea, quæ etiam lapides florentini appellantur, miris imaginibus diſtincta. Has fortaſſe efficit metallicus quidam humor per venas marmoris late pertinens. Aliæ caſtella referunt, aliæ arbores; ſunt, quæ mathematicorum figuras perbelle exprimant. Nec alii abſunt lapides, qui ſimilitudines non ſpecie tantum, ſed toto corpore præſeferunt varias, puta anguium, aliarumque rerum talium, quas qui viderit, is jam illum mirabilium rivum, quem ſupra diximus, minus mirabitur.

Suaviorum rivo explicato, reliquos, vallocchiarum, bovianum, maraſtellicum, caſtioneum, ſtioreum, hæc enim nomina apud vulgus invenerunt, præterire ſe velle Blancanus ſignificat,

ficat, vel quod rivi ſunt ignobiles, vel quod de his ſe alias dixiſſe meminit. Unum tamen præterire omnino non poteſt, quem accolæ ſegæ rivum appellant, quique ab occidente ad orientem decurrens ſamodiæ jungitur. Hunc rivum commendant calcariarum cryſtallorum congeries permultæ, in quibus, ut contemnantur cetera, formæ figura laudatur. His accedunt plumbea fruſtula per alveum late diſperſa. Fama eſt, ædes fuiſſe olim in illis locis ampliſſimas, nobiliſſimaſque, quas vetuſtas conſumſerit; cui famæ & illa, quæ dixi, fruſtula fidem faciunt, & octogoni lapides, quadratæque tabulæ, quæ paſſim in proximis inde campis viſuntur.

Poſtquam rivos Blancanus expoſuit, qui in ſamodiam feruntur, ad alios tranſit, qui prius in ſerravallis glaream ſe immittunt, tum cum illo ipſi quoque labuntur in ſamodiam. Horum tres numerat, cimicellorum unum, alterum merlini, tertium fundamentorum. Hæc illis ſunt nomina.

Cimicellorum rivus e tiolæ majolæque jugis dejectus inter occidentem, & ſeptemtrionem labitur, foſſilium copia adeo clarus, ut pauci illi hoc nomine anteponantur. Neque minus quæ adjacent rupes hac laude claruerunt. Hic ſcilicet præter madreporarum inſignia fragmina, cariophylli viſuntur mirabili magnitudine. His ſtrombi accedunt, conchæ pectiniformes, caſſidiformes, corallinæ, nec non & ſpondyli, & quæ propter paucitatem commendantur, lithoxyla. Inter omnia, quæ adhuc in hoc rivo reperta ſunt, duo longe præſtare videntur: primum lapideus conchæ cordiformis nucleus magnitudine tanta, quanta non facile credi poſſit; is anno milleſimo ſeptingenteſimo ſecundo & quinquageſimo in rivi alveo inventus eſt: deinde cochlea, inter innumerabilia teſtarum fragmina, delecta; cujus forma adeo Blancanum cepit, ut deſcribi illam & in Academiæ conſpectu poni voluerit; nomen illi e Gualterio invenit; neque minus cochleam aliam, quam in eodem rivo repererat, deſcribendam curavit. Porro nihil in hoc rivo frequentius, quod idem & de landæ rivo dici poteſt, quam ſedimentum illud notiſſimum, in quo teſtacea, & cruſtacea perquam minuta quærenti cuivis paſſim ſe offerunt. His Baſſii noſtri ſtudium famam auxit.

Merlini rivus inter zapolini & majolæ montes ad ſeptemtrionem labitur, ac tandem ſerravallis glareæ ſe jungit. Foſſilia oſtentat permulta, ſibi cum cimicellorum rivo communia.

Super his addit & coralloides conchas & lithantraces. Illud etiam huic rivo illuſtre eſt, quod Blancanus non ſine admiratione reperit, prægrandis cujuſdam oſſis fragmentum in lapidem converſi, cujus tanta eſt magnitudo, ut cui generi aſſignari poſſit, non facile appareat, niſi cetaceo. Alii quoque occurrerunt lapides conformatione mirabili, quos tamen fuiſſe oſſa, factoſque inde lapides, affirmare nemo audeat. Formam præſeferunt prope ad cylindricam accedentem, per totum longitudinis tractum perforati. Hos lapides dignos eſſe Blancanus cenſuit, qui in media Academia proponerentur, quorumque inciderentur imagines; conformationis quoque modum & cauſas ſic explicavit, ut præter diligentiam ingenium etiam oſtenderit.

Merlini rivum is ſequitur, quem fundamentorum nominant. In hunc omnes finitimorum camporum, & caſonis montium aquæ coeunt, indeque in ſerravallis glaream delabuntur. Hunc rivum, quæ circa ſunt, commendant; nam primum rupes, quæ illi adjacent, flava plerumque ac cærulea arena conſtant, foſſilibus ditiſſima; quamquam ea vulgaria ſunt & communia; præſtantiora habentur, quæ in fovea inde proxima viſuntur, lapideis congeriebus adhærentia, nativumque adhuc colorem ſervantia. Cum hæc Blancanus perveſtigaret, inſignia turbinum fragmina delegit, divelli digna atque adſervari; in quibus cum Gualterii turbines agnoviſſet neſcio quos, nomen commune fecit. Imagines etiam horum deſcribi juſſit, & in medio poni. Neque minus ſtriatas trochiformes cochleas delineandas curavit, quibus argenteus adhuc color inhærebat. Harum quamplurimas zapolinum petentibus via ipſa exhibet. Inter viam fontes exeunt tartarea quadam materia ſpectandi; aquis enim labentibus fundum petit, & in grumos cogitur inſigni magnitudine. Quæ etiam ad cantajæ domum via ducit, foſſilibus multis eſt nobilis; turbines, ſtrombos, neritas genere varios, & hujuſmodi alia paſſim oſtentat. Illac cum iret Blancanus, cochleam reperit ex marinarum aurium genere, pulcherrimam, quam unam omnibus prætulit. Hujus quoque imaginem delineari voluit, ſibi gratulatus, quod nomen deſcriptionemque in Gualterio inveniſſet. Hæc circa fundamentorum rivum inventa rivo ipſi famam compararunt.

Sic Blancanus, cum naturalem bononienſis agri hiſtoriam texere inſtituiſſet, vezzanum montem, & ſamodiæ amnem,

hæc adhuc nobis ſcribentibus, ornaverat. Speramus fore, ut quæ reliqua ſunt, perſequatur ſtrenue, atque ut res ipſas ſummo ſtudio colligit, ſic narrationem pari diligentia tradat poſteris.

De orientali quodam hyacintho.

FEcit Boehmeri & Kieslingii ſtudium, ut ſi qua occurrerit planta caule bulbifero inſtructa, ne illam liceat contemnere: nam & ipſi hujus generis plantas ſtudioſiſſime perſecuti ſunt; & omnes, quotcumque noverant, retulerunt in catalogos; & botanicos etiam atque etiam rogarunt, ut, ſi quam novam, atque ab ipſis præteritam inveniſſent, ne ſe de illa celare vellent.

Ferdinando Baſſio paucis ante annis contigit, ut unam repererit, quæ illos, quantum ipſe judicat, præteriit. Etenim cum hortum ſibi, ut eſt hortorum cultor egregius, batavorum more inſtrueret, & orientales hyacinthos, quos ſibi plurimos comparaverat, curioſius inſpiceret, unum reperit bulbifero caule inſignem. Succreverat bulbus axillæ, ut fere bulbi ſolent, inter pedunculum, & ſcapum, perfectiſſimamque habebat bulbi formam.

Miratus Baſſius rem novam, quippe qui hyacinthum nullum noverat, cui bulbus ad caulem adjungeretur, florem mirabilem experimentis tentare voluit. Sepoſuit ergo illum ſervavitque diligenter. Mandavit deinde terræ ſuo tempore, ut opus erat; rigavit; nihil eorum prætermiſit, quæ ad florem pulchre educandum pertinerent; exſpectans, ſi inſequenti quoque anno bulbum caule ferret. Exſpectationi ſucceſſus reſpondit; bulbum quippe emiſit planta pulcherrimum, ejus, quem ſuperiore anno emiſerat, plane ſimilem.

Hic Baſſio placuit bulbi ipſius conſtantiam periclitari. Cæpit ergo, quid ei fieret, ſcire velle, ſi ſcapus, cui ſemper adhæſerat, tolleretur. Hyacinthum itaque terræ iterum de more commiſit, ac vere adventante cum ſcapus jam jam floreſcens exiret, hunc ſtatim e centro evulſit. Terram deinde ſuperjecit, compoſuitque, ne vel planta indignaretur, vel inſectis læderetur, aut imbribus. Putabat autem, bulbum ibi adhuc ſub contractiori forma deliteſcere; exſpectabatque, ut is, quan-

quando ſcapus aberat, ad coronam baſis ſe proderet, ſimul atque e terra globus totus extraheretur. Hoc uno bulbus fefellit; nam duobus poſt menſibus, cum Baſſius, amota terra, omnia diligentius perquireret, non ibi, ubi exſpectabatur, ſed ad extremam ſuperiorem tunicam bulbus apparuit; ceterum & conformatus quam optime, & bene altus; multo etiam grandior, quam ſuperioribus annis fuerat, cum floreſcenti ſcapo adhæreret.

His rebus induxit animum Baſſius, hyacinthum illum ſuum caule utique nativum, & proprium bulbum ferre; eaque de re Academiam certiorem fecit, ut hanc etiam, ſi vellet, bulbiferis aliis Kieslingii & Bohemeri plantis adnumeraret.

De phytotypolitho bononienſi.

AFfianus mons eſt non longe admodum Bononia diſtans, ad meridiem, modicæ altitudinis. Qua parte ad ſeptemtrionem ſpectat, ſurſum fertur fere ad perpendiculum, ibique vel maxime horizontalia ſtrata, quibus late diſtinguitur, & tofaceas concretiones quamplurimas, & grandiores lapides, & marina corpora oſtentat. Præter montis radices rivus labitur, cui pariter affiano nomen eſt, quo in rivo ſaxa perſæpe viſuntur, inſigni magnitudine, e vicino monte delapſa.

Huc forte Baſſius cum ſe contuliſſet, in eo, quem dixi, rivulo pergrandem offendit lapidem. Fecit magnitudo, ut quæ intus eſſent, vellet cognoſcere; illum itaque graviori malleo confregit; neque enim erat fiſſilis, ut multi, ſed ex ictu diſiiciebatur, & abibat in fruſta. Hic tum Baſſius mirari lapidem magis cæpit, congeriem ſcilicet materiæ intuens oppido raram, quæque vel primo adſpectu phytotypolithum teſtaretur. De illo poſtea docte admodum in Academia diſſeruit, nemine non rem probante, quippe phytotypolithus ſingularis viſus eſt, qualem nemo ante, Bononiæ quidem, vidiſſet. Sermonem Baſſii licebit legere in opuſculis. Hic ſumma capita attingam.

Ac primum quidem conſiderationem poſtulat materiæ varietas. Etenim cum tria ſint materiæ genera, quibus ſingulis ſinguli fere conſtant lapides, vitreſcens unum, alterum calcarium, tertium, quod, quia igni vehementius reſiſtit, græco vocabulo apyrum nominant, videtur hic, de quo agimus, lapis

pis unus omnia complexus eſſe. Quippe quod Baſſius, cum experimenta in particulis aliis atque aliis cepiſſet, nihilque eorum, quæ ad cognoſcendum materiæ genus pertinent, prætermiſiſſet, vitreſcentes invenit permultas, calcarias haud ſane paucas, apyras etiam nonnullas; ita genus nullum aberat, quamquam vitreſcens dominabatur.

Quod ad lapidis colorem ſpectat, cinereus erat per totum, ſi locum modo unum exceperis, ubi arboris cujuſdam folium perbelle inſculptum viſebatur; nam folii apex colorem alium neſcio quem traxerat. Huic folii imagini animantes ex iis, quos mare gignit, adjungebantur quamplurimi; id quod illorum ſententiam condemnat, qui lapidem inveniri nullum putant, quo ſimul marinorum corporum, ſimul vegetabilium indicia ſerventur. Quibuſcum ut pugnare Baſſius nolit, pugnat res ipſa.

Animalium, quæ dixi, mira erat varietas. Monothalamia aderant quamplurima; neque, ſi univalvium genus quæreretur, aberat buccinum; e bivalvibus pinnas oſtentabat lapis manifeſtiſſimas, mitulos præterea, chamas, tellinas, ſelenes bene multos; quæ Baſſius omnia ut vidit, pro veteri, quæ illi eſt cum his rebus, conſuetudine ſtatim agnovit. Erant autem referta intus omnia eadem illa materia, qua lapis conſtabat; quod ſane argumento eſt, fuiſſe eam olim expeditiſſimam, & labi facilem; ſi enim durior fuiſſet ſemper aut lentior, numquam ſe penitus in omnes concharum latebras inſinuare potuiſſet.

Sed jam ad illam, quam ſupra dixi, folii imaginem redeamus, qua Baſſius uſque adeo ſe rapi ſivit, ut jam marina quæque contemneret. Et vero inſculpta erat tam ſcite, tamque eleganter, ut nihil ſupra; oblonga, in apicem deſinens; coſta, quam etiam rachin vocant, e petiolo ad apicem uſque protenſa; nam etſi petiolus deſiderabatur, ſic tamen terminabatur coſta, ut de petiolo, unde fuiſſet olim evulſa, admoneret. E coſta utrimque oriebantur nervi, omnino tales, quales in foliis arborum eſſe ſolent; & ad limbum non ſerratum illum quidem, ſed paululum undulatum ferebantur. Nihil demum eorum aberat, quæ ad averſam folii faciem pulcherrime perfectiſſimeque repræſentandam opus erant; ut dubitare nemo poſſet, quin veriſſimum cujuſpiam arboris folium in illo lapide, cum olim mollior eſſet, inſediſſet, ſuamque ibi formam reliquiſſet.

Folii imago, præterquam in ea parte, quæ ad apicem pertinet, eodem ubique erat colore, quo lapis totus; namque ad apicem colorem alium traxerat, quem ochroleucum dixiſſes; qui color vel minus attentos monebat, folium, quo primum tempore lapidi ſe applicuit, ſiccum ex ea parte fuiſſe atque aridum. Hinc dubitatio orta, qua nempe de cauſa accidiſſet, ut pars folii exareſcens colorem lapidi induxiſſet aliquem, vigens pars altera, & vireſcens nullum. Ingreſſus in hunc locum Baſſius deterreri ſe confitetur quæſtionis difficultate; eam tamen deterritus tractat, arripitque, undecumque poteſt, argumenta ad rem explicandam. E Juſſieo, philoſopho in primis nobili, multa repetit; multa de ſuo addit, rem tandem expedit, fortaſſe vere, ingenioſe quidem certe. Si perſequar ſingula, longus ſim; unum attingam, ne videar omnia prætermiſiſſe.

Sic ergo Baſſius: cum folium illud, quo de agimus, ad lapidem, qualiſcumque is eſſet, primum delatum fuit, eique adhæſit, inundantibus aquis late omnia (non enim dubium eſt, quin id ad diluvii tempora ſit referendum) cur non ſuſpicemur, virens illud adhuc fuiſſe, cum aliqua tamen ex parte aruiſſet? Ac ſi id conceditur, cur non etiam ſuſpicemur, virentem folii partem mollioremque abſumtam fuiſſe citius, quæ vero exaruerat, diutius reſtitiſſe? Nihil ergo mirari oportet, potuiſſe hanc propter diuturnam adhæſionem colorem lapidi inducere ſui ſimilem; illam non potuiſſe. Id ſane cum ratio ipſa ſuadet, tum vero Baſſius experimento confirmat ingenioſiſſimo; quod ille in ſuo ſermone diſtincte adeo proponit, ut non videatur proponi poſſe aliter.

Cognita folii forma proximum erat plantæ genus cognoſcere, cui illa conveniret. In id quoque ſtudium ſuum Baſſius contulit. Imagines noſtrarum arborum, quotquot apud auctores exſtant, perquiſivit, ſingularum folia comparans; ac cum nullum inveniſſet, quod lapideo illi typo plane congrueret, ad externas plantas ſe convertit, neque indicas quærere prætermiſit, aliaſque barbaricas. Ad extremum Rumphii tabulas verſans, inſpectanſque omnia diligenter, folium reperit imaginis illius ſuæ tam ſimile, ut non ipſa ſibi ſimilior eſſe videretur. Folium Rumphii e quercu eſt indica, quam molucæ inſulæ ferre dicuntur. His viſis dubitari jam vix potuit, quin & veriſſimum folium lapidi inſediſſet, idque molucenſe eſſet, e quercu quapiam jam inde a diluvii temporibus lapſum,

cujus

cujus formam atque imaginem aſſianus mons ad hanc uſque ætatem ſervaſſet.

Cogitanti hæc Baſſio quæſtionis illius veteris in mentem venit, quæ multos adhuc ſollicitat: in quod ſcilicet anni tempus diluvium inciderit. Sunt qui in autumnum putent; alii in ver rejiciunt, alii in hiemem. Atque hi ſacrorum librorum auctoritate inter ſe contendunt. Vodvardus & Schevchzerus eamdem quæſtionem naturali hiſtoriæ vindicant; atque ex his, quæ paſſim in montibus deſederunt, inundationis tempus conjicere ſe poſſe putant; hique calamitatem illam in majum menſem rejiciunt. Mallet Baſſius quæſtionem hanc totam iis relinquere, qui ipſam cum religione conjungunt; neque tamen negat, momenti aliquid ad Schevchzeri & Vodvardi opinionem e ſuo phytotypolitho accedere. Et vero ſi folium quodpiam per diluvii tempus inſedit lapidi, idque e quercu molucenſi erat, & ex parte aruerat, veriſimile valde eſt, in eos dies diluvium incidiſſe, quibus diebus, in molucis quidem inſulis, ex arboribus folia decidunt, atque areſcere incipiunt; id autem fere fit, ſi regionum habeatur ratio, & tempora comparentur, menſe majo vertente. Sic Baſſius, non quæſtionem quidem phyſicis tradi vult, ſed ſi tradatur, Vodvardo, & Schevchzero ſe adjungit. Hæc de Baſſii phytotypolitho, quo nullus adhuc apud Bononienſes eſt illuſtrior.

De marinis quibuſdam rebus in bononienſi agro repertis.

BOnonienſis agri hiſtoriam amplificare pergit Baſſius. Madreporas perſecutus, qua de re in ſuperiore tomo egimus, multa deinde alia perquiſivit, atque omnia uno ſermone in Academia complexus eſt. Quamquam, quæ ſunt communia & notiora, vix attigit; in denticulis quibuſdam paulo diutius hæſit, atque oſſiculis, quod ſint rariora, eorumque ſimillima, quæ Kleinius perbelle expreſſit in altera ex iis tabulis, quas hiſtoriæ piſcium adjecit. Cruſtacea præterea, eorumque partes, cancrorum chelas & crura, quaſi præteriens, memoravit. In teſtaceis tandem conſtitit.

Mirum, quantum his ager abundat. In eo ſedimento, quod ſibi Baſſius ad conſiderandum ſumſerat, erat autem tri-

ginta librarum pondere, tam multa erant comminutorum teſtaceorum fragmina, ut ſedimentum ipſum totum ex his conſtare videretur. Perfecta quoque in his erant teſtacea plurima, atque integra, ut ſeries poſſent fieri; ac ſi univalvia quæras, ex iis, quæ polythalamia dicuntur, nullum prope genus aberat. Quæ enim Joannes Blancus, homo harum rerum apprime ſciens, in ſedimento Ariminenſis litoris numeraverat, quæque & Rumphius & Gualterius, indagatores egregii, propoſuerant, ea Baſſius in ſedimento illo ſuo invenit prope omnia. Quin formas præterea notavit tres, quas novas libenter dixerit; quamquam tertiam vix audet; nullam certe apud auctores reperiſſe ſe meminit. Has paucis exſequar.

Ac primum ammonia occurrit quædam. Ea eſt in trochi modum convoluta, ut minus attente conſideranti pro trocho parviſſimo haberi poſſit, cujus baſis lineam pateat paulo plus unam. Quod ſi, microſcopio adhibito ſatis bono, introſpexeris, thalami apparebunt permulti ſiphunculis ſuis inter ſe communicantes; quorum thalamorum diſtinctio manifeſta & patens, quæque in exteriori etiam prominenti facie ſe oſtendit, novitatem generis prodit; non enim de ammoniis aliis id legitur. Ammonias hujus formæ numeravit Baſſius ad ſexdecim.

Poſt ammonias ad nautilos quoſdam venio, quos ille tamquam novos propoſuit. Hos primo adſpectu vix ab illo diſtinguas, quem Gualterius in teſtaceorum conchyliorum indice, tabula decima nona, ad literam C expreſſit; ſed ſi diligentius inſpexeris, genus aliud agnoſcas. Nautilo enim, quem Baſſius protulit, umbilicus ad centrum prominet, quo Gualterii nautilus caret. Deinde illius coſta tenuiſſimo inſtruitur margine, & diaphano, in ſerræ modum ſecto, cui decem ſunt inflexi dentes, atque acutuli, thalamis totidem exterioris ſpiræ reſpondentes. Dentes Gualterius in nautilo illo ſuo numerat non plus quatuor. Videtur ergo genus aliud deſcripſiſſe. Baſſius ex eo genere, quod ipſe deſcripſit, nautilos integros legit omnino ſeptem; neque dubitavit, quin multo plures inventurus fuiſſet, niſi ſedimentum illud ſuum manu verſans, contrectanſque ſæpius, multos per imprudentiam fregiſſet; ſunt enim tenues admodum, ac friabiles, ut vel leviſſimo attactu rumpantur. Qui magnitudine præſtant, lineas quatuor pariſienſis digiti non excedunt.

Or-

Orthocerata, quæ tertia eſt ſpecies, invenit Baſſius omnino tria, digito uno longa, lineam lata vix unam; æque fere craſſa per totum. Exteriores coſtulas perpetuas habent, nullis neque foveis, neque prominentibus anulis interruptas, qui de ſubjectis interioribus thalamis moneant. Quo quidem videntur ab eo differre, quod expreſſit Gualterius in tabula decima nona ad litteram L. Hanc differentiam vix tanti Baſſius facit, ut genus mutare velit; neque cum iis admodum pugnet, qui varietatem potius aliquam in eodem genere agnoſcant. Atque hæc quidem ad univalvia pertinent polythalamia, quæ cum Baſſius expoſuiſſet, ad monothalamia, quæ ſibi in ſedimento illo ſuo reperta fuerant, ſe convertit.

Harum ſpecies miratus eſt duas, nemini adhuc, quod ipſe ſciat, deſcriptas, turbinatorum alteram, quæ buccinis, alteram non turbinatorum, quæ dentalibus adnumeravit. Quæ in buccina referuntur, ſunt rariora, quippe quorum tria tantum Baſſio occurrerunt. Præſtant autem magnitudine, ut quæ digitum ipſum longa, dimidiato ſunt lata. Os illis oblongum eſt, in roſtrum deſinens inflexum canaliculiſque diſtinctum. Septies in ſe volvuntur; tubulatis complanatiſque ſenſim aculeis ad coſtas hærentibus. Quo ſane a buccinis aliis differunt, quotquot adhuc ſunt cognita.

Dentalium, ſic enim Baſſius ſua illa monothalamia non turbinata appellat, mira eſt frequentia. Longitudine digitum fere ſuperant, diametro, qua parte magis craſſeſcunt, lineas duas; læviſſimi ſunt, inflexique leniter. Intumeſcente, qua craſſiores ſunt, teſta, duo, treſve formantur anuli, quorum diſtantia lineam æquat ferme unam. Hæc extra apparent. Interior cavus magis magiſque anguſtatur, prominentium anulorum indicium nullum habens. Ut his ergo dentalibus dentales alii ſint ſimiles, hoc certe differunt, quod anulis ornantur nullis.

Cum hæc Baſſius ſatis diligenter explicaviſſet, peregit reliqua quaſi feſtinans. Ad bivalvia tranſiit, quorum quamvis minor eſſet numerus, tredecim tamen ſpecies agnoviſſe ſe ajebat: univalvia in ſex & quadraginta diſtinxerat. Tum ad polyvalvia ſe contulit; echinum ſe unum integrum vidiſſe narravit, longe exiguiſſimum; aliorum etiam particulas, ſed eas & minimas & pauciſſimas; mamillas, aciculas, ſudes, oſſicula præterea varia, in quibus nihil eſſet memoria dignum.

Neque hæc oratione tantum expoſuit, ſed ſingulas etiam res colligens, digerenſque in ordinem, ſuum cuique aptavit locum, madreporiſque adjunctis nonnullis, tabulam oryctologicam fecit, qua nihil elegantius. Atque hanc ſub oculis academiæ poſuit, ut iis, quæ diſputaverat, fidem faceret; quamquam is eſt Baſſius, cui nihil non credatur vel ſine tabula.

De xylophthoro quodam.

XYlophthorus vermiculus quidam eſt, in chryſallidem primum, tum in papilionem ſe vertens, ut vermiculi alii ſolent. Creditus eſt ligna corrumpere; falſo fortaſſe; ſed tamen eſt creditus, indeque nomen invenit. Multa habet ſcitu digna: in his procreandi modum, quo a communi inſectorum conſuetudine mirum quantum diſtat.

Mirum eſt autem vermiculum hunc Ariſtoteli fuiſſe cognitum, poſt Ariſtotelem vero tam paucis; neque intelligi ſatis poteſt, cur non multo plures ad eum obſervandum auctoritas tanta commoverit. Ex omni antiquitate, ſi Plinium excipias, nominare neminem poſſumus, qui de hoc vermiculi genere verba fecerit. Ac Plinius ipſe nihil de hoc tradit, quod non ab Ariſtotele accepiſſe videatur; tantum vermiculi nomen non retinet. Intellexit fortaſſe id minus convenire, Ariſtotele, a quo alia didicerat, in hoc doctior.

Ut ad præſentem memoriam accedamus, Aldrovando quidem excepto, vix quemquam invenias, qui in hoc vermiculo ſtudium poſuerit, præter Reaumurium, & pictorem berolinenſem neſcio quem. Atqui Reaumurius perpauca tradit, nec ſibi ipſe ſatisfacit; & xylophthoros non admodum multos nactum ſe eſſe dolet propter nimiam eorum in pariſienſi agro paucitatem. Pictor, ut vermem perbelle expreſſerit, & papilionem adjunxerit, atque omnia ad ſummam elegantiam finxerit, nihil tamen docet præter formam, ut pictor ſcilicet.

Unus itaque Aldrovandus reſtat. Nam Linnæus, a quo nihil non exſpectandum videbatur, cum omnia, quotcumque potuit, inſectorum genera perveſtigaverit, phalænarumque ſpecies numeraverit amplius trecentas; xylophthori tamen nuſquam meminit, ejuſque papilionem, quamvis veriſſima phalænæ ſpecies ſit, prætermittit. Quo facile credi poteſt, fuiſſe illum

illum a Vilkio etiam & Geero, aliiſque prætermiſſum, quos utique Linneus legerat, cum ſua ſcripta ederet, & a quibus tam multa accepiſſe ſe profitetur. Credendum ſane eſt, xylophthoros in locis illis, in quibus auctores hi floruerunt, minus frequentes eſſe, vel etiam nullos; ut eorum cognitionem capere ſcriptores quamlibet accurati non potuerint.

Aldrovandus ab omni parte felicior; cui neque xylophthororum copia defuit, & quamvis non omnia animadvertere ipſe potuerit, & procreationis, quem dixi, modum prorſus ignoraverit; quæcumque tamen Ariſtoteles ex veritate docuerat, obſervando comperit, & multa addidit, quæ Ariſtoteles non docuerat. Is enim cum chryſallidem vidiſſet; quid inde exiret, ſcire non potuit; Aldrovandus & chryſallidem comperit, & poſt deinde papilionem ex ea fieri animadvertit; atque hunc fuſcum agnovit, pennatumque. Eoque progreſſus eſt, ut etiam xylophthororum fecerit genera; nam cum multos exinde vidiſſet, eorum quidem, quos antea viderat, ſimiles, ſed tamen candidiores multo, multoque minores, quorum papiliones candidiores & ipſi erant, minoreſque; non dubitavit e xylophthoris his minoribus genus alterum facere.

Quin etiam ſimilitudine quadam ductus ad xylophthoros aquatiles neſcio quos delapſus eſt. Etenim cum animadvertiſſet, terreſtres illos, de quibus modo dicebamus, tunicam gerere feſtucis ex omni parte munitam ac ſeptam, idque ſimiliter paluſtres quoſdam vermiculos facere, placuit omnes uno eodemque vocabulo comprehendere. Sic duas xylophthororum conſtituit ſpecies, terreſtrium & aquatilium, quamquam neque forma conveniunt, neque ingenio; ac ſi illum demas feſtucarum ornatum, nihil habent commune præter nomen. Neque vero iſta xylophthororum aquatilium ſpecies alios naturæ hiſtoricos fugit; ſiquidem paluſtres illas beſtiolas vel ante Aldrovandum Belonius obſervaverat, etſi alio notaverat nomine; eaſdemque poſtea Vallisnerius obſervationibus bene multis claras fecit. Atqui hi duo terreſtres xylophthoros prætererunt; neque eos multi feciſſe videtur Reaumurius, qui tantum ſtudii in aquatilibus poſuit.

Voluit ergo Cajetanus Montius ad terreſtres xylophthoros ſe conferre, ut quod argumentum Ariſtoteles primum expoſuerat, paulo plus deinde expoliverat Aldrovandus, id ipſe perficeret, ſi poſſet. Quare ut rem ordine pertractaret, nihil-

que

que reliquum faceret, univerſo genere in ſpecies varias diſtributo, de ſingulis agere conſtituit; ac primum eam perſequi voluit, quæ xylophthoris minoribus conſtat, quamque Aldrovandus ſecundam poſuit. De hac igitur ſpecie ſermonem ſcripſit, quo quid fieri abſolutius poſſit, vix video. Hic ille, cum, quæ xylophthoris omnino omnibus conveniunt, breviter recenſuerit, ad eam, quam ſibi propoſuit, ſpeciem ſtatim ſe confert. Quid beſtiolæ accidat, dum adhuc eruca eſt, exponit; deinde quid ei fiat in chryſallidem verſæ; quid tum demum, cum papilio evaſit. Præterea quo ingenio ſit, docet, quibus moribus, quæ ei procreandi ſit ratio: quo modo etiam cuſtodiri, ſi qui illam ament, atque ali poſſit. Videtur iſta xylophthororum ſpecies ſe totam Montio aperuiſſe: id quod ſermonem ejus legenti manifeſtum erit in opuſculis. Hic ſumma ejus capita attingam leviter, neminem enim fore arbitror, quin Montium ipſum malit legere. Exordium hinc ſumam.

Cum xylophthororum ſpecies multæ ſint & variæ; omnes tamen hæc habent communia. Primum e veriſſimo erucarum ſunt genere. Deinde tegumen ſibi contexunt filis tenuiſſimis, quæ ſerica prope dixeris. Deinde hoc ipſum, quod dixi, tegumen levioribus arreptis rebus, undecumque illas arripuerint, obducunt. Poſtremo in papiliones vertuntur, in quibus papilionibus quæ feminæ ſunt, alarum, pedumque commoditate carent; ovula autem ſic ponunt, ut in eo quidem ab inſectorum aliorum conſuetudine longe diſcedant. Hæc fere ſpeciebus omnibus communia.

Illa autem xylophthororum minorum ſpecies, quam primam Montius conſiderandam ſuſcepit, ſe ipſa, vel nemine cogitante, quaſi in duos ordines dividit, qui, ut cetera ſimillimi inter ſe ſint, ornatu certe differunt; alii enim tegumen arreptis feſtuculis ſibi ornant, alii arenulis, lapilliſve; illos ergo feſtucarios Montius nominat, hos arenarios; profiteturque ſe in feſtucariis maxime ſtudium poſuiſſe.

Ac tria quidem in his potiſſimum veniunt conſideranda, quoad ſunt erucæ; primum vermiculi ipſius forma, tum tegumentum, deinde feſtucæ, quæ tegumento adjunguntur. Quamquam forma nihil fere habet proprium; eſt enim erucarum aliarum plane ſimilis, earum utique, quæ in papiliones tandem vertuntur, quaſque papilionum larvas Linnæus nuncupat. Eadem capitis, eadem oris, eadem mandibularum ſtructura

ſtura eſt; idem anulorum numerus; idem ſtigmatum, ſive trachearum poſitus; ut qui alias erucas noverit, non ſit ei deſcriptio hujus requirenda. Pedes habet ſexdecim, ut pleræque aliæ; cruſtatos ſex ſive ſquamoſos, ad primores anulos; reliquos membranaceos. Atque horum quidem, qui membranacei ſunt, nullus ad incedendum eſt uſus. Capitis color varius, ex albo nigroque conſtans; ut hoc etiam xylophthorum illum agnoſcas, de quo tradidit Ariſtoteles. Priores tres annuli graciliores, nitidi, candidi, quaſi eburnei, nigris tribus lineis per longum ductis diſtincti, corpus reliquum tumidius, colore e rubro ad flavum vergente.

Tegumentum, quod etiam folliculum recte appellaveris; haud ſcio, an rectius tubulum; materie conſtat araneoſa, & quaſi bombycina, intus candidum, læve, argentei fere nitoris; Extrinſecus feſtucas ex omni parte ſibi adjungit; quibus detractis ſic ſe oſtendit quaſi pulvere obſitum. In medio craſſius, ut fuſi quaſi formam præſeferat. Orificia in eo patent duo ſibi ex adverſo reſpondentia. Horum alterum ad caput pertinet, & paulo eſt latius; quamquam id beſtiola relaxare, & conſtringere, ut vult, poteſt. Alterum eſt anguſtius, atque hinc alvi feces defluunt.

Antequam dico de feſtucis, quæ tegumento huic, ſeu tubulo, mirabili quodam modo adjunguntur, placet harum, quas adhuc expoſuimus, partium utilitates quaſdam animadvertere. Dum quieſcit animal, ſe totum intra tubulum recondit, ac tum quidem, præſertim cum tubulum feſtucæ cooperiant, animal vix agnoſcas. Cum vult ingredi, orificium anterius laxat, indeque caput profert, & primores anulos, quos ſupra demonſtravimus cruſtatis pedibus inſtrui. His graditur, & reliquum corpus cum tegumento ſuo poſt ſe trahit. Quod ſi quo metu inter incedendum capiatur, caput continuo & pedes retrahit, ſeque intra tegumentum totum abdit; ac ne decidat, ſi in acclivi forte verſetur, ſtamen protinus ex ore effundit tenuiſſimum, quo ſuperiorem tegumenti partem loco ipſi agglutinat.

Sed jam de artificioſo feſtucularum amictu dicamus, quas neque temere videtur animal arripuiſſe, neque quaslibet. Quæſitas ſtudio dixeris, atque e gramineis fiſtuloſis culmis de induſtria reſectas. In longitudine etiam delectus apparet; quippe omnes vel æquant tubulum, vel paululum excedunt, ſi

quid

quid excedunt. Neque minus elucet induſtria in locandis ordinandiſque; quippe quæ ſic diſponuntur, ut parallelæ ſint omnes cum inter ſe, tum ipſi tubulo, niſi ſi quid forte ad orificia convergunt, & inclinantur non nihil. Omnino tanta eſt in hoc ſepimento condendo ſollertia, ut jure Ariſtoteles id potiſſimum in his beſtiolis notaverit.

Poſtquam & vermiculi formam, & folliculum, & feſtucas folliculo adhærentes expoſui, quæret aliquis quo anni tempore hoc erucarum genus in conſpectum veniat, quæque ei ſit vitæ ratio: cui ſatisfacere promtum eſt. Prodeunt nempe erucæ hæ circa majum juniumve menſem, dum ver adoleſcit & vigent omnia. Per macerias hortorumque ſepta paſſim vagantur, neque ubi antea delituerint, aut unde victum quæſiverint, aut quo modo, compertum eſt. Sunt tamen, ut primum apparent, ætate ſatis firma, juſtæque magnitudinis, ut jam in chryſallidem, ſive aureliam, converti parent. Quod ſi interim in pyxidem, aut vas quodpiam vitreum includantur, ibi agentes jejunium ad multos dies tolerant.

Quando xylophthorum, dum eruca adhuc eſt, conſideravimus, ſequitur, ut eidem quid fiat, explicemus, in chryſallidem ſe convertenti. Futuræ mox converſionis hæc ſunt ſigna. Capeſſit animal ſuperiora loca, ac, ſi incluſum fuerit, ad vaſis operculum repit. Tum ſtamen ex ore profundit copioſius, denſioremque quaſi telam contexens anterius folliculi ſui oſtiolum occludit, idque aut operculo, ſi vaſe quopiam continetur, aut, ſi eſt liberum, parieti, aut lapidi cuidam affigit. Folliculus ipſe manet pendulus poſteriore orificio deorſum ſpectante. Suſpenſo ad hunc modum folliculo, animal, quod intus eſt, intra paucos dies ſe totum volvit, poſtremamque corporis partem ad orificium ſuperius, caput ad inferius convertit. Hoc modo ad chryſallidis formam accipiendam ſe comparat.

Ut autem chryſallis fiat, id ſatis videbor declaraſſe, ſi dixero xylophthorum, de quo hic ſermo eſt, in chryſallidem non ſecus verti, quam erucas pleraſque omnes. Paucos dies immotus manet; tum ſeſe contrahit, ſpoliiſque excuſſis veteribus, & in ſummam folliculi partem rejectis, chryſallidem tandem ſe eſſe oſtendit. Illud autem xylophthororum chryſallidibus maxime proprium, quod eſt in his ſexus diſcrimen manifeſtiſſimum. Mares ſcilicet bombycum chryſallides præclare

imi-

imitantur. Forma eadem. Idem color. Futuri etiam papilionis imaginem quaſi impreſſam oſtentant, ut caput, oculos, pedes, alas agnoſcas. Grandiores ſunt feminæ tumidioreſque, totæque pene ex anulis conſtant. Vix ulla habent futuri papilionis indicia; nam quamvis capitis oculorumque ſignificatio ſit aliqua, alarum nulla eſt.

Atqui eſt diſſimilitudo iſta marium feminarumque in papilionibus maxime ſpectanda. De papilionibus ergo, quando & res ipſa, & propoſitus ordo id poſtulat, breviter dicamus. Altera tertiave hebdomada poſtquam chryſallis perfecta eſt, erumpit papilio; hic vero tanta eſt marium feminarumque differentia, ut ſit de utriſque ſeparatim dicendum. Mares e chryſallidis ſpoliis, quaſi vinculis, exſoluti, dilatato inferiori folliculi orificio, exeunt alacres, ad volatum promtiſſimi, mire parvi. Antennas ferunt nigricantes, neque ſimplices, ut voluiſſe videtur Reaumurius, ſed pectinatas, & ad ſimilitudinem plumæ diſpoſitas. Neque minus nigris ſunt oculis. Hiatus oris nullus apparet. Thorax atque imus venter admodum graciles, coloris cinerei. Crura longiuſcula, atque inflexa. Alæ tam interiores, quam exteriores, utrimque pullæ, quas Reaumurius ad imam oram fimbriatas vere propoſuit, quamvis iconem illam ſuam non omnino ex vero videatur duxiſſe; quare veretur Montius, ne aliud papilionis genus ante oculos habuerit. Sic ſunt mares.

De feminis difficilius eſt diſtincte explicateque dicere, nam & res ipſa eſt implicatior. Non enim forma tantum, quam habent poſtquam e chryſallide prodierunt, ſed ipſe etiam prodeundi modus conſiderationem propriam requirit. Ac forma quidem uſque adeo feminæ a maribus diſtant, ut qui, unde provenerint, neſciat, ejuſdem eſſe generis facile neget. Feminæ corpus arcuatum eſt, flexile, quodque ipſa, quoad vires ſufficiunt, in circuli modum torquere ſolet. Cervix duriuſcula, nitida, quaſi cornea, deorſum inflexa, ut caput protegat. Eſt autem caput minimæ magnitudinis, in quo os nullum apparet; ac facile poſſet fallere, niſi ſi puncta duo nigricantia de oculis admonerent. Antennas habet ſimpliciſſimas, demiſſaſque, & pedibus circumvolutas, exilitatis tantæ, vix ut microſcopio cerni poſſint. Quare pictor ille, quem Montius ad delineandum animal acceſſiverat, ut omnia exprimere ad magnitudinem veram maxime vellet, non potuit

 ta-

tamen quin antennas juſto craſſiores faceret. Reliquum corpus annulis duodecim diſtinguitur, quorum primores tres ad cervicem pertinent, ac pedibus inſtructi ſunt, inflexis, pellucidis, gracilitate, atque imbecillitate tanta, ut eorum utilitas nulla eſſe poſſit, neque ad ingrediendum, neque ad inſiſtendum. Qui ſecuntur annuli, dilatantur magis magiſque, uſque dum ad poſtremos ventum ſit, qui rurſus modice contrahuntur. Totum corpus, ſi cervicem modo excipias, molliuſculum, glabrum, coloris ſublividi. Inciſuræ ſingulæ in dorſo tranſverſa zonula diſtinguuntur coloris e violaceo nigricantis. Extrema alvus in annulum deſinit tomento quodam flavo implicitum. Ea res maxime hoc animal e phalænarum numero eſſe teſtatur. E medio hoc annulo oviductus porrigitur, prælongus, tubulis tribus compoſitus, quorum tubulorum alius alium excipit, eductique alius ex alio oviductum ipſum longiorem brevioremve faciunt, ut vult animal, & in diverſas partes flexilem. Hæc ei commoda, ut vult Montius, ad pariendum ſunt data. Sed jam quemadmodum hæ feminæ, ubi ſe e chryſallidis involucro expediverunt, e folliculo deinde prodeant, ex eodem Montio, doceamus. Dilatato aliquantulum inferiori orificio, caput primum efferunt, tum pedes. His folliculum, & feſtuculas ipſum ſepientes apprehendunt, & reliquum corpus extrahunt; tum protinus in orbem torquentur, atque oſtiolo, unde egreſſæ ſunt, extremam alvum, & oviductum obvertunt. Sic deinde immotæ manent.

Ac me jam in eum locum deduxit oratio, ut poſtquam varias xylophthori mutationes explicavi, quemadmodum ex eruca chryſallis fiat, tum e chryſallide papilio, doceam tandem, quo modo vermiculus oriatur, totamque generationis rationem evolvam: rem cognitu cum in aliis inſectis omnibus perdifficilem, tum in hoc maxime propter ſingularem, & plane mirabilem procreationis modum: in quo explicando neminem hæſiſſe pudeat, cum Reaumurius ipſe hæſerit; qui quamvis de xylophthoro, ut & de aliis multis, præclare ſcripſerit, ejuſque ortum ſtudioſiſſime ſit perſecutus, in eoque haud pauca animadverterit conſideratione & ſcitu digna, ſatisfacere tamen ſibi ipſe non potuit; quo intelligitur, eum ne rei quidem ſatisfeciſſe. Ut ergo res habeat, utque ſe Montio noſtro ſua quaſi ſponte aperuerit, protinus exponam; totumque inventionis hujus narrabo ordinem, quo & Montii dili-

gen-

gentia appareat, &, quæ in obſervatoribus laudari non minus ſolet, felicitas.

Vernum erat anni tempus, habebatque Montius horti facultatem xylophthororum frequentia inſignis. Horum ergo colligi complures juſſit, & ad ſe afferri, eoſque partim ligneis arculis, partim vaſis vitreis incluſit. Hic omnes, niſi ſi quos aut ichneumones aut muſcæ vitiaverant, in chryſallides primum, deinde in papiliones ſe verterunt, alios mares, alios feminas, uti ſolent; quamquam feminarum major erat numerus. Has beſtiolas dum ſæpius inviſit Montius, facile apparuit, fortuna quid valeat, ſi ad diligentiam accedat. Die quodam ligneam forte capſulam aperit, qua folliculi aliquot continebantur, unde erant papiliones quam primum exituri. Hic ſubito feminam conſpicit, prodire e folliculo nitentem, cum pedibus adverſus feſtucas connixa corpus jam jam educeret, ſeſeque in annuli formam inflecteret. Erat tunc Montio papilio mas, paulo ante e folliculo egreſſus, alacris, magnitudine præſtans. Is ſub vitrea campana, in quam illum Montius incluſerat, ut eſſet ſcilicet pictori conſpicuus, delinearique commodius poſſet, huc atque illuc volitabat liberius. Venit in mentem experiri, an hunc repertæ modo feminæ adſpectus alliceret, præſertim cum ea optimi eſſe habitus videretur. Elata igitur paululum ex altera parte campana, eam, quam dixi, feminam, ſuo, ut adhuc erat, folliculo adhærentem, ſubmiſit Montius leniter, avide exſpectans, quid fieret. Ne longum faciam: conſpecta vix dum femina, ad eam mas advolavit. Cum ter quaterque circumvolitaſſet, eam demum ambabus complexus alis ſuperincumbens operuit; in eoque poſitu, antennis demiſſis ad minuta ſe tenuit fere quatuor. His exactis volatui rurſus ſe dedit. Quis non ſtatim intelligit, qualis corporum commiſtio fuerit in illa mora? Sed cetera perſequamur.

Mas triduum deinde vixit. Femina congreſſu illo vix dum exſoluta, folliculo, cui adhuc adhærebat, oviductum continuo cœpit inſerere altius, tum contendere, atque urgere, parienti ſimilis; inter hæc gracileſcere magis magiſque. Hora tandem quarta exanimis cecidit. Quod illi ex maris congreſſu, & partus labore accidiſſe, eſt creditum; quippe conſtat, feminas alias, quas nondum mas attigerit, vaſis vitreis incluſas, ſolitas eſſe vitam trahere ad dies circiter tres. Hic ſane dubitari

vix poterat, quin pariens femina ova quæpiam conatu illo tanto in folliculum immiſiſſet, quæ ova patefieri potuiſſent, ſi qui folliculum aperuiſſet; ſed veritus Montius, ne quid intus turbaret, non eſt auſus. Ita conjectare maluit, dum res ipſa ſe proderet. Ceterum erat folliculus in ſpeciem integer, aliorumque ſimillimus, qui vel vivas intus gerunt chryſallides, vel nullas. Omnino ovulorum ſuſpicionem nullam dabat. Suſpicabatur tamen Montius, neque a ſententia diſcedebat. Cum dies ipſos viginti exſpectaſſet, ecce tibi ex eodem oſtiolo, quo ovula introducta fuiſſe putabantur, magnum ſubito prodire erucularum numerum, quæ nihil magis viderentur, quam parvuli xylophthori; ac ſe veriſſimos eſſe xylophthoros, microſcopio deinde inſpectæ, plane oſtenderunt. Non annuli illis aberant, non zonulæ, non pedes; inceſſus erat, qualis xylophthororum eſſe ſolet. Ac ne quid ad ſummam ſimilitudinem deeſſet, tenuiſſimo, ex ore effuſo, ſtamine tegumentum ſibi ſine mora contexuerunt, tubulóſque fecerunt laxiores, in quos ſe recipere atque abſcondi poſſent. Nihil demum a grandioribus natu, niſi magnitudine differebant. Ea re cognitum plane eſt, xylophthororum ovula intra folliculum, unde eruculæ tam multæ exierant, fuiſſe antea recondita. Reliquum erat ſcire, quemadmodum repoſita ibi ova ſedeant; id enim cognoſcere Montius in eo folliculo non potuerat, quem noluerat aperire. Alios tamen violare deinde non dubitavit, inque his præter omnem exſpectationem comperit, immiſſa ova in folliculum non paſſim diſperdi, ſed intra chryſallidis ſpolia recipi, ibique penitus recondi. Quod cum ſit xylophthoris omnino proprium, magnam habere admirationem viſum eſt; nam de nullo alio inſecto legimus, quod chryſallidem ſibi pro nido paret, in quo ova deponat. Ut ut eſt, his ſane rebus videtur Montius totum procreationis ordinem in obſcuriſſimo inſectorum genere feliciter explicaviſſe, quod antea, quantum ſcimus, nemo fecerat; ne ſpem quidem habuerat.

Cum xylophthoros, quemadmodum naſcerentur, Montius cognoviſſet, voluiſſet præterea eaſdem beſtiolas, ſi fieri poſſet, domi alere, & in longum tempus conſervare. Obſtabat cibi, quo illæ veſcerentur, ignoratio. Non tamen Montius deſtitit: omnia, quæcumque illis gratiſſima futura eſſe exiſtimavit, ſtudioſe collegit; luſtravit loca, quibus illæ errare libentius ſolent; omnes quæſivit herbulas, exhibuitque, parietariam, cicho-

chorium agreſte, urticam, nepetam, gramen; ſuper hæc arborum, quas illæ amare videntur, folia addidit, ulmi, ſalicis, quercus, populi, aliarumque, quas recenſere longum ſit. Cum hæc beſtiolæ ſummo ſtudio quæſita reſpuere viderentur, id gratum habuerunt, quod caſus obtulit. Reptabant per menſam xylophthori quidam parvuli, qui ſeſe e campana proripuerant. Forte accidit, ut e medulla panis, quam pictor, ad illos delineandos accerſitus, manu contrectabat, micæ aliquot in menſam deciderint. Xylophthororum concurſus continuo ad eas factus. Id monuit Montium, illo cibi genere beſtiolas ali poſſe. Neque fefellit; ſiquidem multæ micis illis alitæ ad quintum uſque menſem, eoque amplius vitam commodiſſime perduxerunt. Quamquam grandiores, firmioreſque factæ coryli etiam folia appetere viſæ ſunt.

Cum ſibi Montius xylophthoros ad hunc modum feciſſet domeſticos, nemo mirabitur, potuiſſe eum ingenia illorum, & varios pro vario ætatis flexu mores, appetitioneſque cognoſcere. Creſcunt ſenſim, nec niſi lentiſſime ad magnitudinem juſtam perveniunt; in tubulis ſibi componendis mire induſtrii. Cum illis Montius flores quoſdam aridos, atque, ut erant, varie coloratos, objeciſſet; in hos illi cupide invadentes, fibrillas hinc atque illinc detrahebant; partim tenuiſſimas, quas ſuis ipſi ſtaminibus intexebant; craſſiuſculas alias, quas pro feſtucis folliculo adjungebant; ut eſſent etiam colorum varietate ſpectandi. Tubulos, quod creſcentibus anguſtiores eſſent, miro quodam ſtudio ampliabant; ab imo ad ſummum diſcindebant, rimamque replebant textura quaſi ſerica; ac cum de orificii utriuſque magnitudine nihil mutarent, quod tamen anterius eſt fibrillis adjectis aliis producebant; erantque in his fibrillis jactandis verſandiſque dexteritate mirabili. Exacto fere quadraginta dierum ſpatio mutationem quamdam animalis fieri, color teſtabatur; jam enim primores annuli eburneum quaſi candorem præſeferebant; neque ullas amplius tranſverſas zonas fuſcas oſtentabant; lineæ tantum tres decurrebant per longitudinem dorſi.

Hæc adhuc erant novembri menſe ineunte, quo tempore ex eo numero, quem ſibi Montius conſervandum ſuſceperat, xylophthori erant ſuperſtites quatuordecim. Ceteros caſus varii eripuerant. Qui erant ſuperſtites, ad ſummam campanæ teſtudinem aſcenderunt omnes, ſeque cum folliculis ſuis vitro adglutinarunt. Hærentes ibi totam traduxerunt hiemem, immobiles;

mor-

mortuos dixiſſes. Atqui adventante vere commoveri, tamquam ſomno excitati, & repere rurſum cœperunt. Quod Montius videns curavit illico, ut illis aut micæ panis, aut arborum & coryli præſertim folia ne deeſſent. Subminiſtravit etiam pertenues triticei culmi particulas, quas illi deinde feſtucarum loco folliculis ſuis aptarunt; ut jam præter ſui generis conſuetudinem flavi viderentur. Sic vitam ad junium menſem duxerunt; quo vertente metamorphoſes ſecutæ, quas ſupra explicavimus.

Hactenus quæ xylophthoris, domeſticis quidem & in cuſtodia adſervatis, vivendi ratio ſit, docui. Difficile eſt ſcire, agreſtibus aut hortenſibus quid fiat, ſiquidem vagantes libere obſervatorum fugiunt diligentiam. Itaque & ubi lateant hieme, incertum, & quibus rebus veſcantur. Non eſt ad ultimum prætermittendum de vi, quam habent pro tanta illa corporum parvitate ſane mirabilem. Reaumurius feſtucarum impedimenta conſiderans non dubitat romanis militibus, quos præter modum ſarcinatos inceſſiſſe accepimus, xylophthoros comparare. Montius tam gravi comparatione, tamque magnifica non utitur. Narrat tamen xylophthoros ſe vidiſſe, nec ita paucos, eoſque puſillos, & recens natos, cum tres alios grandiores, ſibique adhærentes circumferrent labore nullo. Tantum vel parvulis ineſt robur.

Antequam finem de xylophthoris dicendi facio, non erit alienum Montii experimentum proponere; ne qui forte Ariſtotelis auctoritate abutantur. Affirmat Ariſtoteles, xylophthoros, ſi per vim e ſuis tubulis extrahantur, ſtatim interire. Id illi fortaſſe aliquando accidit in xylophthoris græcis; numquam Montio in italicis; quamvis & pluries, & per ſummam induſtriam tentaverit. Cum tubulos diſcerpſiſſet, extraxiſſetque animalia, vixerunt ea nihilo minus. Fuerunt, quæ diſcerptos tubulos mirabili induſtria ſarcirent, eaque ſibi rurſum induerent. Alia, cum tubulorum veterum reficiendorum poteſtas non eſſet, goſſipium nacta, ex eo ſibi novos compararunt; quamquam, ſi detur optio, ſarcire veteres malunt, & amant ſuos. Fuerunt etiam, quæ ſine tubulorum adjumento uſque eo vixerunt, dum in chryſallides verterentur. Quibus rebus apparet, vel falſum id eſſe, quod Ariſtoteles tradidit, vel certe non conſtans; niſi forte volumus xylophthoros græcos a noſtris differre, eſſeque teneriores. Hactenus de xylophthoris;

ris; quod genus cum eſſet obſcuriſſimum, fecit jam Montius, ut in cognitiſſimis & maxime illuſtribus haberi poſſit.

De echinorum marinorum inceſſu.

QUemadmodum marini echini incedant, ac per fundum maris progrediantur, quæſtio eſt nondum ſatis explicata. Sunt, qui ſpinas illis pro pedibus eſſe putent; ſunt qui partes alias; ſunt etiam, qui illos ne progredi quidem velint. Quæſtionem eamdem paucis ante annis tractandam ſuſcepit acerrimo ingenio vir, doctrinæque pleniſſimus, Ariminenſis quidam, qui Janum Plancum ſe appellat, nomine non ſuo clarus. Is namque, ut eſt homo ad mare natus, diſciplinarumque omnium, ac præſertim naturalis hiſtoriæ diligens, in quibus diſciplinis nihil eſt tam magnum, quod non ipſe majore complectatur animo, præterire echinos noluit. Ad id etiam Zinannii ſtudio impellebatur; cui cum alia permulta, tum illud maxime illuſtre erit, Plancum incitaviſſe. Sed ad rem ipſam veniamus.

Contulerat ſe Plancus Senas, in nobiliſſimam Hetruriæ urbem; quo fuerat ad anatomen publice profitendam accerſitus. Forte accidit, ut Liburnum conceſſerit. Ibi echinorum magnam copiam nactus, obſervandi ſtudio majore quam antea exarſit; namque Arimini cum eſſet, ſatisfacere ſibi in echinis illis non potuerat; quippe quia non niſi in alto capiuntur, neque deferuntur ad litora, niſi mortui ac pæne fætidi. Liburnenſes inter ſaxa fere degunt, deferunturque in portum vivi & bene valentes. In id ergo ſtudium ſe penitus tradidit; ac licet teſtarum formam, ſtructuramque in Ariminenſibus echinis, quod corporis magnitudine præſtant, quærendam ſibi eſſe exiſtimaverit; ut animalium tamen, quod maxime ſtudebat, inceſſum cognoſceret, ad Liburnenſes ſe vertit. Cum quæ voluerat, peregiſſet, epiſtolam de omnibus ad Baſſium ſcripſit doctam & bene longam, quæ ipſa, credo, legi mavult, quam referri; neque eam dubitabo, etſi alieno ſcriptam nomine, opuſculis adjungere, quippe quam ab Academico ad Academicum fuiſſe ſcriptam affirmare vere poſſum, & quidem ab ornatiſſimo ad ornatiſſimum. Hic ſumma ejus capita attingam breviter, ſicut meus mos eſt.

Ma-

Marinus echinus in teſtaceis, cruſtaceiſve animalibus vulgo numeratur. Ipſum ſpinæ ambiunt, ſive aculei quamplurimi ab exſtantibus papillis provenientes, ex ea parte, qua papillas ipſas tangunt, cavi. Hos aculeos videtur animal pro voluntate, atque ut res poſtulat, commovere poſſe; quare cum papillæ imperviæ ipſæ ſint, neque ullum appareat inter aculeos, & internas animalis partes commercium, proclive eſt credere, illum aculeorum motum tenuiſſima quadam membrana fieri, quæ univerſum animal ambiat; eo fere modo, ut pili moventur in canibus. Tenuiſſimi ſunt, quo minus miremur numerum. Ad duo millia, eoque amplius in uno dumtaxat echino Plancus numeravit; nam cum totam animalis teſtam ex aliis aliiſque partibus mirabili quodam ordine inter ſe junctis conſtare animadvertiſſet, ex aculeorum numero, qui ex una parte prodirent, de ſumma omnium probabili ratione conjecit.

Hic jam, ut cetera ignorentur, de aculeorum iſtorum uſu licet aliquid conjectare. Ac primum dubitari vix poteſt, quin ii dati ſint, ut tueri animal ſe poſſit, neve a majoribus piſcibus deglutiatur. Deinde, quod ad motum inceſſumque ſpectat, de quo nunc maxime quæritur, facile conſtat, poſſe utique animal aculeorum iſtorum ope in utrumlibet latus ſe volvere; procedere autem, & progredi, nequaquam; id quod Plancus luculentiſſimis experimentis in liburnenſibus echinis comprobavit. Nam cum multos Liburni haberet recens e fundo maris extractos, modo hunc modo illum quaſi per jocum inclinabat in latus; illos quippe cognoverat hunc poſitum ferre non poſſe; illi ergo aculeis, quantum poterant, nitebantur, uſque dum ſeſe aut ſupinos rurſum aut pronos collocarent; quamquam, ut experientia Plancum docuit, utque ipſum per ſe veri ſimile valde eſt, proni eſſe malunt. Idque Planco pariter accidit, ſive echinos adhuc in aqua haberet, ſive eduxiſſet. Neque vero aculeis iſtis tanta eſt firmitas, ut prehendere iis quidquam poſſit animal, neque arcte rei cuipiam adhærere; nam ſi extra aquam ſit, & in declivi verſetur, ſuo pondere labitur, neque ſe ſuſtinet, quod eſt a Planco ſæpe animadverſum. Quo minus credi poteſt, quidquam eſſe adjumenti in aculeis ad gradiendum. Vel nullam ergo habent echini greſſus facultatem, vel, ſi quam habent, non eſt ea certe ab aculeis petenda.

Atqui Plancus tamen in echinis illis ſuis, quos vivos

Li-

Liburni in aqua habuit, inceſſum comperit manifeſtiſſimum. Repebant enim, aſcendebantque per vaſis, quo continebantur, latera, quamvis & lævia hæc eſſent, & fere perpendicularia; ac, niſi operculum obſtitiſſet, effugiſſent. Habent ergo echini, quod quidam negant, certiſſimam gradiendi facultatem. Idque unum reſtat cognoſcere, quid eis ſit pro pedibus; nam aculei, ut ſupra vidimus, pedum profecto vices non gerunt. Videamus ergo alias animalis partes, ſi quæ ſunt ad id aptæ.

Scire convenit, inter eos, quos modo dicebam, aculeos innumerabilia patere foramina, unde animal longiora emittit cornua, eademque retrahit, ut lubet: quæ qui crura appellaverunt, ſunt enim, qui ſic appellaverint, videntur quodammodo ad animalis greſſum reſpexiſſe. Hæc cornua, ut vulgare nomen retineamus, in eam longitudinem protenduntur, ut tertia fere parte aculeos ſuperent: cylindrica, & nigri coloris, ſi ſine lente ſpectentur; ſi lentem adhibeas, ubi e foramine exierunt, dilatari magis magiſque videntur, & ad coni formam accedere; internodiis etiam diſtingui albeſcentibus. In extremis cavum patet intus album. Omnino muſcarum proboſcides, aut ora hirudinum imitantur. Cornua hæc Plancus numerans paullo pauciora invenit, quam aculeos. Ceterum non ea profert animal, niſi in aqua verſetur; in ſicco cornua oſtentat nulla.

Si cornuum horum uſus quæritur, non is fortaſſe tota erret via, qui putet, illa echinis data eſſe ad aquam ſugendam; quando & forma ad id vel maxime eſt apta; & ipſum animal, ſi aperiatur, marinam intus, quam ſuxit, aquam oſtendit; idque ei fortaſſe cauſæ eſt, cur, niſi aqua alliciatur, cornua non proferat. Quæ quidem non ſine probabili ratione dicuntur; nihil tamen impedit, quo minus horum cornuum alius quoque ſit uſus, eaque etiam ad incedendum data eſſe ſuſpicemur. Quid eſt enim, quod in aqua incedit animal, extra aquam non incedit, quod eſt a Planco ſæpe numero obſervatum? An non id ſatis oſtendit, ipſum iis partibus ad incedendum uti, quas in aqua profert, extra aquam non profert? Hujuſmodi autem ſunt cornua. Huc adde, quod ea cornuum forma eſt, ut prehendendi quidlibet vim habeant; quare inſiſtens his animal firmiter loco hæret, & in declivi, modo ne illi aqua elabatur, ſuſpenſum manet, & fundo maris interdum ſic adhæret, ut evelli vix poſſit. Quæ pars ad greſſus faciendos ſit aptior, quam quæ eſt ad inſiſtendum aptiſſima?

Gradiuntur ergo marini echini; iiſque ſunt cornua pro pedibus. Neque audiendus Rondeletius, qui cum multa præclare ſcripſerit, & hæc ipſa, de quibus agimus, animalia obſervationibus accuratiſſimis illuſtraverit, mirum tamen, quam multa opinione turbavit. Nam cum illa, quæ ſupra dixi, foramina magno ſtudio obſervaviſſet, in eam demum opinionem venit, nervulos inde exire, qui aculeis robur, ac vim addant; aculeis deinde fieri, ut volutari poſſit animal; hanc volutationem illi eſſe pro inceſſu. Quæ Plancus non ridet quidem; ſed iſtam echinorum volutationem cum illa comparat, quam Ariſtophanes apud Platonem hominibus tribuit; in quo videtur ridere.

Hæc Plancus cum ſcriberet, quæque ipſe obſervando didicerat, cum Baſſio perhumaniter communicaret, facile apparuit, doctorum omnium eamdem eſſe naturam, ut quo quiſque plura cognoverit, eo plura velit cognoſcere; nullumque ſcientiæ modum ponat. Nam cum ille de echinorum inceſſu quærendum ſibi propoſuiſſet, eamque rem commodiſſime explicaſſet, teneri non potuit, quin etiam reliqua, quæcumque in echinis occurrerent, perſequeretur, & digrederetur ad omnia. Itaque ad interiores animalis partes ſe convertens, modo hanc, modo illam ſtudioſiſſime conſectatur. Non os præterit, non alimentorum iter, non anum. Inteſtina agnoſcit, & ventriculos tres numerat. De cibo etiam docet, quo animal veſcitur; neque aſſentitur, arena aut luto contentum illud eſſe poſſe; cur enim eſſet dentibus inſtructum ſolidiſſimis, ſi his tantum rebus veſceretur? Atque hic de dentibus etiam narrat. Membranas quoque nonnullas, valvaſque commemorat. Omnino echinorum inceſſum explicare ingreſſus, nihil non explicat.

Neque echinorum genus illuſtrat ſolum, ſed etiam amplificat, novamque addit ſpeciem; nam præter teſtaceos, cruſtaceoſve echinos, coriaceos etiam inducit, ſeu cartilagineos. Animantes hi ſunt, corio obducti, damaſcena pruna, ubi exſiccata fuerint, referentes, graciliores alii, alii grandiores, in mari ſupero frequentiſſimi. Hos videlicet Plancus facit echinos, ſimilitudine ductus non levi; nam corticem habent ſimiliter contextum, ut echini; & papillas oſtentant, quas Plancus cum perforatas invenerit, jure de cornibus ſuſpicatur; eamdemque coriaceis his echinis incedendi rationem tribuit, quam teſtaceis. Quid quod ne interiorum quidem partium ſimilitudo deſideratur?

tur? Ac ſi differentiæ interſunt aliquæ; quis tamen neget, multas poſſe in eodem genere eſſe formas? Sic Plancus novos quoſdam invehit echinos, & plane ſuos.

Nihil eſt propius, quam ut ſtellas etiam marinas, homo echinorum cupidus, in echinos vertat. Similitudines quaſdam colligit, ut velle videatur. Aculeos habent, ut echini; in marinam aquam immerſæ cornua emittunt; hiſque incedunt; quamquam non recta progrediuntur, ut echini, ſed in orbem tantum volvuntur. Quibus ſane rebus in echinorum numerum facile referantur, niſi differentiæ multæ impediant. Has Plancus minime prætermittit, immo vero recenſet diligentiſſime. Tum ad marinas mentulas digreditur; obſervationes, comparationeſque miſcet varias; quantum ingenio valeat, quo utique plurimum valet, oſtendit.

Indicantur nonnulla, quæ vel in tomos alios, vel in hujus opuſcula rejiciuntur.

SUperſunt nonnulla, quæ negant referri, ſeque in opuſcula rejici omnino poſtulant; ſunt etiam, quæ tomum alium deſiderent. Ex his omnibus illa indicabo, quæ mihi, cum hæc adhuc ſcriberem, erant in manibus.

Ferdinandus Baſſius novum invexit plantæ genus, cui ambroſinæ nomen impoſuit. Quamquam plantam ipſam notaverat multo ante Paullus Bocconus, qui illam fertur primus omnium in Sicilia inſula comperiſſe. Sed, ut inventoribus fere accidit, nec omnia animadverterat, neque, quod caput eſt, generis novitatem agnoverat; plantam itaque & in communes claſſes retulerat, neque delineaverat ſatis apte. Neque multum profecerat Franciſcus Cupanus, quamvis differentias plantæ varias oſtendiſſet; quippe varietas illa omnis, quam ipſe animadvertit, iiſdem plantæ foliis ex ætatis varietate oritur, neque mutat genus. Robertus Moriſonus, & Joannes Rayus nihil non a Boccono ſumſerunt. Baſſius, cum plantam ſibi e Sicilia advectam accepiſſet, relictis auctoribus, ad eam ſe convertit. Pluris ei, quam aliorum ſcripta, res fuit; plantam quippe ipſam diligentiſſime inſpiciens & in omnem partem verſans, novum tandem agnovit genus. Novitate generis comperta illud ſibi concedi voluit, ut nomen etiam novum faceret, & ambroſi-

nam plantam appellavit. Id gratum botanicis futurum eſſe exiſtimavit propter Ambroſinorum Bartholomæi, & Hyacinthi, fratrum memoriam. Quis enim non hos diligat, quos & Ulyſſis Aldrovandi amiciſſimos fuiſſe accepimus, & multa ejus opera tradidiſſe poſteris, & in re herbaria claruiſſe? De planta ipſa, quæ & qualis ſit, quidque ab aliis diſcrepet, Baſſii opuſculum declarabit.

Cajetanus Montius, cujus ſermonem opuſculis inſeram, de ammannia quadam monuit in bononienſi agro præter omnem exſpectationem inventa. Ammannia herba paluſtris eſt, de qua primus omnium tradidiſſe fertur vir magni nominis Sloanius in Jamaicæ inſulæ hiſtoria. Eamdem deinde herbam Jacobus Houſtonus accuratius deſcripſit, & propriis ſuiſque diſtinxit notis. Alii poſtea in plura genera diſpertiverunt. Sperandum vix erat, ut bononienſis ager herbam ferret, de qua adhuc non niſi remotiſſimæ Indorum inſulæ laudarentur. Tamen ne ea nobis deeſſet laus, fecit Joannis Caroli Amadei primum, tum Montii utriuſque, Joſephi & Cajetani, quibus tandem ſe adjunxit Baſſius, diligentia. Res ſic ceſſit. Amadeus forte conquirendarum ſtirpium cauſa ad eam bononienſis agri partem diverterat, quæ ad ſeptemtrionem vergit, maximeque paluſtris eſt. Hic herbam unam inter paluſtres multas, eſt enim locus hujuſmodi herbis frequens, conſpexit, verticillatam, maturis jam ſeminibus gravem, quam cui generi adſcriberet, & quo nomine appellaret, neſcivit; homo ceteroqui earum rerum, ut illa ferebant tempora, peritiſſimus. Ramulos evulſit, & inter chartaceas paginas, uti fit, memoriæ cauſa adſervavit. Hi ramuli poſtea, Amadeo mortuo, ad Joſephum Montium pervenerunt, qui illos diu multumque inſpectans, & genus admirans, quacumque potuit diligentia quærere herbam cœpit, ut virentem, ſi poſſet, florentemque cognoſceret; in eoque labore Cajetanum filium ſibi adjunxit. Ad piſcariolam profecti, paluſtrem locum, haud longe ab urbe diſſitum, magnam ejus, quam quærebant, floreſcentis herbæ copiam invenerunt. Ramulis decerptis quampluribus, ac domum allatis, ſtudium omne contulerunt ad plantam, cujuſcumque eſſet generis, accuratiſſime deſcribendam, incidendamque in tabula. Inter hæc Montius pater deceſſit. Ac jam ammanniæ nomen tota italia percrebuerat; de qua cum Montius filius audiſſet, ſimilitudine neſcio qua ductus ſuſpicari cœpit, herbulam illam, in qua tan-

tantum ſtudii ſimul cum patre poſuiſſet, veriſſimum eſſe ammanniæ genus; neque tamen affirmare quidquam audebat, ſeque ſuſtinebat. Suſpenſum adhuc & dubitantem caſus impulit. Forte accidit, ut cum ſtirpes quamplurimæ ad Ferdinandum Baſſium e Batavia adveniſſent, veriſſima in his eſſet, & certiſſima ammannia. Quam & Baſſius ipſe & Montius inſpectantes, ſimilitudine quadam admoniti, cum herbula illa, de qua dubitabatur, conferre cœperunt, atque ut florum fructuumve clarior eſſet comparatio, hos confeſtim tepente aqua ad viriditatem revocarunt. Tunc enimvero tanta apparuit inter certiſſimam, quæ e Batavia advenerat, eamque, de qua adhuc dubitabatur, ammanniam, ſimilitudo, ut dubitare amplius non licuerit. Sic demum intellexit Montius neque ammanniam bononienſi agro deeſſe, eamque ſibi inſcio jamdudum eſſe domeſticam.

Antonius Baldanus, præſul in primis doctus, auctoritate, & gratia in romana aula florentiſſimus, Academiam bononienſem, cui paucis ante annis adjunctus fuit, non minus ſcriptis ornat, quam nomine. Ab adoleſcentulo naturalium rerum ſtudio ſe dederat, ac multa ſcripſerat minime ab illa ætate exſpectanda. Hæc eadem poſtea, quantum in illo honorum, laborumque curſu potuit, perpolivit, & ad Academiam mittenda curavit. In his Mercati tabulas emendat, illuſtratque, & notis auget ingenioſiſſimis, quæ, ſi latine reddantur, & quod propter ſingularum brevitatem, cunctarumque varietatem & copiam difficile eſt conſequi, in ſermonem unum conferantur, locum ſibi in opuſculis poſtulent. A Mercato diſcedens locuſtis adjecit animum, non his vulgaribus, quibus meſſes corrumpuntur; ſed illis majoribus, quas multi in Turcis pro victu habent. His creditur D. Joannes Baptiſta in ſolitudine illa ſua vitam toleraſſe. Cum forte Baldano contigerit, ut nidum deprehenderit atque ovula, diligentiæ occaſionem amittere noluit. Itaque intermiſſa dudum ſtudia revocans, inſpectavit omnia curioſius, nidulum, latitantia intus ovula, beſtiolas exeuntes, harum formam, magnitudinem, inceſſum; ac de omnibus ſermonem ſcripſit lingua italica nitidiſſimum. Cum in his eſſet; formicarum, in quibus olim ſtudium poſuerat, in mentem venit; ne hic quidem diligentiam deſiderari ſuam voluit; obſervationeſque veteres, quoad memoria repetere potuit, litteris perdiligenter ſciteque mandavit. Subterraneas formicarum do-

mos

mos penetraverat, cubilia perquiſiverat, ſtatiunculas, ambulatiunculas, horreola, ſepulcreta; neque de moribus prætermiſerat, ut multa provideant, ut communi ipſarum bono conſulant. Quæ homo doctiſſimus ſic expoſuit, ut plane intelligatur, potuiſſe illum in his etiam levioribus ſtudiis excellere, ſi voluiſſet. Maluit in gravioribus.

De pororoca, ut in re americana americano utar vocabulo, de pororoca, inquam, ideſt ingenti quadam & ſubita aquarum eruptione americanis gentibus metuenda, ſcripſit nuper ad Euſtachium Zanottum Joannes Brunellus. Is ex America, quo, Luſitanorum Regis juſſu, ad deſcribendos provinciarum quarumdam fines conceſſerat, Ulyſſiponem redierat. Ut eſt in phyſicis mathematiciſque rebus apprime doctus, & ad omnem elegantiam excultus, multa illinc ſcribebat, quæ in terra america animadverterat, ſcitu digna; idque adeo polite, ut videretur Muſas noſtras ſecum in Indiam adduxiſſe. Scripſit modo de pororoca. Scriptum licebit legere in opuſculis. Res ipſa huc ſpectat. Paraum, celeberrimam Indiarum urbem, flumen alluit multorum amnium concurſu inſigne. In his unus eſt Guama nomine, parvam complexus inſulam, ſatis longo intervallo a Parao urbe diſſitam, quam inſulam admirabilis quædam aquarum eruptio nobilem fecit. Statis quippe temporibus paulo ſupra ipſam tanta aquæ vis, & tanto impetu erumpit, ut flumine retrorſum acto ripas ſuperet, & proximos late campos inundet non ſine magno periculo & metu. Hanc eruptionem accolæ pororocam vocant, unde nomen fecerunt inſulæ. Videtur autem tanta illa commotio, veluti maris æſtus, lunæ obſequi; quippe quam novilunia ſingula, & plenilunia certiſſimam afferunt. Perſeverat impetus ad dies paucos; poſt remittit, &, ſubſidentibus aquis, amnis campique ad ſe redeunt. Pororocas alias habet America, in quibus illa maxima numeratur, quæ in ipſo fere Amazonum fluvii oſtio metuenda eſt, multorum naufragiis, & Condaminii periculo clara. Prorumpere autem dicuntur omnes per idem fere tempus. Americani homines, ut minus docti, rem mirabilem pro ſuo captu explicare conantur, & cauſas afferunt, quas Brunellus irridet; tum ipſe explicationem profert ingenioſiorem ex hydroſtaticæ principiis ductam; ac ne hanc quidem multi facit; exſpectatque, ut melius aliquid proponatur.

Veniam, ut ſpero, dabunt medici, ſi id huc transferam, quo

quo illorum ars ornari potuit; non enim, ſi quid medicinam illuſtrat, non idcirco naturalem etiam exornat hiſtoriam. Non dubitabo igitur ea breviter & quaſi curſim indicare, quæ medicus nobilis Janus Plancus de mirabili quadam urina ſcripſit. Scriptum ipſum in opuſcula rejiciam. Summa hæc eſt. Quamvis urina pro rerum, quæ aſſumuntur, varietate colores interdum trahat varios, vix umquam legimus accidiſſe, ut colorem præ ſe ferret cæruleum. Actuarius, medicus in græcis clarus, de ſervulo quodam narrat, qui cum pharmacum aſſumſiſſet neſcio quod, urinam reddidit cæruleam. Alium præterea neminem commemorat. Quamquam cum illud generatim ſtatuat, urinam cæruleam, ſi a pharmaco quopiam cærulea ſit, nullum afferre metum; contra vero metuendam eſſe, ſi colorem ipſa per ſe duxerit; videtur ſane in hujuſmodi urinas pluſquam ſemel incidiſſe, non enim ex obſervatione una ſtatui id poterat; niſi forte volumus, ipſum rationi commiſiſſe omnia, obſervationibus neglectis. Ut ut eſt; facit certe obſervationum paucitas, ut ſi quæ aliæ ejuſdem generis incidant, tradendæ ſint poſteris. Plancus duas profert; quamquam uni ipſe quidem interfuit; de altera audivit ex muliere. Cui interfuit, hæc eſt. Ægrum quemdam dyſuria laborantem medicamentis variis ſublevaverat. Eidem febris acceſſit ex mœrore animi. Quarto, poſtquam decubuerat, die urinam cœpit reddere, cujus ſedimenta colorem cæruleum oſtendebant manifeſtiſſimum, eumque pulcherrimum. In eo perſeveravit ad dies circiter novem; tum mœrore confectus, cum ei ſtetiſſet cibo omni potuque abſtinere, diem obiit. Nihil is ſumſerat, quantum ſciri potuit, unde ille color ad urinam manaret. Aperto cadavere cæruleum nihil oſtenderunt neque veſica, neque ureteres, neque renes. Cum de re nova rumor eſſet, ſermoneſque haberentur varii, narravit mulier præſenti Planco, id ſibi olim accidiſſe, ut, cum novellariæ pilulam ſumſiſſet, diebus ſequentibus urinam fecerit, cujus ſedimenta erant cærulea. Nihil eſt, cur huic feminæ fides denegetur; ac fuerunt fortaſſe alii, quibus idem contigerit, ſed nemo aut obſervavit, aut litteris tradidit; ut ſit Planci in duobus his caſibus non tam felicitas laudanda, quam diligentia.

CHY-

CHYMICA.

De lacte.

PErgit Beccarius, quæ utilia ſunt, ſcrutari, neque a victu diſcedit; illa ſcilicet conſiderans maxime, quibus maxime utimur. Frumenti naturam explicaverat; jurium varietates omnes, & commoda propoſuerat; modo ad lac ſe convertit. Cujus naturam cum præceptores duo longe doctiſſimi Boerahavius, & Macquerus aperuerint, neque omnia tamen animadvertiſſe viſi ſint, conſtituit Beccarius ea perſequi, quæ illi non animadverterunt; quæ animadverterunt, prætermittere. Quod ſtudioſius dum facit, eo vel nolens adductus eſt, ut etiam in his, quæ illi animadverterunt, mutet aliquid. Quid id ſit, ex ejus ſermone intelligi plane poterit, quem referam in opuſcula. Hic paucula excerpam more meo.

Exiſtimaverat Boerahavius, lactis naturam ſalium omnino expertem eſſe. Conjectura erat non levis, ſaltem in bubulo, in quo ille experimenta fecerat. Cum enim lacti recens emulcto modo acida affudiſſet, modo alcalica cujuſvis generis, effervefcentia nulla orta erat, quæ contrarii ſalis præſentiam teſtaretur. Quid quod deſtillatio ipſa ſalem nullum prodiderat? Nam liquor quidem effluens, qualeſcumque illi ſales affuſi eſſent, indicium præbuerat nullum; quæ vero maſſa e deſtillatione in fundo vaſis reſtiterat, adeo nullam injecerat ſuſpicionem, ut eam Boerahavius ne examinandam quidem cenſuerit. Erat pinguis, ut ipſe tradit, dulcis, linguam ſuavitate quadam deliniens. Hæc Boerahavio in lacte recens emulcto obſervata.

Macquerus minus feſtinavit, & lacti ſpatium dedit, uſque dum partes tres illas, in vulgus notiſſimas, butyrum, caſeum, ſerum, diſtinctas haberet, ſeparataſque; nam in ſingulis ſtudium ponere conſtituerat. Quamquam ſerum poſtea prætereundum ſibi exiſtimavit, quod eſſet jam a Gedofredo in Pariſienſis Academiæ actis uſque adeo accurate deſcriptum, ut nihil ad diligentiam tantam addi poſſe videretur. In butyro ergo conſtitit & in caſeo; quæ duo cum diſſolveret, inque id vel maxime ſtudium intenderet, ſalium non nihil reperit; idque om-

omne; quidquid erat, ad acidorum retulit genus. Ita alcalicorum ne veſtigium quidem agnovit in caſeo. Quod quemadmodum cum Beccarii obſervationibus congruat, nemo non facile ex his, quæ dicturi ſumus, intelliget.

Ad Beccarium igitur venio. Is maſſam e lactis deſtillatione reliquam, quam examinandam ſibi, ut ſupra dixi, Boerahavius non cenſuit, examinare ipſe voluit. Hanc ergo e fundo cucurbitæ, ad quem deſederat, in retortum vas intulit deſtillandi cauſa. Comparatis, ut mos eſt, rebus omnibus, vas furno impoſuit. Maſſam ipſam calore, ut fit, primum leni tentare cœpit, tum, eo per gradus aucto, magis magiſque urgere. Liquor primum exiit aquoſus, limpidus, ſaporis nullius. Hunc alter ſecutus coloris fere ad citrinum vergentis, ſaporis aciduli, odoris, qui de acido admoneret. Excepit hunc alius & coloratior multo, & acidior. Is, qui ad extremum exiit, & colore omnes & aciditate ſuperavit. Non dubitavit Beccarius, liquores illos acidos colorem omnem ab oleo illis admiſto traxiſſe. Hic quamvis deſtillatio prope jam finita videretur, non quievit tamen Beccarius. Ignem vel maxime augeri juſſit, & calorem quamvalidiſſime intendi, ſi quid adhuc poſſet elici. Hic tum vapores albi prodire cœperunt, ac per excipuli cavum circumagi; quorum alii ſubinde in liquorem denſabantur, alii parietibus vaſis, quaſi in pulcherrimos diſtincti ramulos, adhæreſcebant. Denſiſſimum inter hæc oleum, & fœtidiſſimum liquori ſupernatabat. Hic tum vero deſtillandi finis fuit; quæ deſtillatio quam illis faveat, qui ſales nullos in lacte eſſe contendunt, alii viderint.

Sub hæc Beccarium voluntas inceſſit ſerum lactis ſcrutandi. Id ſibi per Godofredum licere exiſtimavit, cujus diligentia Macquerum deterruerat. Primum ergo aquoſum humorem omnem e ſero abduxit calore, ut fit, leniſſimo; deinde maſſam, quæ deſederat, quæque lactis ſaccharum, credo, propter ſaporis ſuavitatem, dici ſolet, in vas retortum conjecit, repoſuitque in furno deſtillandi cauſa. Ne longum faciam. Eodem plane modo hoc ſaccharum inſectatus eſt, quo maſſam illam alteram, quam ſupra dixi. Eoſdem caloris gradus adhibuit, eodem ordine; deſtillationemque, cum ſe jam deſituram eſſe ſignificaret, vehementiori igne inſtauravit. Eoſdem res habuit ſucceſſus. Liquores quippe e lactis ſaccharo educti illorum fuerunt plane ſimiles, qui in ſuperiori deſtillatione

educti fuerant, eodemque exierunt ordine vel ante deſtillationis inſtaurationem, vel poſt.

His ſane rebus apparuit, neque lacti alcalicum illum abeſſe ſalem, quem volatilem vocant, neque ſero. Quod cum alia, tum volitantes vapores albi, & illi, quos memoravi, ramulorum ductus pulcherrimi, teſtabantur. Atqui his tamen contentus eſſe Beccarius non potuit, progreſſuſque longius liquores omnes, quos ex utraque deſtillatione duxerat, modis omnibus experiri voluit, quibus vulgo ſalium genera dignoſci ſolent. Ne multa: qui ſe acidos antea oſtenderant, numquam poſtea non ſe acidos eſſe profeſſi ſunt; eademque fuit alcalicorum conſtantia.

Cum hæc in lacte & ſero eſſent cognita, facilis erat conjectura de caſeo; ſed non erat ſine experimentis cum Macquero contendendum. Ut quæſtionem ergo dirimeret, voluit Beccarius experimenta inire etiam in caſeo. Quod dum parat, glutinis in mentem venit, quod e caſeo conficitur, eſtque fabris lignariis cognitiſſimum, quippe quod ad lignea opera conglutinanda nihil illo putant eſſe aptius. Conficitur autem negotio prope nullo: coctura caſei & preſſu: quibus ſane rebus molecularum ordo, & poſitus mutari poſſunt, natura & genus mutari poſſe non videntur. Itaque ad id, quod quærebatur, nihil intereſſe exiſtimavit Beccarius, utrum in caſei glutine experimentum ſumeret, an in caſeo ipſo; utque experiri gluten mallet, ſuadebat glutinis alterius recordatio, de quo dudum in Academia diſſeruerat. Id eſt vulgare illud, quod farina paratur; in quo ipſe, omni ſecreto amylo, certiſſimam animalem naturam agnoverat, magnamque inde alcalici ſalis vim duxerat. Glutinis hujus exemplo in ſpem venit, ut poſſet idem in caſei glutine accidere.

Et vero, cum aliquot hujus fruſtula in vas retortum conjeciſſet, ac furno deſtillationis cauſa impoſuiſſet, admoto igne leviori primum, ut fieri ſolet, deinde vehementiori, liquor exiit, initio quidem limpidus, & coloris expers, poſt turbidulus, lacteolus, eoque odore, ut poſſet cum volatilibus alcalicis ſalibus, iis utique, qui urinoſi dicuntur, comparari. Sub hæc excipulum vaporibus repleri, obduci parietes quodam quaſi concreto ſale, liquorem exire acrem, penetrabilem, ſpiritibus alcalicis, qui ex animantium partibus duci ſolent, quam ſimillimum. Liquoribus, quos dixi, omnibus numquam non

ole-

oleum adjunctum fuit, craſſeſcens magis magiſque, & nigreſcens. Deſtillatione finita reſtitit maſſa in fundo vaſis aduſta præter modum & ſicca. Sic fuit caſei glutini.

Quæ ſi omnia probe conſiderentur, quis jam aut Boerahavio concedat, lactis naturam ſalium omnino omnium expertem eſſe; aut non Macquerum miretur, qui nullum in caſeo naturæ alcalicæ indicium compererit; ſales omnes, ſi qui fuerunt, in acidorum genus retulerit? cum contra Beccarius in caſei glutine, a quo eadem exſpectanda videbantur, quæ a caſeo, acidorum nihil invenerit, alcalicorum vim tantam? Neque vero multorum eorumque doctiſſimorum hominum opinio nos præterit, qui putant, alcalicos iſtos ſales, qui e rebus per deſtillationem ducuntur, non utique ante deſtillationem in rebus ipſis exſtitiſſe, ſed inter deſtillationis opus gigni; eſſe in rebus initia & quaſi exordia quædam, his deinde ſales fieri calore ignis accedente. Quorum ſententiam ſi ſequimur, non enim pugnare volumus, adhuc tamen mirari licet, quid ſit, quod ignis in caſei glutine ſales illos tam multos Beccario fecerit, nullos Macquero fecerit in caſeo.

MEDICA.

De quibuſdam renum affectionibus.

MEdici boni eſt, ſi traditum ſibi ægrum ſervare non potuerit, morbum tamen ipſum perſequi, & mortui corpus ſecando, qua in parte malum ſederit, quidque exſpectationi e ſignis ductæ reſponderit, quidque fefellerit, cognoſcere; ſimulque naturalem ſtructuram partis, ſi fieri poſſit, e morbo ipſo intelligere. His enim intellectis, erit poſtea morbi curatio fortaſſe expeditior, & ex paucorum interitu multorum orietur ſalus. Itaque in morborum cauſis & ſedibus cognoſcendis non minima medicinalis ſcientiæ pars conſiſtit. Quo in ſtudio cum alii multi laborarunt, tum is, qui omnibus ſine ulla dubitatione antecellit, Morgagnus. Horum exemplo exercere ſe Galeatius voluit in quibuſdam renum affectionibus. Itaque ægros quatuor nactus, quos renibus laborare ſuſpicabatur, quorumque nemo ad ſanitatem perduci potuit, trium cadavera diſſecuit, in quarto conjecturam fecit; ac reperit, malum utique in renibus inſediſſe, ſed longe alia ratione, quam ut opinio erat; eoque vitio formam renum fieri manifeſtiorem putavit. Hic ego obſervationes ſingulas perſtringam paucis; melius autem intelligent omnia, qui Galeatium ipſum in opuſculis legerint.

Obſervatio prima in viro eſt habita. Hunc dolores ad dorſum, & circa lumbos conflictabant; ſanguinem interdum mingebat. Acceſſit dorſi laſſitudo tanta, ut curvus ingredi, ac ſæpe ſubſiſtere cogeretur. Cum dolor in dextro prætertim latere increviſſet, decubuit. Hæc ſane calculum in rene dextero inhærentem denotabant; nam quamvis dolor, quem vere nephriticum poſſes dicere, nullus erat, tamen contractiones moleſtæ in femore, in inguine, in dextera ſcroti parte ſuſpicionem confirmabant; nec non & ipſa doloris gravitas, & vomitus.

Cum hæc eſſent, & remediis parum proficeretur, hominem febris occupat. Hic veritum eſt, ne inflammatio in parte male affecta oriretur. Ergo ſanguis e pede miſſus. Ea re non modo febris minui, ſed etiam levari quodammodo dolor viſus

eſt;

eſt; nam quamvis æque vehemens, ut ante, eſſet, redibat tamen rarius. Dum hunc penitus tollere contendunt; febris iterum gravius urget, quam tamen ſanguis e brachio miſſus intra paucos dies diſcutit.

Hic tum dolorem, quem ſolvere medicamentum nullum potuerat, ſolvit dolor alius. Finita febre conflictari æger ad podicem cœptus eſt dolore tanto, quantum numquam antea pertulerat; qui quamvis interdum ſe remitteret; numquam tamen quieſcebat. Ex illo nullus deinde lateris dolor fuit. Ita creditum eſt, calculum e renibus in veſicam delapſum ibi ſubſtitiſſe, ac premendo urgendoque dolorem illum tantum in inteſtino creare. Adverſus hunc cum remedia nihil poſſent, febris autem multo graviſſima revertiſſet, & omnia quotidie in pejus verterent, æger tandem apoplexia correptus diem obiit.

Diſſecto cadavere præcipuum ſtudium fuit in abdomine, quippe quod morbi ſedes habebatur. Hic mira ſeri copia. Inteſtina, ſi jejunum excipias, quod valde lividum viſum eſt, cetera ſic fere erant, ut naturaliter eſſe ſolent; quamquam rectum aliquanto latius apparuit, cujus ſanguiferi ductus ſanguine turgebant. In veſica nihil calculorum, neque in ejus ventre, neque in collo; ac ne inflammatio quidem ulla, aut inflammationis ſignum; ut manifeſtari cauſa non potuerit illius, quem ſupra dixi, doloris tanti ad podicem.

Viſceribus aliis detractis, in quibus nihil erat notatu dignum, tumores duo in conſpectum venerunt, dorſo adhærentes, magnitudine inſigni, qui, cum pinguedo, & externa peritonæi lamella, qua involvebantur, detractæ eſſent, renes ſe eſſe apertiſſime oſtenderunt. Cum mira eſſet utriuſque magnitudo, dextri tamen erat major. Superficies extima inæqualis atque aſpera. Id ſcilicet veſiculæ faciebant quamplurimæ, magnitudinis variæ, quibus renes toti referti erant. Quæ maximæ erant, avellanam nucem; quæ minimæ, granum milii æquabant. Pleræque in corticali parte, earumque multæ ſub ipſa ſtatim renum membrana, cui arctius adnectebantur, inſederant; aliæ in medullarem partem recondebantur. Membrana ipſa, uti & reliqua renum ſubſtantia, craſſa præter modum & rubicunda. Ceterum veſiculæ ſuos habebant ſanguinis ductus adeo conſpicuos, ut ſi qui acrius intuerentur, microſcopio non indigerent. Humore replebantur ſeroſo, quo etiam peluis, & ureteres turgebant; is maxime, qui ad renem dextrum

per-

pertinebat. Qui autem humor in minoribus veſiculis, atque interioribus continebatur, etſi paulo plus conſiſtebat, colore tamen urinam imitabatur; qui majoribus continebatur, eiſque exterioribus, erat turbidior, & vergebat ad nigrum. Hæc in renibus obſervata.

His ſane rebus diſcitur, quam parum ponderis conjectura interdum habeat. Cui enim non opinio calculi in hoc ægro orta eſſet? Neque minus veſicularis renum ſtructura ſe prodit, cum fuerint veſiculæ manifeſtæ. Niſi forte volumus omnia aſſignare morbo, ipſumque veſiculas, quæ antea nullæ eſſent, creaviſſe. Quod veri ſimilitudinem nullam habet.

Sed jam ad obſervationem alteram veniamus. Urgebant jamdudum hominem febres lentæ, quas ille tandem itineribus variis ſuſceptis diſcuſſit. Cum domum rediiſſet, reverſa eſt febris cum tuſſi, non ſine aliqua inflammationis nota. Hanc febrem tumore quodam fieri creditum eſt, qui tumor prementibus manifeſtabatur; eumque in hepate inſediſſe & ſitus ipſe, & ſpirandi difficultas, & aliquis ad hepar dolor, & ipſe cutis color ſignificabant; præſertim cum quæ alvum ſolverent, levamen ſemper afferrent. His ergo aliiſque, quæ maxime idonea viſa ſunt, remediis adhibitis malum vinci poſſe ſpes erat; & vero depulſa per hæc febre, reſedit aliquantulum tumor, vertebantque omnia in melius.

Verum adventante hieme ecce dolor oritur in dextro hypocondrio; turget venter totus, non a tumore tantum, qui jam infra hepar prominebat, ſeque non hepati infixum eſſe, ut creditum antea fuerat, teſtabatur; ſed etiam a ſtagnante ubique ſero, quo & crura, & pedes intumuerant. Exacta hieme infeſtius ver fuit. Cum omnia in dies pejora fierent, acceſſit febris cum inflammationis indiciis. Hic tum medicus inflammationis magis rationem habendam eſſe cenſuit quam tumoris; ac ſanguinem ſemel atque iterum mitti juſſit. Remedia quoque alia propoſuit, in quibus ſpes erat prope nulla; ſed nihil relinquere intentatum voluit. Quæ ſpem non attulerant, ſalutem attulerunt; his enim primum ſoluta febris; deinde tanta urinæ vis eſt reddita, ut e pedibus cruribuſque tumor omnis exceſſerit; aliquid etiam de tumore ventris imminutum ſit. Videbantur omnino remedia, qualiacumque illa eſſent, ſervatura hominem, niſi audacia perdidiſſet. Verum cum ille ſpe nimia elatus, ſibique indulgens, nec dicto audiens, libe-

rius

rius jam viveret, increvit iterum tumor, ac pedes & crura invaſit, nec revocari amplius medicamento ullo potuit. Huic malo magna deinde acceſſit ad ſomnum proclivitas. Apoplexia tandem ineunte autumno hominem interemit.

Aperto cadavere hæc in abdomine inventa. Primum permagna ſeri copia, deinde inſignis tumor, cujus hic erat modus. Sub hepate ad anteriorem abdominis partem ſe porrigebat mole tanta, ut ventriculum atque inteſtina amoveret, & quaſi abſconderet. Viſceribus aliis detractis renem dextrum ſe eſſe apertiſſime ſignificavit. Statim ergo peritonæo aliiſque involucris, quibus renes continentur, ſolutus eſt. Tubercula illico & veſiculæ apparuerunt quamplurimæ, quibus ren prope totus componi videbatur; ac cum magnitudine eſſent varia, quæ maximæ erant, majores illas ſuperabant, de quibus in priori obſervatione mentio facta eſt; aliæ ſanguine turgebant, aliæ pure; alias liquor alius replebat ſero denſior. Rejectis involucris, cum liquoris pars, nec ita parva, inter contrectandum effluxiſſet, moles tota librarum pondus æquabat fere undecim.

Hac etiam obſervatione monemur, renum ſtructuram jure veſicularem poni. Neque minus apparet, quam timidum eſſe medicum oporteat, dum conjecturam ſequitur. Quis enim tumorem, in anteriore abdominis parte ſe prodentem, renem eſſe exiſtimaſſet, qui præter modum increſcens, & late regnans, eo uſque pervaſiſſet? Præſertim cum dolores nephritici fuiſſent nulli.

Sed jam obſervationem tertiam exſequamur, quæ in muliere contigit. Menſes jam aliquot, revertente ſæpius febre, mulier laborabat; erat febris cum vomitu & doloribus, qui modo hanc modo illam abdominis partem vexabant. Quidquid vomebat, fluidum erat, acre, viride. Inter hæc tumores orti in abdomine duriuſculi, ſed ii tamen, qui citra dolorem premi poſſent. Opinio fuit, horum ſedem in meſenterio eſſe. Cum his diſſolvendis remedia omnia fruſtra adhiberentur, tumere paulatim cœpit abdomen æque per totum, ac nimiam ſeri abundantiam teſtari; neque reprimi malum potuit, quin creſcens in dies tumor ad reliquas totius corporis partes pervaderet. Cum hæc feminam male haberent, apoplexia demum eam rapuit.

Secto cadavere ingens ſeri copia ſe oſtendit, in quo nihil præter exſpectationem. Quod vero minus exſpectandum videba-

batur, majores multo erant renes craſſioreſque, quam naturæ conſuetudo fert; præterea veſiculis adeo multis referti, ut nihil ipſi eſſe, niſi duæ quædam innumerabilium veſicularum congeries viderentur. Harum pleræque turgebant pure, aliæ ſanguine, aliæ ſero denſiore. Sic erat renibus.

Ex his etiam ſcire licet, non eos longe a ratione aberrare, qui renum ſtructuram veſicularem eſſe concipiunt; ſimulque intelligitur, quam difficile ſit morbi ſedem dignoſcere, ſi qui intus fiat in abdomine. Velut in hac muliere, cui cum vitium tantum in renibus inſediſſet, nullus umquam neque ad dorſum dolor, neque ad lumbos eſt ortus.

Obſervationem quartam paucis perſequar, quam ægrotatio ipſa, non enim incidere cadaver licuit, totam ſibi vindicat. Conflictabant jamdudum mulierem quartanæ febres acutiores, quas peruviani corticis ope depulit. Anno poſt in febrem lentam incidit, cui capitis gravitas, & ſopor adjungebantur. Cum remedia nihil prodeſſent, febre jam & tabe prope confectam apoplexia abſtulit. Diebus, antequam moreretur, fere triginta cœperat urinam reddere turbidam, purulentam, & quod magis ad rem pertinet, veſicularum plenam, quarum quæ maximæ erant, cum granis uvæ poterant comparari. Diſruptæ pleræque erant; nonnullæ integræ; atque hæ quidem rotundæ ac pellucidæ, eoque humore repletæ, qui nihil magis videretur quam urina. Hæc uſque ad interitum perſtiterunt, quem paucorum dierum ſpatio levis præceſſit dolor ad ſiniſtrum dorſi latus, ut jam decumbere in eam partem mulier vix poſſet.

Hic vero, ſi conjecturæ locus eſt, quis neget mulieris vitium fuiſſe in renibus? Unde enim & urinæ pravitas, & veſiculæ illæ tam multæ urinoſo humore turgentes oriri potuiſſe credantur, niſi a renibus? & dolor tamen vix ullus fuerat vel ad dorſum, vel ad lumbos. Quo magis monendi ſunt medici, ut in hujuſmodi morbis dijudicandis circumſpecti ſint.

Cum hæc Galeatius diſputaſſet, illud tandem in extremo ſermone propoſuit, quod alios fortaſſe fugerat, & eſt tamen propter conſtantiam neſcio quam notatu dignum. Morbos ſcilicet illos quatuor, de quibus narraverat, eumdem omnes ſervaſſe ordinem, ut prius quamdam hydropis ſpeciem exhiberent, tum demum in apoplexiam verterentur. An putemus affinitatem his malis conjunctionemque eſſe aliquam? Sic ille.

De

De epidemicis quibuſdam tumoribus.

ANnus milleſimus ſeptingenteſimus quinquageſimus ſecundus, popularibus morbis, iiſque variis, inſignis fuit. Hos unus tandem excèpit memoria dignus, de quo (etſi nondum finierat) ad Academiam tamen retulit, ut pro ſua diligentia potuit, Thomas Laghius. Sermonem ejus licebit legere in opuſculis.

Morbi ratio hæc erat. Ad parotides tumor oriebatur parum reſiſtens, ſi qui tangeret; maxillarum glandulas, interdum etiam colli, & tonſellas invadebat. Huic rubor modo major accedebat, modo minor, cum dolore. Utramque malam per raro ſimul obſidebat; ſæpius ab una ferebatur ad alteram.

Non defuerunt qui morbum contemnerent, eoque contemtu, prope ſine ulla curatione, vincerent. Pleriſque ſecus accidit, quos febris, eaque interdum ſatis vehemens, corripiebat, tenebatque modo ad nonum uſque diem, modo ad undecimum, aliquando etiam ad decimum quartum. Iterata ſanguinis miſſione levabatur. Quamquam multos lenientia tantum adhibita & diluentia ad ſanitatem perduxerunt.

Neque hæc tamen ſucceſſerunt æque omnibus. Fuerunt enim permulti, quibus tumor a parotidibus, quod mirum ſane videri poſſit, ad ſcrotum tranſiens teſticulos infeſtabat, interdum unum, nonnumquam ambos; neque rubor his aberat, neque dolor; ac tum febris conſequebatur gravior, moleſtiorque. Vertebant autem omnia in melius, miſſo iterum ſanguine, aliiſque ablutionibus & fomentis adhibitis; neque, quod ipſa res monuit, pus movere opus erat; quo creditum eſt univerſam puris materiam, humoribus aliis admiſtam, deduci alio. Feminæ, quamvis harum minor erat numerus, incommodo haud abſimili obnoxiæ erant, quippe quibus malum cum pruritu & calore ad pudendum convertebatur.

Ceterum his omnibus vomitiones ſæpe & capitis dolores ſuperveniebant; quæ ſi abeſſent, deſtillans in pectus humor tuſſim creabat; quod ſi ingraveſcerent, intendebatur febris, quam ſitis, anxietas, vigiliæ ſequebantur.

Cum hæc Laghius in Academia diſſereret, nondum quemquam morbus ſuſtulerat. Pleriſque aut alvi fluxus, aut ſudores, aut urinæ copioſius fluentes ſalutem attulerant. Adoleſcen-

tes quoſdam ſubita e naribus profuſio ſanguinis ſanaverat; ut videretur hos natura ipſa ſervare voluiſſe ſine arte.

Ac ne id omittam, quod medici ad ægros accedentes ſolent in primis quærere, an hi ſcilicet morbis ante aliis affecti fuerint, e quibus in præſentem inciderint; ſcire licet nonnullis accidiſſe, ut in hunc, de quo agimus, morbum inciderint, cum ægrotationibus aliis levarentur. Id apparuit in juvene, cum icterum diſcuſſiſſet; nec non in viro quodam, quem lateris dolor vexaverat. Idemque mulieri contigit. Quamquam plerique ex eo morbum traxerunt, quod, cum nimia corporis jactatione defatigati eſſent, frigidiuſculum ſtatim captaſſent aerem. Hæc ſatis de morbo ipſo dicta ſint.

Morbo cognito reliquum erat, ut etiam cauſa, quoad ejus fieri poſſet, explicaretur; quam Laghius, ea repetens, quæ Hippocrates de popularibus morbis tradidit, quæſivit ſtatim in aere; putavitque hunc, quod fuiſſet ſuperioribus menſibus & modice frigidus & valde humidus, morbum illum feciſſe. Neque vero ignorabat, generalibus cauſis non ſatis hujuſmodi quæſtionibus fieri, illudque adhuc eſſe explicandum, cur parotides potiſſimum morbus invaderet. Et quoniam cauſis omnibus, quotcumque a phyſicis afferri ſolent, occultum ſemper quidpiam adjungitur, quod explicare nemo valeat; non dubitavit Laghius effluvium proferre neſcio quod e terra ductum, eaque vi præditum, qua imbutus aer parotidibus præſertim incumberet, tumoreſque ibi excitaret. Hoc effluvium, qualecumque erat, bononienſis ſoli proprium fuiſſe dixit; idque res ipſa declarabat; namque, ut tunc quidem res erant, quamvis Lucum & Faventiam morbus tentaſſet, finitimos & propinquos alios ne attigerat quidem; atque ea ipſa loca, quæ tentaverat, ab urbe Bononia haud multum diſtant, fueratque in his morbus multo levior. Videbatur ergo peſtis illa bononienſis præſertim ſoli eſſe propria.

Ut eſſent mirabiles morbi cauſæ; illud tamen mirabilius vulgo videbatur, quod cum malum parotides obſediſſet, in ſcrotum ſubinde deſcenderet, quaſi eſſet aliquod inter illas partes commercium. Hujus rei admirationem conatus eſt Laghius exemplis minuere; nam & in lue venerea vitium nonnumquam ab obſcænis partibus ad ſalivales glandulas propagatur; & eſt mira quædam vocis cum naturalibus conſenſio. Diuturnas quoque tuſſes in tumorem teſtium deſinere Hippocrates

tra-

tradidit. Quo minus mirari oportet, a parotidibus ad ſcrotum viam eſſe aliquam, etſi nondum ſatis cognitam.

Quando mirabilia conſectari cœpimus, non eſt illud prætermittendum, morbum hunc, qui novus plane habebatur, nam neque ullum in præſenti memoria talem vidimus, neque de illo mentionem fecerunt ullam, qui ſuperiori ætate vixerunt: non Ramazzinus, non Sydenhamius, non Schrochius, non Noyerus, quamvis epidemicorum morborum hiſtorias undique perquiſiverint; ab Hippocrate tamen diſertiſſime fuiſſe deſcriptum. Id quod Laghius teſtabatur, confirmabatque verbis ipſis Hippocratis expreſſi. Quis non miretur morbum antiquiſſimum, & græcis hominibus jamdudum cognitum, tamdiu poſtea latuiſſe, ac vel nullum tot ſeculorum ſpatio exſtitiſſe, vel fuiſſe ab nemine animadverſum?

De rachitide.

Rachitis morbus eſt nec levis, nec infrequens, cauſas habens, quamvis multi multa de eo ſcripſerint, nondum ſatis cognitas. Quibus ergo medicis hunc morbum curare contigerit, næ illi operæ pretium fecerint, ſi quidquid ægris acciderit, totamque curationis rationem litteris mandaverint. Id ſcilicet fecit Cajetanus Tacconus, medicus longe præſtans, feminam nactus inſigni rachitide laborantem; quæ cum deceſſiſſet, ipſe autem cadaver aperuiſſet, quo morbi naturam melius cognoſceret, ſermonem ea de re in Academia habuit; occaſioneque arrepta rachitidis morbum ſuo quodam modo explicavit. Sermonem ipſum, quo nihil doctius, ponam in opuſculis. Hic tantum, quo ſpectet, indicabo.

Primum feminæ, quam ſupra dixi, morbum narrat, tum quæ in ejus cadavere comperta ſint, docet. Quod ad morbum ſpectat, mulieri hæc fuerunt. Vix dum annos tres natæ incurvari thorax tum in anteriori parte, tum in poſteriori cœptus eſt. Inflexis deinde non tantum ſpina, & coſtis, ſed humerorum etiam brachiorumque oſſibus, numquam poſtea non pejus habuit, accedentibus deinceps debilitate, ignavia, torpore, greſſus difficultate, immodica ventris craſſitie, quæ ſane omnia veriſſimam rachitidem teſtabantur. Tandem dolores perpeſſa moleſtiaſque quamplurimas, annum agens ſecundum & quadrageſimum mortua eſt.

Aperto cadavere oculos ſtatim omnium cogitationemque ad ſe convertit prægrandis quædam moles, ferme alba, nonnihil ſcabra, quæ in abdomine apparuit; neque tamen naturali abdominis ſpatio, quod late occupaverat, continebatur, ſed in thoracem, adacto ſurſum diaphragmate, ſe invexerat, eoque & ventriculum, & lienem, & jecur, & magnam inteſtinorum partem adegerat.

E ventre extracta libras pependit duas & triginta. Videbatur autem non una & ſimplex eſſe, ſed, quod ſulci quidam non obſcure ſignificabant, e tribus quatuorve coaluiſſe. Cultro ſcindi, (quod primum ex ea parte, quæ ad umbilicum pertinebat, tentatum eſt) quantacumque adhiberetur vis, non potuit; ut naturam plane oſſeam profiteretur. Serra adhibita diſſecta tandem eſt; ac tum cavum intus oſtendit libram unam & dimidiatam humoris cujuſdam viſcidi continentem. Ut autem moles tota membrana quadam tenui exterius, ſic etiam cavus ille interius operiebatur.

Hæc, quæ adhuc preſſius dixi, deſcribit primum Tacconus omnia in ſermone illo ſuo perdiligenter; tum datam ſibi ex his atque aliis occaſionem ratus de rachitide generatim diſſerendi, morbi cauſas explicare aggreditur. Atque hic ad Boerahavium ſe applicat, quo auctore in illam opinionem ſe trahi ſinit, ut putet, ea, quibus alimur & creſcimus, cum ſint pleraque ad acceſcendum proclivia, non prius ſolidis nutriendis partibus idonea fieri, quam ad naturam alcalicam convertantur; hac enim fieri, ut & ſoliditas partibus, & oſſibus præſertim durities concilietur, & firmitas; eoque eſt ad hanc opinionem proclivior, quod videtur cum Ruiſchii experimento magnopere conſentire. Quoniam ergo & oſſium infirmitas, & ligamentorum laxitas, unde inflexiones contorſioneſque oriuntur praviſſimæ moleſtiſſimæque, rachitidem vel maxime inducunt, dubitari vix poteſt, quin vitium id totum ex humoribus iis pendeat, quibus oſſa ali debent, quod ſcilicet non ſatis prius ad alcaleſcendum fuerint diſpoſita.

Huc Tacconus cum venerit, non ab re facturum ſe eſſe putat, ſi de oſſium nutritione pauca diſputet. Hanc explicans plane negat, humorem, quo illa aluntur, per canaliculos fibrillis oſſeis compoſitos in ipſa illabi, & perpetuo curſu revolvi; niſi ſi quid horum forte accidat in pueris, quorum cum molliora ſint oſſa, alimenta fortaſſe paulo aliter, quam

oſſa

oſſa provectiorum recipiunt. Et ſane ſi parvulorum oſſa ſerra ſecentur, apparent hic illic puncta rubra haud pauca, ſanguinem indicantia. Hic res ipſa Tacconum monet, ut etiam de fracturis oſſium pauca diſſerat, exemplumque hominis proferat, cui fractam tibiam ipſe reſtituerat. Is poſtea, cum plane convaluiſſet, febre correptus deceſſerat. Tacconus ergo, cadaver luſtrans, ea comperit, quibus explicare ſe poſſe confidit, quo modo oſſa, in adultis præſertim, augeantur & ſolideſcant; illamque, quam ſupra dixi, canaliculorum opinionem convellit.

His demum expeditus ad rachitidem explicandam accedit; & quoniam tunc morbus explicari dicitur, cum ea ponuntur, quibus poſitis omnium, quæ morbo accidunt, ratio reddi poteit; ſperat Tacconus, ſe id facile & per obſervationes pauculas in rachitide præſtiturum; ſiquidem ex obſervationibus, quas in rachiticorum oſſibus permultas habuit, quatuor, vel quinque ſeligit, conſtantes maxime & perpetuas, eaſque ponit, quaſi fontes aut capita, unde omnium, quæ rachitidi accidunt, brevis ac facilis petatur ratio. Qua in re ne nimium ſibi tribuere videatur, aperte declarat, quod ipſe fecerit, id medicum quemlibet facere potuiſſe, ſi aut voluiſſet, aut ſatis multa rachiticorum oſſa in manibus habuiſſet; ſed multorum ſtudio obſtitiſſe fortaſſe oſſium paucitatem. Quod ut credamus, facit Havers, qui cum tantum in oſſibus ſtudium poſuerit, ut etiam oſteologiam conſcripſerit, fatetur tamen, numquam ſibi contigiſſe, ut rachitici cujuſquam oſſa pro eo, ut vellet, tractare poſſet. Id autem Taccono ſæpe contigit; itaque de fortuna magis, ut ipſe ait, quam de ingenio ſibi gaudet; qua modeſtia cum ſit, videtur etiam hoc nomine in paucis numerandus.

Sed jam ad obſervationes veniamus, quas ille, ut ſupra dixi, fere perpetuas habet, quaſque ponit tamquam capita, unde omnium, quæcumque rachitidi accidunt, brevis & commoda petatur ratio; hujuſmodi autem ſunt. Primum ponit, ibi oſſa fere ſemper inflecti, ubi arterias majori copia recipiunt; deinde has ipſas ibi latiores eſſe, ubi oſſa ingrediuntur; ſtatim ut ingreſſæ ſunt, majorem in modum conſtringi. Tertium eſt, foramina & cellulas, in parte oſſium concava, fœdas ſanguine inveniri, præſertim in pueris. Quartum, his cellulis nullum manifeſtum perioſtium eſſe; ac ſicubi manifeſtari incipit, ulcuſculis affectum eſſe. Quintum denique convexæ

vexæ oſſium parti nihil non ſecundum naturam eſſe, ſi convexitatem modo ipſam excipias. His Tacconus poſitis ad cetera, quæ morbi ſunt propria, ſtatim fertur, ſic explicans ſingula, ut ubique cum ingenium tum veritatis ſtudium oſtendat; quæ ego non perſequar, ne cum ſumma tantum ſermonis capita indicare me velle ſupra dixerim, videar nunc rem ipſam docere voluiſſe.

Ne quis autem putet, Tacconum, cum rachitidis cauſas magno ſtudio perquiſiviſſet, non etiam remedia expendiſſe, quibus huic morbo occurritur, ad hæc quoque in extremo ſermone ſe convertit. Et eorum quidem, quæ conſuetudine commendantur, commendat pleraque. Illud non ſatis probat, quod qui ad firmanda rachiticorum oſſa emollientia adhibent & corroborantia, illa quidem concavæ oſſium parti applicant, hæc convexæ. Eoſque etiam minus laudat, qui, cum ferramentis & vectibus uti velint, hæc ad convexam partem applicant, in quo vel nihil præſidii eſſe Tacconus putat, vel ferme nihil. Eos igitur exiſtimat auxilii plus allaturos, qui quæ ad convexam oſſium partem adhiberi vulgo ſolent, ad concavam tranſtulerint, & contra. Hactenus de ſermone illo diximus, quo vir præſtans difficillimum morbum, ut facillime potuit, explicavit.

De uſu corticis peruviani.

DE peruviani corticis vi adverſus febres, quæ certos habent circuitus, ſcripſit vir magni nominis Tortus, atque ita ſcripſit, ut paucos, in illo quidem argumento, habuiſſe pares credatur, ſuperiorem neminem. Hunc ergo jure ſpectant omnes, quicumque febres tales curandas ſuſcipiunt; neque id facere Galeatius prætermiſit, qui cum medicinam multos ab hinc annos magna cum laude Bononiæ exerceat, nullas febres, quæ quidem circuitum haberent aliquem, non ad Torti præcepta retulit. Atqui dum id facit, diſſentire interdum a Torto coactus eſt, & aliquid ei addere, cui nihil antea putaverat addi poſſe. Quæ excipiat, quæque minus probet, (ſunt autem non admodum multa) ea brevi ſermone, quem paucis ante annis in Academia recitavit, complexus eſt. Sermonem ipſum referam in opuſcula; hic ſummam colligam, ut potero; & exordiar ad hunc modum.

Cum

Cum Tortus pernicioſarum febrium genera duo fecerit, atque horum primum in ſpecies ſeptem diduxerit; his ſpeciebus unam Galeatio placet addere, ne aſthmaticæ febres omittantur; ſunt enim febres interdum cum aſthmate, quas Tortus ſpeciebus illis ſuis non comprehendit. Et vero periculoſiſſimæ ſunt, nec contemnendæ, & peruviano cortice vincuntur. At illud fortaſſe Tortum movit, quod hæ febres, quibus aſthma adjungitur, per raro incidunt; ut facile credi poſſit, cum incidunt, nihil aſthma illud ad febrem ipſam pertinere. Probabilis ratio; quam tamen Galeatius obſervatione minuit. Nam præter caſus, quos Tortus ipſe commemorat, in quibus cum febris per circuitum rediret, eſſetque cum aſthmate, peruviano cortice ſublata eſt; idem ſe quoque haud ſemel obſervaſſe teſtatur; ut ſi qui ex his febribus conſtituere genus velit, non eum poſſit abducere caſuum raritas. Operæ pretium erit, antequam ad alia tranſimus, paucos ex illis caſibus hic proponere, qui Galeatium moverunt maxime.

Septuagenarium hominem febris ceperat continua, periodica, acutior; cui ſtatim ſe adjunxit maxima reſpirandi difficultas cum ſtertore & tuſſi: quibus adeo vexabatur homo, ut niſi caput ſublime haberet, ſpiritum trahere vix poſſet. Sanguis miſſus bis terve; nihil profectum. Inter hæc animadverſum eſt, febrem, nec non etiam reſpirandi difficultatem matutinis horis leviores eſſe, a meridie ingraveſcere. Idque circa diem ſeptimum clarius apparuit, cum & mane remiſſiora omnia, & poſt meridiem multo graviora eſſent non ſine aliquo ſenſu frigoris. Ea res ſuſpicionem movit, fermentum ſubeſſe aliquod ei ſimile, quod in febribus intermittentibus letalium ſymptomatum cauſa eſſe ſolet; eique propterea peruviano cortice ſuccurrendum eſſe. Hujus confeſtim drachmæ tres dantur: ſequenti die totidem: his vix dum ſumtis meliora fiunt omnia; neque febris tantum, & reſpirandi difficultas remittitur, ſed catarrhalis etiam, ſanguineæ, bilioſæque materiæ vis ingens per ſputum expellitur; ut quod neque oleoſa remedia ulla, neque emollientia, neque attenuantia efficere antea potuerant, id una aut altera peruviani corticis ſumptio præſtiterit. In hoc ergo ſpes poſita. Et ſane cum dies aliquot in eodem remedio, imminuta ſenſim, ut fit, menſura, æger perſeveraſſet, eſſetque illi quotidie melius, ad integritatem tandem ſine ulla difficultate pervenit. Sic homini, cui febris

erat,

erat, intermiſſiones habens & reditus cum aſthmate, peruvianus cortex ſaluti fuit. Haud ſcio, an huc illud pertineat, quod Galeatius tamen memorat, eumdem hunc hominem tribus poſt annis in tertianam febrem incidiſſe, quam miſſo ter ſanguine per peruvianum corticem diſcuſſit. Sed fuit febris illa ſine aſthmate.

Hactenus primum caſum expoſui, nunc alterum exſequar. Mulierem quadraginta annos natam, æſtate inita, tertiana febris invaſit. Hanc illa peruviano cortice expulit; ſed a remedio citius deſtitit, quam oportebat, & ad conſuetos labores rediit; quippe mulier erat ruſtica. Adventante autumno corripuit eam tuſſis pertinax, & difficultas reſpirandi tanta, ut niſi unum in latus decumbere non poſſet. Inter hæc acceſſit febris continua & lenta. Noctu pejora erant omnia. Quod ad ſputum attinet, id ægre excernebatur, eratque craſſum & puri ſimile. Sanguis miſsus; & remedia omnia, quæcumque apta viſa ſunt, adhibita. Nihil horum profuit. Quin immo deficientibus paulatim viribus, inclinare jam morbus ad phtyſim e totius corporis macie videbatur. Cum in difficili res eſset, nihilque ad ſpem oſtenderetur, Galeatius peruvianum corticem magno animo proponendum cenſuit, eumque commodiſſime dari poſſe dixit, ſi binæ in dies ſingulos darentur drachmæ, neque illa tamen omitterentur, quæ ciendo ſputo eſſent apta. Sub hac curatione fuit mulieri poſtea quotidie melius. Etenim cum unciam corticis vix unam ſumſiſſet, reſpirandi facultas fuit tanta, ut jam & ſupina decumbere, & in utrumque latus, commode ſatis poſſet. Febris quoque imminuta, & tuſſis. Sputa etiam in melius converſa. Diebus tandem exactis fere quindecim febris ſoluta, vires redditæ. Sic mulierem, quam febris cum aſthmate male habebat, peruvianus cortex ſervavit.

Quod ut minus miremur, majoremque in peruviano cortice ſpem habeamus, quam habuiſſe Tortus videtur, exempla alia duo Galeatius affert, quibus oſtendat, quantum is cortex valeat etiam adverſus febres illas, quæ vel cum lethargo ſunt, vel cum ſpaſmo; quæ exempla quanti facienda ſint non ſatis videar intellexiſſe, ſi prætermittam. Primum exemplum eſt hujuſmodi. Hominem, eumque fere octogenarium ſtupor repente corripit, apoplexiæ ſimilis. Diem unum ſine motu & ſenſu trahit cum febre & ſtertore. Sanguis continuo mittitur; aliaque adhibentur apoplexiæ apta. Sequenti die febris ſolvitur,

homo

homo ad ſe redit. Horas circiter ad viginti bene valet. Die tertio revertitur febris ſymptomatis iiſdem recurrentibus. Quo cognitum ſtatim eſt tertianam febrem illam eſſe e pernicioſarum lethargicarum numero, peruviano cortice profligandam. Igitur die poſtero cum febris quieviſſet, eſſentque omnia leviora, ejus, quem dixi, corticis uncia una ægro datur. Sequens dies nihil attulit, quod apoplexiæ ſimile videri poſſet. Febris quoque multo fuit remiſſior. Curatione deinde ad dies ſatis multos protracta, ex toto ſecuta eſt integritas. Peruvianus igitur cortex febrem cum lethargo vicit.

Venio ad exemplum alterum. Juvenis annorum fere triginta primum tertianam febrem peruviano cortice depulerat; ictericam deinde affectionem, quæ ſecuta fuerat, remediis aliis; ac jam ad opificia ſe retulerat ſua. Ex improviſo & loquendi facultatem, & motum, & ſenſum amittit, niſi quod clamans identidem miſerabiliter, atque ejulans, repentinis totius corporis motibus exagitabatur. Nihil ſanguinis miſſio, nihil cucurbitulæ, nihil frictiones profuerunt; pulſus tamen ſupereſſe adhuc vires ſignificabat. Rebus huc deductis, cum tale nihil exſpectaretur, adapertis ſubito oculis, loqui æger, ſeque movere cœpit, oblatamque potionem, quam antea reſpuebat, libenter accepit. Febris ipſa, quamvis inhæreret adhuc, tamen erat lenior. Salus in propinquo videbatur. Verumtamen elapſis horis ſex, haud amplius, increſcente iterum febre, priora ſymptomata redierunt. Remediis aliis ſpem nullam afferentibus, venit in mentem peruvianum corticem experiri. Hujus ergo ſemunciam potioni cuidam, quam unam æger recipiebat, ſine mora miſcuerunt, dederuntque. Etſi ille magnam ejus partem per vomitum reddidit; quam tamen retinuit, ea ſatis ad ſalutem fuit. Nam fracto morbi impetu, cum omnia quotidie in melius verterent, potionem eamdem & aſſumere deinde largius potuit, & retinere commodius; idque cum ſæpius fecerit, reſtitutus plane eſt, & tam bene poſtea valuit, ut numquam antea valentior fuerit. His rebus ſtatuit Galeatius peruvianum corticem ad illas etiam febres valere plurimum, quæ vel cum aſthmate, vel cum lethargo ſint, vel cum ſpaſmo, miraturque quod hæc genera Tortum prætererint

Sed ad alia properandum; vereor jam enim, ne in his, quæ adhuc expoſui, longior fuerim; mihi utique fuiſſe videor. Vult Tortus peruvianum corticem, ſi ſolus detur, plus vale-

re, quam ſi remedia alia adjiciantur, quaſi hæc vim ejus minuant; itaque pernicioſas quaſdam febres negotio nullo ſanari poſſe, ſi ille ſolus adhibeatur. Galeatium Torti auctoritas movet, uti debet, plurimum, ſed experientia multo magis. Teſtatur autem, febres vidiſſe ſe, nec ita paucas, quas ſolus peruvianus cortex expugnare non potuit, adjectis remediis aliis expugnavit. Inque his cholericas præcipue numerat, & dyſentericas; ac ne exempla deſiderentur, hæc proponit.

Senem febris vexabat cum dyſenteria. Miſſiones ſanguinis nihil proficiebant; ne diluentia quidem, neque detergentia, neque corroborantia. Interim viſa eſt febris matutino tempore, ſupra quam exſpectaretur, remittere; a meridianis horis increſcere non ſine quodam rigoris ſenſu. Ea res circuitum quemdam intermiſſionemque indicavit, ac cum febris dyſenteriam haberet conjunctam, dubium non fuit, quin una ex illis eſſet, quas cholericas vocant. Ad peruvianum corticem ventum eſt. Binæ drachmæ dari cœptæ in ſingulos dies. Levari aliquantulum febris viſa eſt; dyſenteria nihil remittere, vel potius gravior fieri. Cum hæc per multos dies perſtitiſſent, res ipſa monuit, ut minus jam confiderent in cortice. Dari igitur minori copia cœptus eſt, eique caſcarillæ pulvis ad ſcrupulum unum adjectus, corroborantibus additis nonnullis. His ſumtis, compreſſa alvo, ſolutaque febre, intra dies octo homo bene habuit. Quem ergo peruvianus cortex ſervare ſolus non potuit, cum caſcarilla ſervavit.

Pari modo in vetula quadam ſe præſtitit. Ea ſe tertiana febre per peruvianum corticem haud ſemel liberaverat. Frequentiori tandem vomitu conflictari cœpit, cui febris acceſſit cum diarrhæa. Tertio, quartove, poſtquam morbus incœperat, die peruviani corticis drachma una data eſt cum uno caſcarillæ ſcrupulo; neque remedia alia intermiſſa, quæ reficiendis viribus apta eſſent. Feminæ fuit melius; productaque ad multos dies eadem curandi ratione, cum ſtomachus in dies firmior fieret, dejectioneſque provenirent pauciores, melioreſque, viribus ex cibi cupiditate redeuntibus, ex toto febris deſiit; & quod urinis copioſioribus ſudoribuſque tribui facile poteſt, febris nulla poſt rediit, quamvis eo corporis habitu mulier eſſet, qui ad recidivas opportuniſſimus videretur.

Neque minus caſcarillæ vis in adoleſcente quodam nobili ſe prodidit. Is febre tertiana duplici laborabat; ac cum, peruvia-

via-

viano aſſumto cortice, excretiones quotidie tum ſudorum tum alui ſequerentur immodicæ, faciebat id, ne febrem cortex poſſet vincere. Cum dies jam plus viginti ſolo cortice fruſtra pugnatum eſſet, caſcarilla eſt addita: excretiones continuo imminutæ, reſtitutæ vires, febris profligata.

His ſane rebus apparet, peruviani corticis vim, adjectis remediis aliis non modo non minui, ſed interdum etiam augeri. Quod ſibi Galeatius non in his tantum, quos modo dixi, caſibus, ſed in aliis etiam quamplurimis, compertum eſſe teſtatur. Quare non caſcarillam modo, ſed etiam opium, & ſales alcalicos, ſive fixos ſive volatiles, aut medios, & remedia alia permulta peruviano cortici utiliter adjungi poſſe non dubitat; eſſe autem medici, quid expediat, in re præſenti cognoſcere. Albertinus medicus nobilis, ſi qua febris e ſuppreſſa quapiam excretione oriatur, remedia illa peruviano cortici adjungi vult, quæ ad illam, unde febris orta eſt, excretionem ciendam ſint apta. Id in primo commentariorum noſtrorum volumine demonſtravimus. Quid quod alcalicos præſertim ſales, & medios peruviano cortici ſine ulla exceptione adjunctos & Dolæus probat, & Mangetus?

Non ergo concedit Torto Galeatius, ut ſit ſemper peruvianus cortex a remediis aliis omnibus diſiungendus; imo neque menſuram uſquequaque probat, quam Tortus laudat. Tortus, ſi cortex quidem ea ratione adminiſtretur, quam ipſe docet, in duabus fere unciis ſpem habet; Galeatium fefellit ſæpe numerus, quamvis & febres ex iis eſſent, de quibus Tortus docet, & corticem ipſe ea ratione, quam docet Tortus, adminiſtraret. Uncias corticis modo quinque adhibere opus habuit, modo ſex, modo plures. Nobilem quemdam virum, niſi per libram totam ſanare non potuit. Hunc febris occupaverat continua, periodica, matutinis præſertim horis ſub largo ſudore remittens; ſi qua fieret adminiſtrandi corticis intermiſſio, ſæviebat, urgebatque ut cum maxime; adminiſtrato rurſum cortice erat lenior. Sic ægrum, antequam ex toto deſineret, ad dies traxit quadraginta. Hemitritæum quoque & febres alias Galeatius nactus eſt, vel ex iis, quas Tortus ſubcontinuas vocat, quæ uncias corticis plus duas poſtularunt.

Neque vero negat multas eſſe, quæ duabus contentæ ſint. Inque his illas numerat, quæ per continuarum ſpeciem ab initio ſe proferunt, interjectis deinde diebus aliquot, præſertim

ubi ſanguis miſſus fuerit, & medicamenta alia adhibita; manifeſtos habent circuitus, ſeque acutas & pernicioſas eſſe profitentur. Has enim, quamvis Tortus de his non memoret, portio corticis ſæpe diſcuſſit ſatis modica. Neque id minus accidit in intermittentibus primariis illis, quas Tortus exponit. Quamquam illa Peruviani corticis adminiſtratio, quam Tortus præſcribit, neceſſaria omnino non eſt; poſſet enim etiam ex Mortoni, aut Sydenhamii præſcripto æque utiliter adminiſtrari. Cujus quidem rei exempla Galeatius affert nulla; ſed quis tam diligenti fidem neget?

De uſu agarici ad profluvia ſanguinis coërcenda.

VIncentius Putius, Joſephi filius, paterno nomine illuſtris & ſuo, cum Pariſios ſtudiorum cauſa conceſſiſſet, ad patrem ſcripſit, remedium quoddam novum ad profluvia ſanguinis cohibenda ibi per id tempus magnopere celebrari; illud Boſcardum inveniſſe, Petitum deinde & Morandum experimentis quibuſdam ſuis feciſſe nobile. Quid id autem remedii eſſet, ſic declaravit.

Fungum ſumunt ex annoſæ aridæque quercus trunco ortum, quem botanici agaricum pedis equini facie appellant; eumque maxime Boſcardus probat, qui auguſto menſe, aut ſeptembri evulſus fuerit. Hunc deinde ſecant in fruſtula, quorum ſingula ligneo malleo uſque eo contundunt, donec in lamellas extendantur planas maxime & molles. Ex his deinde lamellis, quod exterius eſt, abradunt; quod interius eſt & mollius, retinent; idque rurſum in fruſta ſecant, majora alia, alia minora, quæ in medicum uſum ſervantur. Ubi enim profluvium ſanguinis cohibendum ſit, parvum quoddam fruſtum, qua ſanguis excurrit, in venam indunt, tum grandiora alia ſuperponunt, ac cum vulnus carptis filis optime ſtipaverint, ſpleniis muniunt craſſioribus, & faſcia tandem validiſſime comprimunt.

Experiri id voluerunt Chirurgi duo longe peritiſſimi Morandus & Petitus, alter in aperta brachiali arteria ex inciſo aneuryſmatis ſpurii ſacco, alter in arteria alia neſcio qua. Utrique res ceſſit ex ſententia. Sanguis enim in utroque caſu

præ-

præter opinionem breviſſime fluere deſtitit; ac cum multum compreſſioni chirurgi duo illi tribuendum eſſe putaverint, multum quoque agarici vi tribuerunt.

Cum hæc a Vincentio per ſummam diligentiam ſcripta Putius pater ad Academiam retuliſſet, omneſque experimenti novitas, facilitaſque excitaſſet, Petrus Paullus Molinellius præterire occaſionem noluit, quin rem novam atque utilem tentaret, idque Bononiæ faceret, quod Petitus & Morandus in Gallia feciſſent. Confeſtim igitur ad Vincentium ſcripſit, ut agarici illius, quo Pariſiis utebantur, fruſtum ad ſe mitteret. Miſit ille diligenter. Verum cum eſſet admodum parvum, neque ad experimenta, quæ Molinellius verſabat animo, ſatis eſſet; ſecum ipſe cogitare is cœpit, ſi quod bononienſe agaricum inveniri poſſet, quod æque valeret, ut illud gallicum. Et quoniam id fungorum genus in bononienſi quidem agro per raro e quercu gignitur, ad alias arbores Molinellius ſe contulit, fungos quærens ex omnibus. In his illos probavit maxime, qui e fagis aut laricibus excerpi dicuntur, quoſque alpium noſtrarum incolæ adhibere ſolent ad fomites componendos ſuſcipiendo igni atque alendo aptos. Inque his ſpem habuit; quod eſſent pariſienſi fungo & colore & ſapore & rebus aliis omnibus quamproximi. His ergo uti ad experimenta conſtituit. Experimentis numquam non interfuit Bartholomæus Riverius, qui cum fuiſſet a Molinellio ad ſummam medicinæ utriuſque præſtantiam inſtructus, is jam erat, qui inſtruere alios ad eamdem laudem ipſe poſſet. Is deinde præceptoris ſui experimentis ſua addidit nonnulla, ac de omnibus cum Academia communicavit, ſermone mehercle elegantiſſimo. Eorum, quæ narravit, hæc ſunt præcipua.

Viro cuidam, e ſuppurato fungiformi tumore, qui genu dexterum obſederat, inciſionem paulo ampliorem fieri opus fuit. Hinc illi non modicum ſanguinis profluvium ſecta arteriola ortum eſt. Bononienſe agaricum protinus adhibetur: minus fruſtulum in hiantis arteriæ oſculum adigitur; tum alia aliis majora deinceps ſuperponuntur, ac tandem omnia ſpleniis firmantur, duplicatis linteis, & faſcia comprimente. Poſtero die, cum ſibi vehementer dolere genu æger quereretur, ac ſplenia & lintea madida nimiam puris copiam teſtarentur, hæc detrahere opus fuit. His detractis dici vix poteſt, quam facile fungi fruſtula ſecuta ſint, conglutinata jam arteria, &

hæ-

hæmorrhagia ſublata. Hoc primum fuit agarici bononienſis periculum.

Neque minus poſtea ſe utile præbuit in muliere. Huic, ut longus latuſque ſinus, in parietali ſiniſtra regione e ſuppurato ex contuſione vulnere ortus, tolleretur, integumenta, eryſipelate obſeſſa jam & tumentia, inſigni inciſione, ad pericranium uſque ſecta fuerant; eaque re ſectus etiam temporalis arteriæ ramus, nec ita parvus, unde magna vis ſanguinis profluere cœperat. Ut illum metum chirurgus averteret, ad bononienſem fungum ſtatim ſe contulit. Fruſtula rite aptavit; tum ſpleniis ac faſciis ita compreſſit, ut contra arteriæ oſculum validiſſime urgerentur. Duobus poſt diebus, quam hæc peregerat, apparatum illum omnem ademit. Ne guttula quidem ſanguinis exſtillavit; quin immo & vulnus jam melius eſſe, & omnia ad ſanitatem inclinare viſa ſunt.

Profuit quoque bononienſe agaricum in alio quodam, cui tumorem ſarcocelem prægrandem Molinellius exſtirpaverat. Facta enim tumoris ſeparatione, injectaque ad funiculum ſpermaticum arctiſſima, ut fieri ſolet, eaque duplici ligatura, opus habuit membranoſi cujuſdam ſacci portionem reſcindere, qui quaſi tumoris appendix ad inguen uſque porrigebatur. Quod dum facit, in inſignis cujuſdam vaſis ramum incidit, unde ſtatim proſilire ſanguis tanta vi cœpit, ut jam æger in ſummo diſcrimine verſaretur. Spes continuo repoſita in agarico. Inditis ergo, uti opus erat, fungi fruſtulis, carptiſque filis ac ſpleniis quamplurimis ſuper impoſitis, vinctura his additur arctiſſima, qua inguen majorem in modum premeretur. Ad dies quatuor vinctura illa perſtitit; nam neque præ laxitate renovare illam oportuit; neque præ dolore, aut alia quavis de cauſa, relaxare. Quatriduo exacto apparatus ille omnis demitur. Deſtiterat penitus hæmorrhagia. Fungi fruſtula ſua quaſi ſponte receſſerunt.

His periculis Riverius aliud addidit, ut illi occaſio ſe obtulit in ægro quodam e digiti amputatione. Medius digitus manus dexteræ hominem neſcio quem male habebat; cum caries phalangem primam altius occupaſſet, exſcindere digitum opus fuit. Eo exciſo prorumpere ſanguis copioſius cœpit. Cum res in metu eſſet, Riverius ſtatim ad agaricum confugit. Fungi fruſtula diſciſſæ arteriæ admovit, compreſſitque deinde ſpleniis & faſciis, ne quid a præceptore Molinellio diſcederet.

Opi-

Opinione promtior fuit ſalus. Sequenti enim die, remotis faſciis, ſpleniiſque, fungi fruſtula facillime abjerunt; occluſa prorſus arteria.

Hæc ſatis oſtendunt, quam recte bononienſe agaricum adhibeatur ad ſanguinem coercendum, ſi continuo curſu & magna vi erumpat. Quid ergo ſi ſtillatim & lente exeat? Id quod ſæpe accidit in fungoſis cancrorum carnibus, cum vaſcula nimio plus dilatantur; reſiſtente enim quam minimum carne ſtillat ſanguis, ac licet interdum ceſſet, tamen redit non ſine moleſtia & metu. In his etiam caſibus experiri agaricum, tum Molinellius tum Riverius voluerunt; nam quamvis dubitari vix poſſet, quin quod vehementiores hæmorrhagias comprimit, idem etiam lentiores has ſiſtat, viſum eſt tamen fore id certius, ſi experimentis comprobaretur. Et vero, cum ſæpius tentaverint, numquam non optime res ceſſit.

Atque hæc quidem agarici laudes ſunt. Eſt autem præceptoris boni, ejuſque candidi & docti, qualis Riverius eſt, non ea tantum proferre, quæ remedium novum commendant, ſed illa etiam proponere, quæ ejus minuere laudem poſſunt. Ne hic quidem Riverius ſibi defuit; duoſque expoſuit caſus, in quibus agaricum non reſpondit. Summa hæc eſt.

Tumor cyſticus puellæ ortus fuerat infra oculi dexteri externum canthum. Cum hunc ſtrenue Molinellius exſtirpaſſet, diſciſſa arteriola prorumpebat ſanguis magna vi, neque deſiſtebat. Spes continuo fuit in agarico. Id ergo ſtatim, ut jam illi in uſu erat, admovit. Voluiſſet etiam valide comprimere, ſed & loci ratio, & puellæ id non ferentis ætas prohibuerunt. Agaricum ſine compreſſione nihil potuit; perrexit quippe ſanguis fluere, neque prius deſtitit, quam ad ſtyptica ventum eſt. Plus ergo videtur auxilii eſſe in ſtypticis, quam in agarico, ſi abſit compreſſio.

Tale aliquid obſervare licuit in alia quadam muliere. Huic ſanguis e vulnere fronti inflicto, non magna vi, neque continuo curſu, ſed guttatim defluebat. Placuit agaricum periclitari. Id ergo vulneri applicant, linteola ſuperponunt duplicia; ac faſciam demum, qua illa tantum continerentur, circumducunt; a compreſſione abſtinent; in eo enim toti erant, ut quid ipſum per ſe agaricum valeat, poſſent cognoſcere. Nihil valuit; ſiquidem horis poſt aliquot manabat adhuc ſanguis, ut antea. Sic fuit agaricum ſine compreſſione inutile.

Vi-

Videntur hæc quidem perſuadere, agaricum ipſum per ſe minus idoneum eſſe; non continuo tamen rejiciendum. Eſt enim aliquid, compreſſione addita, in hæmorrhagiis præſertim vehementioribus, tantum illud poſſe, quantum experimenta declarant. Quid, quod eſt inter cetera, quæ cum compreſſione adhiberi ſolent, medicamenta multis de cauſis commodiſſimum; ac, ſi non aliud, eo utique longe præſtat, quod, ubi ſanguinem compreſſit, neque adhæret, & ſine ulla ægrotantis moleſtia detrahitur? Huc accedit, quod quibus partibus applicatur, labem infert nullam; neque, ut pleraque, ſanando nocet. Hæc docte admodum diſſerebat Riverius, & querni pariſienſis fungi commoda ad faginos alioſque noſtros transferebat.

Unde vis calculos diſſolvendi aquis inſit.

AQuis fere omnibus vim eſſe quamdam, qua mollire humanos calculos queant, aut etiam diſſolvere, prope jam vulgo notum eſt; adeo multis experimentis eſt a doctis hominibus & rei medicæ peritiſſimis confirmatum. His ſua addidit Vincentius Menghinus, quæ neque pauca, & per ſummam diligentiam in bononienſibus nonnullis, aliiſque tota Italia clariſſimis aquis ſumſerat. Voluerat enim ſcire, quæ eſſet inter italicas diſſolvendis calculis aptiſſima; eaque an eſſet cum gallicis, britannicisque, quæ laudantur maxime, comparanda. Ejus experimenta, de quibus cum Academia communicaverat, in tertio commentariorum noſtrorum tomo indicavimus, quamquam ſermonem ipſum Menghini in quartum diſtulimus. In eo ſermone, quæ experimentorum fuiſſet ratio, qui exitus, quæque inde conſequi viderentur ille plane docuit; adjecitque tabulas, quibus omnia vel uno adſpectu cognoſci poſſent, & inter ſe comparari.

Quæſtione ſic explicata quieſcere non potuit, nam, cum ſuis ipſe experimentis vim illam, quam ſupra dixi, diſſolvendi calculos, in aquis jam multis cognoviſſet, venit in mentem quærere, an vim talem aqua habeat nativam & propriam, an potius e principio aliquo, quod ei forte admixtum ſit, ductam; idque principium quale ſit. Ea res illum ad experimenta, quæ fecerat, revocavit; quamquam cum alio ſpectaret, mutare aliquid opus habuit. De his poſtea Academiam

do-

docuit ſermonibus duobus, quos niſi referam in opuſcula, officio, vel pietati potius deeſſe videar; fuit enim illa Menghini apud nos poſtrema diſputatio, qua confecta brevi poſt tempore in graviſſimum incidit morbum, quem levare remedium nullum potuit. Diu multumque conflictatus, ſub ipſo ætatis flore, cum ſumma eſſet ſpe atque gratia, diem obiit. Quo magis ſermones hominis ſervare oportet, cujus ſperare alios non licet. Duos, quos dixi, referam in opuſcula. Hic ſummam exponam ad hunc modum.

Cum illud ſibi quærendum Menghinus propoſuiſſet, utrum calculos diſſolvat aqua vi ſua, an id potius habeat a principio quopiam illi extrinſecus adveniente, dirimi quæſtionem poſſe exiſtimavit, ſi experimentum in aquis variis fieret, qua ſimplicibus, qua magis magiſque compoſitis; ſi enim quo quæque ſimplicior eſſet, eo etiam ad diſſolvendos calculos aptior inveniretur, id ſane argumento eſſe, vim illam omnem in aqua ipſa inſidere, ſin autem ab aquis compoſitis diſſolutio commodius fieret, quam a ſimplicibus, vel ex eo ſciri poſſe, non ipſam per ſe aquam calculos diſſolvere, ſed eſſe hanc facultatem principiis aliis tribuendam: porro cognita aquarum natura promtum etiam eſſe hæc principia, qualia ſint, cognoſcere.

Ad quinque ergo aquarum genera ſe convertit. Ac pluviatilem primum aquam conſiderandam ſuſcepit, eamque deſtillatam, quæ ſinceriſſima ſane omnium & ſimpliciſſima haberi debet; quippe cælo decidens nihil habet extranei, vel ſi quid habet, oportet utique id eſſe quam minimum, idque ipſum deſtillatione ſecerni. Huic generi ſuccedere voluit pluviatilem aquam, ſed minime deſtillatam, in qua miſturæ ſuſpicio eſſet. Tertium deinde genus adhibuit, aquam lutoſam e puteo quodam hauſtam, limpidam illam quidem in ſpeciem, puriſſimamque; re autem vera lutoſo tartaro infectam, cujus vim non modicam, ubi paullisper quieviſſet, ad fundum dejiciebat; ſapor quoque miſturam teſtabatur. His generibus quartum addidit, aquam e ſuburbano Auguſtinianorum puteo eductam. Erat hic puteus per id tempus ſalubritatis nomine maxime celebris, eoque minime prætermittendus. Quintum genus ars fecit; id fuit pluvialis aqua ſolubili tartaro de induſtria imbuta. In hunc præcipue modum parari ſibi aquam Menghinus voluit, quod & Boerahavium legerat, vim tartari in conte-

rendis calculis laudantem, & Beccarium audiverat, cum teſtaretur ſalem illum calculoſis haud ſemel profuiſſe.

Cum quinque hæc aquarum genera, uti opus erat, comparaſſet, calculos tres ſumſit in ejuſdem hominis veſica uno tempore repertos; quo facile credi potuit, idem genus fuiſſe omnium. Erant læviſſimi duriſſimique, atque ex iis, quos alias Menghinus, cum calculos pro vario duritiei gradu in genera quinque diſpertiret, marmoreos nominaverat. Simul juncti granorum pondus æquabant fere ducentorum. His diffractis fruſtula fecit quinque, ſingula granorum quatuordecim. Tum vaſcula paravit item quinque, æqualia plane inter ſe, ac ſimilia, vitrea, collo oblongo, atque anguſto, ut vulgares phialæ eſſe ſolent. Tandem aquas ſingulas in ſingula diſtribuens vaſcula, uncias decem unicuique affudit, & calculi fruſtum indidit.

Sepoſitis, ut in tuto eſſent, vaſculis, eo redibat quarto quoque die; quid illo temporis ſpatio in ſingulis accidiſſet, diligenter animadvertebat; moleculas recenſebat omnes, ſi quæ aut innatarent, aut ad fundum deſediſſent, & aereas bullulas, ſi quas injectus forte calculus excitaſſet; nihil denique eorum prætermittebat, quæ indicium haberent aliquod. Sed ſingula perſequi non oportet. Satis erit, ſi ea proponamus, quæ in ipſis calculis obſervata ſunt, cum viginti poſt dies e vaſculis eximerentur. Is, qui in aquam pluviatilem & deſtillatam injectus fuerat, ſic habebat. De pondere grana duo amiſerat; contrectantis manus albo colore inficiebat; ungue notari poterat, quo etiam particulæ quamminimæ facile detrahebantur. Eadem calculo illi erant, qui aquam pluviatilem, neque deſtillatam paſſus fuerat, niſi quod grana ponderis amiſerat, non duo dumtaxat, ſed tria. Sex ille amiſerat, qui in aquam conjectus fuerat, ſublutoſam e puteo hauſtam; de ceteris erat par. Atque huic fere parem ſe præbuit is, qui in aqua, quam dixi, Auguſtinianorum ſederat; tamen pondere differebat non nihil, quippe qui grana ipſa ſeptem amiſerat. Notabilior jactura in illo fuit, qui aquam tartaro ſolubili imbutam ſuſtinuerat. Is perdiderat ponderis grana octo.

Hæc ſane monere videntur, aquam ad diſſolvendos calculos non ſuam utique adhibere vim, ſed alienam, quamque a principio quodam ſibi adjuncto mutuetur; idque principium vel tartarum ipſum eſſe, vel aliud quidpiam ad naturam tartari proxime accedens. Quid eſt enim, quod aqua ſimpliciſſima,

ma, qualis pluviatilis, a deſtillatione præſertim, eſſe creditur, minus apta ad diſſolvendos calculos inventa ſit, quam reliquæ? E contrario aptiſſima illa fuerit, quæ juſtam ſolubilis tartari portionem imbibiſſet? Quid quod eoſdem calculos, cum ſic, ut erant, pondere imminutos, Menghinus iterum ad experimentum revocaſſet, aquam pluviatilem, quæ deſtillata eſſet, inertiſſimam inter ceteras iterum invenit; eam contra, quæ ſolubili tartaro fuiſſet imbuta, efficaciſſimam? Quis jam ergo non Menghino conceſſerit, vim, quæ aquæ ineſt, calculos diſſolvendi, adventiciam illi eſſe, non nativam & propriam?

Cum hæc Menghinus in Academia diſputaſſet, ſermones ea de re fuerunt multi & varii. Inter hos Beccarius, cum experimenta collaudaſſet, deſiderium ſibi inceſſiſſe ait, ut, quando ſolubilis tartari periculum factum erat, alii quoque ſales in idem periculum adducerentur; fieri poſſe, ut aliis etiam eadem vis eſſet, quæ tartaro, fortaſſe etiam major; quoniam ſales tentari cœpti eſſent, non eſſe in uno conſiſtendum; id ſe maxime a Menghino exſpectare. Hæc Beccarius. Noluit Menghinus exſpectationi, quam de ſe homo tantus excitaſſet, non ſatisfacere; itaque experimenta iniit, de quibus ſequente anno in Academia diſſeruit. Ea huc ſpectant.

Novem ſalium genera experiri conſtituit, glauberianum, tartarum vitriolatum, alumen crudum, ſalem marinum, nitrum depuratum, ſalem ammoniacum, catarticum, liquorem tartari regenerati, tartarum ſolubilem. Cum hos ergo paraſſet, pluviatilem aquam ſumſit, deſtillatamque, & in novem ſecrevit partes, ſingulas unius libræ pondo. His deinde ſingulis partibus ſingulos immiſcuit ſales, tantum cujuſque, quantum ſatis eſſet ad ſaporem inducendum; itaque portiones ſalium immiſcuit non æquales. Sic novem ſibi aquarum genera comparavit, ſuis quæque ſalibus imbuta, in quibus ſingulis calculos experiretur.

Erat forte illi inter manus prægrandis calculus, duritie inſigni, in homine quodam repertus. Hujus fruſta novem ſumſit, unumquodque granorum quinque & triginta; ac cum illas, quas dixi, diverſorum generum aquas in promtu haberet, fruſta injecit ſingula in ſingulas, & ad ſuperioris anni experimenta rediit. Quarto quoque die liquores inviſebat, intuebatur ſtudioſe omnia, colorem, opacitatem, bullulas, ſedimenta. Tandem poſt dies viginti eduxit calculos. Educti ſic

ſe præbuerunt. In his, quos ſolutiones exceperant, ſive glauberiani ſalis, ſive tartari vitriolati, ſive aluminis, durities perſtitit; pondus grano uno imminutum. Qui ſalium ſolutiones, marini, nitri, ammoniaci, catartici experti fuerant, ſi duritiem quærimus, nihil mutaverant; ſi pondus, granorum duorum jacturam fecerant; quamquam a catartico fuit jactura paulo major. Sic ſales ſeptem ſe præbuerunt, quorum acceſſio haud ſane multum aquæ profuit ad calculos diſſolvendos.

Plus multo profuerunt tartarus regeneratus, & tartarus ſolubilis, ut exſpectationem etiam ſuperaverint. Illius quippe ſolutio grana ipſa quindecim ponderis injecto calculo ademit; ſolutio alterius octo ſupra quindecim; ac tantam ambæ fragilitatem induxerant, ut jam calculi, immiſſo vel leviter ungue, diſſilirent; quamquam alter ad id promtior viſus eſt. Cum videantur ergo ſales duo, tartarus regeneratus, & tartarus ſolubilis longe aliis præſtare, ſolubilis tamen prævalet.

Quamvis confecta quæſtio eſſet, voluit tamen Menghinus eam adhuc perſequi, duarumque ſolutionum, quas propter miram earum præſtantiam amare cœperat, vim totam, quanta eſſet, manifeſtare. Conſtituit ergo, calculorum eorumdem fragmenta, ut erant in manibus, iterum in eaſdem ſolutiones conjicere. Id cum feciſſet, atque experimentum ad dies quindecim produxiſſet, comperit tandem ſolutionem tartari regenerati fragmento calculi in eam conjecto grana duo ponderis detraxiſſe, non ſine aliqua duritiei imminutione; ſolutionem vero tartari ſolubilis grana ipſa decem; victa adeo fragmenti in eam injecti duritie, ut contrectatum abiret in pulverem. Quo magis apparuit ſolubilis tartari in attenuandis diſſolvendiſque calculis præſtantia. Non dubitavit ergo Menghinus hortari medicos, ut, ſi adverſus calculos pugnandum ſit, ſolubilem tartarum fidenter adhibeant; in eo præſidium eſſe certiſſimum. Quæ cum dixiſſet, & calculoſis ſpem tantam homo ad commune bonum natus reliquiſſet, ex Academia diſceſſit, haud multo poſt e vita diſceſſurus.

De

De balneis Lucenſibus.

BAlneorum Lucenſium tanta eſt celebritas, ut his prope unis videatur natura univerſæ Italiæ ſalutem commendaviſſe. His nunc, quo etiam ſalubriora haberi poſſunt, medicus e publica auctoritate præeſt, longe doctiſſimus, Joſephus Benvenutus, qui aquas illas diligentiſſime adminiſtrat, & eorum, qui illuc concurrunt, ægrotantium curationes pari cum diligentia dirigit. Is cum forte Bononiam divertiſſet, ut erat Academicorum numero adſcriptus, in Academiam venit, ac Præſidis aliorumque rogatu de balneis illis ſuis copioſe docteque diſſeruit; ſermonemque de ſcripto ex illa occaſione recitavit, elegantiæ plenum, quem Academia habuit gratiſſimum. Hunc ſermonem cum nobis reliquiſſet, Lucam deinde ad ſua balnea reverſus tabulam ad nos miſit, quam ſermoni adiungeremus, multo accuratiſſimam. Morem geram; ſermonique, quem opuſculis inſeram, tabulam agglutinabo, ne quod ornamentum ſermoni ipſi videar detraxiſſe. Hic primum, quo ſermo ſpectet, docebo; tum aliquot tabulæ utilitates indicabo.

Sunt multi, ceteroqui doctiſſimi, qui de balneis diſputantes nihil memorent præter aquas, quod in his fortaſſe unis omnem ægrotantium ſpem poni volunt; cetera negligant. Benvenutus nihil medico negligendum putans & ipſas Lucenſium balneorum aquas conſideravit, & deinde circumſpexit omnia, quæcumque ad loci illius ſalubritatem pertinere poſſe viderentur. Et quoniam de aquis ipſis alias egerat, ſcriptumque ediderat doctrinæ pleniſſimum; in hoc, quem nobis reliquit, ſermone ad cæli temperiem, ſolique ingenium ſe convertit; ſed ante regionis ſitum deſcribendum exiſtimavit, de quo hæc habet.

Corſena pagus eſt ſaluberrimis fontibus clarus, ab Luca, quæ urbs eſt Hetruriæ nobiliſſima, haud longe diſtans, quippe qui millia paſſuum abeſt non plus quindecim. Ad ſeptemtrionem vergit; ac ſi longitudinem e geographorum tabulis quærimus, gradus obtinet viginti octo ſupra minuta quinquaginta, ſi latitudinem, gradus quadraginta quatuor. In vertice collis cujuſdam ſedet modicæ altitudinis; indeque altiores montes longe proſpicit; quamquam cum illo fere conjungitur, qui ad ſeptemtrionem ſpectat, & contronis appellatur. Quæ

hic

hic vallis ſubeſt, & univerſa planities, mira amænitate ornatiſſimiſque villis ſpectanda. Præter vallem Lima flumen excurrit, in quem defluit Camalion torrens, qui clivi radices alluit. Ambo deinde ſimul juncti, duobus circiter paſſuum millibus confectis, meridiem verſus in Auſerem delabuntur. Sic ſe locus adſpectantibus præbet.

Placuit Benvenuto collis altitudinem dimetiri, neque ab illa diſcedere voluit methodo, quam Scheuchzerus auctor optimus jamdudum propoſuit. Barometra duo æqualia, ac plane ſimilia, alterum in collis vertice, ad radices alterum collocavit; mandavitque familiari cuidam ſuo, ut hydrargyri altitudinem in altero diligenter notaret, interea dum ipſe eamdem notabat in altero; erat enim ex illa barometricarum altitudinum differentia altitudo collis colligenda. Fuit differentia linearum fere trium ex illis, in quas Pariſienſes pollicem ſuum dividunt; cum ergo unicuique lineæ, in barometrica altitudine obſervatæ, pariſienſes pedes in loci altitudine reſpondeant unus & ſeptuaginta, Scheuchzero auctore; proclive fuit intelligere Corſenæ collem in altitudinem ire pedum circiter ducentorum & tredecim. Non id ſatis Benvenuto fuit. Illud etiam ſcire voluit, quantum collis ſupra mare emineret, id quod diligentiæ fuit magis, quam laboris; ſiquidem locus haud multa paſſuum millia a Viaregii portu abeſt; nec longum erat barometrum alterum ad maris litus transferre, ac quanto Corſenæ vallis mari eſſet altior Scheuchzeriana ratione cognoſcere. Omni adhibita diligentia, quam res poſtulabat, comperit Benvenutus altiorem illam mari eſſe quingentos circiter pedes & quadraginta. Quibus apparet Corſenæ verticem ſupra mare attolli pedes ad ſeptingentos fere & quinquaginta.

Hæc loci altitudo, ut quæ nec nimia ſane eſt, nec ita parva, opportuniſſima eſſe videtur ad valetudinem tuendam. Ut enim altiora loca propter nimiam cæli tenuitatem corporibus ſæpe nocent, ſic depreſſiora propter vaporum humorumque, quos e terra recipiunt, craſſitudinem & copiam bonam valetudinem minuunt. Quid quod corpora in mediocribus altitudinibus neque aeris pondere pluſquam opus eſt, conſtringuntur, nec levitate relaxantur; atque id merito Benvenutus tanti facit, ut rem voluerit reducere ad calculos.

Quamquam ad halitus quod ſpectat, qui e terra exeuntes aerem undique obſident, non in his tantum copia attendenda

eſt,

eſt, ſed etiam genus & qualitas. Id ſcilicet Benvenutus intelligens, ab his quoque Corſenæ cælum tutiſſimum eſſe docet; idque primum ex ipſa loci ratione conjicit. Is quippe videtur locus, unde pravitas nulla oriri poſſit. Nulla ibi ſtagnantium aquarum fœditas, nullus ſpecus, cavernæ nullæ. Nullum animal, nulla planta, nullum foſſile ex iis, quæ depravare aerem creduntur; nullæ ibi exercentur artes, unde fœtor manet. E contrario ſalubres ubique herbæ, lectiſſimique flores, unde mira odorum ſuavitas ad recreandos animos, hilaritatemque conciliandam aptiſſima. Huc illud adde, quod ſolum minime pingue eſt; ſed ſabuloſum fere, quodque agricolæ minus probent; ac illud, quod aer ibi vapores excipit ex aquis ipſis thermalibus manantes, quibus nihil ſalubrius. Adeo metus nullus eſt, ne vaporum genus aut qualitas noceat.

Nihil eſt, quo non animum Benvenutus adverterit; itaque ſalubritatis argumenta quæſivit etiam in rore, atque experimentum hoc fecit. Cum æſtas eſſet, ſtrophiola quædam alba, ſubtiliſſimæ texturæ, de nocte in prato reliquit, expanſa, haud longe a Villenſibus thermis, ut rorem imbiberent; curavitque ut filo alligata e ſiccis baculis penderent, ſic quidem, ut neque baculos neque terram contingerent. Cum ſic ſatis diu fuiſſent, orto nondum ſole rorem expreſſit; exſpectavitque quid ex ejus evaporatione accideret. Comperit ſcilicet, ſales ab eo relinqui, tenuibus albidiſque cryſtallis, & ad priſmatis formam accedentibus, conflatos; omnino illorum ſimiles, qui ex aquis ipſis thermalibus extrahuntur. Quo facile credi poteſt, eos ex aquis ipſis evolaſſe, & deinde in roris formam tranſiiſſe; idque ut magis credatur, facit alia Benvenuti obſervatio; qui cum rorem in locis aliis paulo longinquioribus eadem ratione collegiſſet, evaporationemque, ut antea fecerat, exſpectaſſet, idque ſæpius; ejus tamen, quam dixi, formæ ſales nullos umquam invenit; ne in illa quidem planitie, cui Corſenæ collis imminet, quamvis paſſus non plus trecentos a thermis diſtet. Quo etiam ſcire licet ſales illos, ex aquis prodeuntes, volitanteſque per aera, non longe abire, neque diffundi, ſed intra breve ſpatium conſiſtere.

Ac ne a ventis quidem metus eſt, ne, fœdiora, ſi qua circum ſint, loca prætervolantes, vapores noxios huc adferant; quæ enim loca ſuſpicionis habent aliquid, ut recte animadvertit Benvenutus, longe admodum diſtant. Eſt hic ergo

agi-

agitatio aeris tutiſſima, quam auget tutioremque facit Camaelionis & Limae curſus concitatior. Neque vero aeris commotiones tantum, quales ſint, quidque afferant, noſſe Benvenutus ſtuduit, ſed etiam, ut optimum decet medicum, momenta ponderum, & caloris frigoriſque varietates, & ſiccitatis differentias omnes per ſummam diligentiam perquiſivit, barometris uſus, thermometris, hygrometriſque, quoad ejus fieri potuit, conquiſitiſſimis; ac cum omnia in ſingulos dies ab ineunte menſe majo anni milleſimi ſeptingenteſimi ſexageſimi ſecundi notare cœpiſſet, in eodem ſtudio perſeveravit uſque ad exitum menſis aprilis anni inſequentis; ut diligentiam anno ipſi æquaverit. Omnia deinde in tabulam contulit, ut quemadmodum ſingula ſingulis reſpondeant, quæque in quovis anni tempore frequentius accidant, utque inter ſe conjungantur, vel uno adſpectu cognoſci poſſit; quam tabulam qui inſpexerint, laborem profecto hominis, & conſtantiam mirentur. Hæc illa nempe eſt tabula, quam Lucam reverſus ad nos miſit. Nos hic pauca adnotabimus, quo magis ejus appareat utilitas.

Primum quod ad ventos ſpectat, is, qui ab oriente ſpirat, verno, atque æſtivo tempore ſerenitatem plerumque affert, ſiccitatemque; de hieme frigus niveſque. Auſtrales venti perraro Corſenæ cælum infeſtant, ceterum noxii; ſi quando irruant, calidi atque humidi. Qui ab occidente oritur, ac zephyrus appellari vulgo ſolet, ſiccus; de æſtate frequentiſſimus. Siccus aquilo & frigidus; ac, ſi hiems eſt, aeris commotiones affert non mediocres. Hæc de ventis. Quod vero ad calorem, friguſque attinet, quorum ratio in thermometris apparet, Corſena utique cælo utitur temperatiſſimo, utpote cum nec umquam æſtas calores habeat vehementiores, nec hiems frigora, ut ſunt ſæpe alibi, moleſtiſſima. Neque humorum copia metuenda eſt, ſi hygrometris fidem habemus, quippe quæ aerem vix umquam juſto humidiorem eſſe teſtantur. Hæc omnia docet tabula. Sunt quidem nonnulli, qui Corſenæ cælum de nimia humorum copia accuſent propter auram ſerotinam neſcio quam. Neque id diſſimulat Benvenutus; ſed eos a ſententia deſtituros putat, ſi animadverterint, auram iſtam ſerotinam nec iis quidem abeſſe locis, quæ ceteroqui ſaluberrima habentur; omninoque eam ſoli ingenium ſequi, bonamque eſſe, ſi bonos excipiat halitus.

Ac

Ac loci quidem illius felicitatem res ipſa demonſtrat; quod ſi abſit, fruſtra indicia quærantur. Id ſcilicet videns Benvenutus in extremo denique ſermone, ut illuc redeam, effecta multa colligit, quæ loci opportunitatem oſtendunt. Mitto, quæ in ſalibus cælo expoſitis ac vix madeſcentibus animadvertit; quod argumentum movere chymicos poteſt. Venio ad vulgaria, quæ apertiſſima cuique ſunt, & in medio poſita. Nam neque lintea ibi humeſcunt; neque veſtes, diu quamlibet in arcis retentæ, corrumpuntur. Libri quoque & chartæ ariditatem ſuam conſtanter retinent. Ligna mucorem ducunt nullum; neque maculas ullas contrahunt ſtannea vaſa; quod alibi ſæpe faciunt, præſertim ſi in humidiora loca recondantur. Præterea, ut a domeſticis privatiſque diſcedamus, montium, qui circum ſunt, vertices nebulæ numquam obſident. Quid de aquis dicam, quarum præſtantia in experimentis chymicis non minus, quam quotidiano in victu ſe prodit? Quid de herbis, plantiſque ad valetudinem tuendam utiliſſimis, quarum mira eſt frequentia? Sed nulla in re magis cæli temperies ſe oſtendit, quam in animantibus, quibus ſane tam eſt apta illa Corſenæ regio, vix ut ulla ſit aptior; quamquam fœdiora inſecta non fert; in quo major eſt laus; ceterum humano corpori longe amiciſſima: id, quod optimus habitantium color, vigor, alacritas teſtantur, &, ſi quid id ad rem facit, mirum etiam ingenii acumen, atque incredibilis morum ſuavitas; quamquam hæc quidem Lucenſibus communia ſunt omnibus. Quod autem prætermittendum minime eſt, regionis illius nullus proprius eſt morbus; multoſque ibi invenias, qui vitam ad ſenectutem ſummam perduxerint. Atque hæc ſane tanta ſunt bona, ut vel ſi balnea haberet nulla, poſſet tamen pagus ille non ægrotantes modo omnes allicere, ſed etiam bene valentes.

Nonnulla indicantur ad medicinam ſpectantia.

IN ibi eram, ut librum editori traderem, cum ſubito ſermo mihi affertur doctrinæ diligentiæque pleniſſimus; Galeatii ſcilicet. Is illum paulo ante in Academia recitaverat, magna eorum, qui aderant, approbatione. Eumdem ego opuſculis adjungam, ut ſermonem ſequatur alterum, de quo ſupra mentionem feci,

cujuſque comitem ſe eſſe ait. In illo de calculis agebatur, qui hærere interdum creduntur in renibus; neque facilis tamen eſt conjectura, neque tuta; tanta eſt in ſignis fallacia; id quod Galeatius per multos caſus oſtenderat. Sermo hic alter nonnulla addit, quo medicos faciat in judicio ferendo cautiores. Non enim quæ e calculis in renibus aut ureteribus inſidentibus accidere debere videntur, ea ſemper accidunt; & ea interdum accidunt, quæ nemo quiſquam exſpectaverit. Caſus duos profert Galeatius, qui id vel maxime doceant. Fuit, cui tumores quidam orti erant ad hypogaſtrium conſpicui, cum calculus in altero ex ureteribus ſubſtitiſſet. Hæc fuſius perſequerer, ſi aut tempus haberem, aut non ea in ipſo Galeatii ſermone legi mallem.

Per idem fere tempus obſervationes quaſdam medicas litteris mandabat Petrus Paullus Molinellius, quarum jam aliquot in promtu erant, quas opuſculis inſeremus, ne quid prætermittamus, quo noſter hic liber ornari poſſit. Utinam reliquas abſolvere ipſe queat, antequam huic editioni finis imponitur. Sed ille medicus tam clarus eſt, ut æger ſit nullus, quin eum ſibi optet. Ipſe, qua eſt humanitate, ſuccurrere, quantum poteſt, vult omnibus, nihilque non poſt aliorum valetudinem ponit. Reſpicit tamen, cum tempus ſuppetit, ad Academiam, diſciplinamque, quam ſtrenue exercet, ſcriptis auget. Id quod ex his obſervationibus, quas opuſculis adjungam, unicuique manifeſtum erit; nam ea plerumque explicat, quæ nemo antea fere attigit. De oſſis hyoidis luxatione, quamvis & graviſſimus morbus ſit, &, niſi confeſtim ſuccurratur, periculoſiſſimus, neminem tamen ante Valſalvam ſcripſiſſe accepimus; poſt Valſalvam vix unus de ea memorat Scardona, qui illam in anginæ cauſis recenſet. Ac ne Valſalva quidem de hac luxatione multa tradit, neque, quo modo reponendum ſit os, explicat. Molinellius & luxationem hanc, quemadmodum fieri poſſit, docet & duo ejus facit genera, & quod caput eſt, qua arte illam ipſe ſemel atque iterum reſtituerit, per ſummam diligentiam narrat. Atque hæc ex ejus obſervationibus una eſt. Alia in rupto patellæ tendine, aliæ in aliis verſantur rebus. Una eſt, qua ærea vaſa ſtanno vel nullo obducta, vel ferme nullo, quamvis nocua eſſe dicantur, experimentis factis quamplurimis omni culpa liberat. Sunt enim, qui velint carnes, ſi cum adipe, adjecto ſale, in iis

ex-

excoctæ fuerint, non ſine magno periculo comedi; quod ſi verum ſit, quotidiano in metu eſſe oporteat propter coquorum negligentiam. Sed horum opinionem cum Molinellius antea nihili faceret, experimentis deinde ſumtis quamplurimis plus etiam contemſit.

Non eſt de Hyacintho Fabrio medico illuſtri prætermittendum; quem ab Hallerianis concertationibus, quas partim commentationibus ipſe ſuis, partim aliorum ſcriptis colligendis, edendiſque illuſtrandas ſuſceperat, humanum neſcio quod monſtrum ad breve, ut opinor, tempus abduxit. Ejus monſtri aperiendi, (quod ipſe maxime voluiſſet, nam mortuum erat) facultatem non habuit; ab externa tamen facie multa conjiciens, illud memoria dignum judicavit; nam de nullo tali legiſſe ſe umquam meminerat, ſi modo illud excipias, de quo Mekreenius clariſſimus in Anglis chirurgus memorat. Is enim in obſervationibus, quas edidit, tota Europa cognitiſſimis de monſtro narrat nihilo mirabiliore, ac, niſi ſexus diverſitas eſſet, ſimillimo. Non dubitavit ergo Fabrius id uni Academiæ proponere, quod Anglus univerſis propoſuiſſet. Quapropter iconem fieri juſſit e vero expreſſam, pulcherrimamque, quam ſub oculis poſuit, ſermonem recitans ea de re valde doctum, quem ſermonem cum modo ſcriptum acceperim, referam in opuſcula cum imagine. In eo ſermone primum quid id monſtri ſit, Fabrius docet; deinde ad cauſas inquirendas accedit, ſi quid conjectura poſſit aſſequi. Quod ad ipſam monſtri formam attinet, ne nihil videar dixiſſe, (nam qui cetera doceri volent, Fabrium ipſum legent) viſa eſt labes in capite præſertim inſediſſe; quippe cujus oſſa flexibilia erant & mollia; cartilagines verius dixiſſes; & præterea a ſuperiori parte eo uſque introrſum adacta, ut cerebro locum nullum relinquerent. Quoniam ergo monſtroſum hunc fœtum, ex his, quæ narrabantur, aliquantiſper, poſtquam editus fuerat, vixiſſe conſtabat, oportet ei cerebelli aliquid ſuperfuiſſe, unde vitam traxiſſet. Et ſane contrectans Fabrius pertentanſque omnia diligenter, neſcio quæ cerebelli indicia comperiſſe ſe putat. Ceterum erant oſſa, vel cartilagines illæ potius, communibus integumentis obtecta, ut ne capilli quidem deſiderarentur, quamvis hi eſſent rariores. Cum caput ſic eſſet, mirum non eſt tam multa vitia ad reliquum corpus manaſſe; quæ Fabrius partim obſervatione, partim conjectura,

ut qui corpus aperire non potuit, eſt perſecutus. His expoſitis ad cauſas perquirendas tandem accedit; duaſque affert promtas adeo atque in medio poſitas, ut videatur ingenio locum relinquere noluiſſe. Narrat, hoc quidquid eſt monſtri, e puella quadam ruſtica fuiſſe ortum, quæ cum ſe amanti morigeram præbuiſſet, ex illo gravida, deformitatem tantam miſerabiliter pepererat. Hinc Fabrius cauſas duas conjicit perbreves, paratiſſimas, & veri, quod caput eſt, ſimillimas; quæ ſi valeant, non aliæ ſint requirendæ. Etenim ut puella gravidam ſe eſſe ſenſit, cum quid flagitii admiſiſſet, ſibi eſſet conſcia, neque ignara, quam ſint homines ad peccandum proni, ad ignoſcendum difficiles, credibile valde eſt, eam in ægritudines, perturbationeſque animi graviſſimas incidiſſe; quibus cum teneretur, credi etiam poteſt, vinxiſſe eam ſe modis omnibus, conſtrictamque inceſſiſſe ad ventris tumorem occultandum. Hæc ſatis ſunt Fabrio ad illam fœtus depravationem diſtorſionemque explicandam. Quis enim neget, perturbationes animi, ſi vehementiſſimæ ſint, in his, quæ uterum gerunt, valere plurimum ad fœtus vitiandos? Quis etiam neget tenerrimos adhuc fœtus, ſi ſe arctiſſime matres vinciant, diſtorqueri poſſe quovis modo? Non ergo alias cauſas quærendas ſibi Fabrius exiſtimavit, cum duæ, quæ primum occurrunt, & veri ſint ſimiles, & ſint ſatis. Neque illos audire vult, ſi qui putant depravationis initia in ovo ipſo exſtitiſſe. Quis enim naturam, quaſi vitium ipſa pepererit, accuſet ſine cauſa? Neque in phantaſiam rejici quidquam vult. Quæ enim ſpecies obverſari puellæ potuit illius deformitatis? In extremo tandem ſermone mulieres gravidas etiam atque etiam monet, ne præter modum ſe vinciant, ſintque ad perturbationes animi vitandas cautiores. Sed jam de his ſatis; non enim ſermonem referre volui, ſed ſumma tantum capita attingere.

PHY-

PHYSICA.

De corporibus gravibus per aquam cadentibus.

CAdentia quæque corpora, ſi quod medium vincere inter cadendum debeant, accelerare primum, poſt deinde, certo quodam ſpatio confecto, ad motus æquabilitatem perduci, opinio eſt pleriſque omnibus probatiſſima. Hoc autem ſpatium quantum ſit definire difficile valde eſt; variat enim pro mediorum varietate: in aqua breviſſimum longe eſſe, nulla res alia oſtendere melius poteſt, quam Molinellii experimenta, in quibus apparuit nullum. Quare ſi hæc attendantur, dicantur corpora, quæ per aquam ſuo feruntur pondere, motu ferri omnino æquabili. Qualia experimenta hæc fuerint, ex ipſo Molinellii ſermone cognoſcetur, quem opuſculis inſeram. Hic præcipua exponam modo meo; & quoniam non ille omnia ſine intermiſſione perſecutus eſt, ac cum prima feciſſet, longo deinde intervallo ad eadem rediit, & nova addidit, eſtque de his ſæpius in Academia diſputatum: placet rem totam narrare ex ordine, atque initium alte ſumere ad hunc modum.

Petrus Paullus Molinellius cum medicinæ utriuſque ſtudium jam inde ab adoleſcentia complexus eſſet, ac plane ſe tantum fore, quantus deinde fuit, oſtenderet, aliarum quoque laudum particeps eſſe voluit. Quare cum mathematicas diſciplinas attigiſſet, eſſetque in ſcribendo nitidiſſimus elegantiſſimuſque, nullaque in re, quam ſtudio dignam exiſtimaſſet, non longe inter ſuos æquales excelleret, ad experimentalem quoque phyſicam, cujus, quoad vixit, fuit valde diligens, interdum deflectebat. Is igitur, cum gravitatem corporum conſiderandam ſibi propoſuiſſet, & ea præſertim, quæ cadentibus in aqua accidunt, ſcire vellet, anno fere milleſimo ſeptingenteſimo viceſimo quarto experimentum hoc iniit.

Tubum vitreum paravit, unciam unam pariſienſem latum, altum pedes octo. Aqua replevit, ut globulum paullo graviorem e ſummo demitteret; hujus quippe velocitatem metiri ſtudebat. Qua propter & tubi altitudinem in ſpatiola permulta

æqua-

æqualia diviſerat, ac pendulum paraverat, quo tempora notari poſſent, quibus globulus ſpatiola quæque, vel certum eorum numerum inter cadendum conficeret. Molimen præterea tubi fundo adjunxerat, quo globulus aqua levior detineri poſſet, ac dimitti pro voluntate; libuit enim, quid huic etiam accideret, ſi dimitteretur, atque aſcenderet, animadvertere. Nam quamvis dubium vix eſſet, quin quæ graviori globulo accidiſſent, cum deſcenderet, eadem, cum adſcenderet, leviori etiam acciderent; in his tamen rebus, ut in aliis pleriſque, ſucceſſus magis attendendus eſſe videbatur, quam ratio. His ita compoſitis experimentum tandem Molinellius ſumſit modo in graviori globulo, modo in leviori, idemque fecit ſæpius, & ſumma, qua potuit, diligentia. Facienti præter exſpectationem accidit, ut nulla neque in aſcendente globulo, neque in deſcendente acceleratio apparuerit. Neque ei ſolum nulla apparuit, ſed aliis etiam, qui pro amicitia interfuerunt; inque his Matthæo Bazzano, Guſmano Galeatio, Ferdinando Gulielmino, & ei, qui particeps experimenti & ſocius fuerat, Joanni Baciallio.

Res digna viſa eſt, quæ ad Academiam referretur. Illam ergo eleganti ſermone expoſuit Molinellius in privato Academicorum conventu, rogavitque omnes, ut cauſas explicare vellent, quibus tanta illa & tam conſtans motus æquabilitas, ſive in deſcendente globulo, ſive in aſcendente, aſſignanda eſſe videretur. Sermones fuerunt varii, euntibus aliis in ſententias alias. Euſtachius Manfredius, homo, dum viveret, mathematicarum rerum longe peritiſſimus, tubi, quo Molinellius uſus fuerat, anguſtiam cauſabatur; ſcire adhuc ſe velle affirmabat, quo evaſura res eſſet, ſi tubus latior adhiberetur.

Auctoritas hominis Molinellium commovit. Igitur de ampliore tubo cogitare cœpit, quem vitreum tamen eſſe volebat, ut quid intus fieret, poſſet perſpici. Verſabat ſecum animo, quemadmodum vitra permulta per ferream bracteam ſimul jungeret, atque ita conglutinaret, ut neque elabi aqua poſſet, neque ſuo pondere tubum ipſum diffringere. Molitio ſpem dabat. Sed cum hominem occupatiſſimum alia ex aliis quieſcere numquam ſinerent, rem ad aliquot annos diſtulit. Paullulum tandem otii nactus ad experimentum, quod cogitaverat, ſe retulit.

Tubum comparavit ex ſententia; altum pedes octo, latum qua-

quaquaverſus uncias non minus quatuor, & lineas novem. Experimenta, quæ olim fecerat, inſtauravit; neque res ſecus ceſſit. Nam quamvis eadem iteraret ſæpius, & globos mutaret, modo leviores adhibens, qui tubum totum percurrerent minutis ſecundis quatuor & viginti, modo graviores, qui curſum illum ſecundis non plus quatuor explerent, acceleratio, quæ quidem ſenſu poſſet percipi, fuit nulla. Globulum quoque adhibuit e plumbo ponderoſiorem, qui e ſumma aqua demiſſus minutis ſecundis duobus fundum petiit, cum dimidiam itineris partem ſine ulla dubitatione minuto uno ſecundo confeciſſet. Experimentis affuerunt præter Joannem Baciallium, quem ſibi perpetuum ſocium Molinellius adjunxerat, etiam Jacobus Bartholomæus Beccarius, & Joſephus Verattus, experientes in primis phyſici, & periculorum, quæ experimentis ſubſunt, haud ignari. His acceſſerunt Zanotti ambo, Franciſcus Maria, & Euſtachius.

Cum his præſentibus experimenta ſua Molinellius faceret, ac modo hujus, modo illius, uti fit, ſciſcitaretur ſententiam, non diſſimulavit Franciſcus Zanottus, experimentum illud, quod in ponderoſiori globulo ſumebatur, totum tubum minutis ſecundis duobus conficiente, nondum ſibi ſatisfacere omnino potuiſſe; aliam eſſe cadentium accelerationem in aqua, aliam in aere; vereri ſe, ne in illa tanta vel tubi, vel temporis brevitate non ſatis tuto & locus globi definiri potuerit, & punctum temporis loco illi reſpondens; optandum eſſe, ut tubus, ſi fieri poſſet, longior adhiberetur. Zanotti dictum excepit Molinellius perhumaniter; & quo globulis longiores curſus daret, cœpit jam tum cogitare de planis inclinatis; verum cum hæc poſtea inſtrui ſatis apte non potuerint, alio ſe convertit.

Tubum ſibi e bractea ferrea compoſuit altitudinis pedum quatuor ſupra viginti; ac molimen illud, quod ſupra dixi, fundo adjecit, quo poſſet globulum ibi detentum, cum vellet, dimittere; erat autem globulus aqua levior, ut, dimiſſus cum eſſet, per eam ſurſum ferretur ſua ſponte. Cum ergo tubum aqua impleviſſet, dimiſit globulum, notavitque accurate tempus, quo is ad ſummum pervenit. Id cum in toto tubo feciſſet; facere idem rurſum voluit in duabus tertiis tubi partibus, deinde in una tantum. Refecta igitur ſemel atque iterum ſuperiori parte, altitudinem primum ad pedes ſexdecim contraxit, tum ad octo; ac tempus denique in utraque altitudine

ob-

obſervavit, quo globulus e fundo miſſus ad ſummam aquam eveheretur. Quid quærimus? Sic plane tempora altitudinibus reſponderunt, ut fuerit in hoc etiam experimento motus æquabilitas manifeſtiſſima.

Unde hæc tam promta motus æquabilitas corporibus per aquam labentibus oriretur, dignum erat cognoſcere. Molinellius tamen uſum maluit quærere, quam cauſam. In id ergo unice intentus inſtrumentum excogitavit, ad aquarum altitudinem dimetiendam accommodatum, putavitque id navigantibus fore, & piſcatoribus præſertim, opportuniſſimum. Quamquam ubi de inſtrumento alio audivit, quod propoſitum deinde a Baciallio fuit, ſuum poſthabuit; nam licet forma atque uſu vix differrent, erat tamen, quod a Baciallio proponebatur, commodius & firmius. Neque illud, quod Hoochius in Anglia propoſuiſſe ferebatur, pluris fecit. Inſtrumenti utriuſque una fere erat ratio, ut levior globulus graviori corpori adnecteretur, ſic quidem, ut ambo ſimul aquæ impoſita fundum peterent; ex ipſo autem fundi attactu diſiungerentur, globuluſque ſua ſe levitate ſurſum ferret, & ad ſummam aquam emergeret. Si enim de ſpatio conſtet, quod & ambo ſimul juncta per aquam deſcendendo, & ſeorſim globulus aſcendendo, dato quovis tempore conficiunt, nihil negotii erit ex ea motus æquabilitate, quam ſupra demonſtravimus, aquæ illius, in qua experimentum factum fuerit, altitudinem invenire.

De inſtrumento illo ſuo Baciallius ipſe in Academia diſſeruit, ſed nihil ſcriptum reliquit, confidens tabulæ. Molinellius experimenta ſua omnia in ſermonem contulit nitidiſſimum elegantiſſimumque. Huic tabulas adjecit quatuor, quibus & tubi adhibiti, & omnis tuborum ratio, & experimenti cujuſque exitus quaſi ſub uno adſpectu ponerentur. Quintam quoque addidit, quæ & Baciallii, & Hoochii inſtrumenta demonſtraret. Qui ad opuſcula ſe contulerint, ii poterunt & ſermonem legere, & tabulas ipſas inſpectare.

Antequam huic capiti finem pono, duo prætermittere non debeo, quæ notatu digna ſunt, neque a Molinellio ipſo in ſuo ſermone prætermiſſa. Primum illud eſt. Cum inter experimenta facienda foramen interdum, ut ferebat animus, ad tubi fundum aperiretur, quo aqua ſubito effluerет, animadvertit Molinellius, globulos, qui, interim dum aqua exibat, in tubo ſurſum, deorſumve ferebantur, æquabili adhuc motu per-

pergere. Quod admirationem profecto habet aliquam. Quis enim putet, tam ſubito ac vehementi aquæ curſu non æquabilitatem illam turbari oportuiſſe?

Alterum hoc eſt. Proſiliente, ut modo diximus, e tubo aqua, voluit Molinellius capillares tubulos in illa experiri. Hi tubuli, quod eſt a phyſicis traditum, ſi in aquam extremo altero immergantur, eam in ſe trahunt, evehuntque ad certam uſque altitudinem. Quod cum in quieſcente aqua compertum ſit, quærendum reſtat, an idem quoque accidat in fluente. Experimento facto comperit Molinellius, capillares tubulos in eam aquam immerſos, quæ e tubis exibat, traxiſſe illam ad minorem quidem altitudinem, quam ſi in quieſcentem aquam immerſi eſſent, ſed traxiſſe tamen. Hac re comperta, ad artes reſpexit ſuas; viſuſque eſt ſibi anatomicorum ſtudia poſſe illuſtrare. Sunt enim anatomici jam multi, qui humorum ſecretiones attractione explicent, quod ſecernentia ſcilicet vaſcula humores ſecernendos in ſe trahant; idque capillarium tubulorum exemplo confirmant. Quo exemplo recte utantur, ſi eos modo tubulos proponant, quos non in quieſcentem aquam, uti ſolent, ſed in labentem immerſerint; ſiquidem ſanguis, unde vaſcula humores hauriunt, perpetuo labitur. Quod ſi exemplum e capillaribus tubulis in decurrentem aquam immerſis petierint, illud etiam commodius explicabunt; cur idem humoris genus vel in extremis partibus ſecernatur, ubi ſanguis fluit lenius, vel prope cor, ubi eſt concitatior; quippe quia capillares etiam tubuli aquam trahunt, quocumque feratur impetu. Sic Molinellius, cum ſcientiam phyſicam ornaret, navigantibus etiam, ſi poſſet, homo juvandi cupidus, prodeſſe cupiebat, & anatomicis lumen afferre aliquod.

De vitrorum quorumdam fracturis.

QUam ſæpe accidit, ut quæ unius ſpeciei creduntur eſſe propria, univerſo generi ſint communia! Id ſtudio plerumque cognoſcitur; interdum etiam caſu. Velut Gregorio Caſalio accidit, qui quod phyſici in peculiaribus quibuſdam ampullis vitreis jamdudum admirabantur, id ipſe comperit in communibus etiam vitris, & vulgaribus. Hanc illi rem caſus obtulit, ſtudio ipſe deinde illuſtravit. Quemadmo-

dum geſta res fuerit, illius ſermo declarat, quem tertio commentariorum noſtrorum tomo inſeruimus; quo in ſermone non rem tantum Caſalius propoſuit, ſed etiam, quaſi explicare vellet, rei cauſam quamdam attulit. Tomo illo emiſſo, Joannes Baptiſta Scarellius, Clericus Regularis, homo mathematicarum, phyſicarumque rerum ſcientia in primis clarus, cum phyſicam ſuam generalem ederet, veniſſetque ad vitrorum fracturas, Caſalii inventum magnopere probavit, cauſam probare non potuit; rationemque attulit, quam Caſalius ipſe contemnendam non cenſuit. Is ergo ſermonem alterum compoſuit, quo & ſuum inventum amplificare conatus eſt, & quod Scarellius objecerat diluere. Quem ſermonem in hujus tomi opuſcula referam, ne ſi hunc edere prætermittam, cum priorem ediderim, videar controverſiam hanc totam in medio quaſi curſu deſeruiſſe. Nunc quæ præcipua ſunt, complectar paucis, ſermoneſque ambos Caſalii referam, ut quæ fuerint vel inventi, vel quæſtionis initia, planius cognoſcatur.

Locus Bononiæ eſt publice conſtitutus, quo in loco petenti cuivis, juſto ſuſcepto pignore, pecunia, quam petit, numeratur: Mons pietatis vulgo dicitur. Huic præſunt graviſſimi, lectiſſimique cives, qui virum probum atque honeſtum loco præficiunt, eique omnia, quæcumque ibi ſunt pignori, tradunt cuſtodienda. Erant in his forte adamantes quamplurimi, qui incluſi, ut mos erat, in chartulas ſeorſim adſervabantur. Cœpit illa tuendorum adamantum ratio loci præfecto diſplicere; quod cum expromere adamantes identidem oporteret, inter chartulas aperiendas excutiebantur, diſperſoſque deinde per menſam quærere labor erat. Præſides ergo ea de re admonuit; quibus placuit, ut, abjectis chartulis, adamantes poſtea in vitrea vaſcula inderet. Id cum ille feciſſet, paucis poſt diebus animadvertit, vaſcula pleraque rimas egiſſe; idque ſtatim ad præſides detulit, & diffiſſa vaſcula commonſtravit.

Erat tum in præſidum numero Gregorius Caſalius, qui rem miratus, eam ſtatim ad doctrinam convertit. Subiit animum cogitatio de ampullis quibuſdam, quas primus inter phyſicos animadvertiſſe Balbus fertur & Bononienſes nominaſſe. Putavitque, quod ille in ampullis ſuis, id ſe jam, ſi exitus modo conſtans eſſet, in communibus vitris comperiſſe. Præfecto igitur mandavit, ut vaſcula alia vitrea ad experimentum pararet, eoſdemque adamantes in his reponeret, obſervaretque di-

diligenter, quid his fieret; ac ſi quid forte vaſculorum poſitus ad id pertineret, juſſit vaſcula alia ſic poni, ut recta conſiſterent, alia ut procumberent in latus. Experimentum præfectus ſuſcepit, perfecitque ſumma cum diligentia, inviſente ſæpius Caſalio, aliiſque, qui, quid accideret, ſuis ipſi oculis inſpectare cupiebant.

Experimenti hic fuit exitus. Vaſculum, in quo adamas repoſitus fuerat pondere granorum ſexdecim, ſuſtinuit ſe ad biduum; tertio die diffiſſum eſt. Diſſiluit vaſculum aliud, exactis horis non amplius quindecim. Atque hæc vaſcula recta conſtiterant. Alia duo, quamvis & recta conſiſterent, & in alterum adamantes quatuor, pondere granorum undecim, in alterum quinque, pondere granorum octo, injecti eſſent, ſex tamen dierum ſpatio labem acceperunt nullam: diſſiluerunt deinde, inclinata cum eſſent, illud quidem dierum ipſorum trium intervallo, alterum paulo poſt. Vaſculum quoddam jacens, in quod reconditi adamantes quinque fuerant, diſſiluit poſt menſem. Fuit aliud, quod labem traxit nullam, cum adamantes perexiguos contineret ad ſeptuaginta, quamvis & exſpectatum diu fuerit, & mutatus ſæpe poſitus.

Cum hæc Caſalius perſpecta ſatis haberet, ſuoque & aliorum teſtimonio comprobata, non dubitavit vaſcula illa ſua cum bononienſibus ampullis comparare; remque exiſtimans phyſicorum ſtudio dignam, quæ vaſculorum forma eſſet, notandum in primis cenſuit; idque maxime ad phyſicam pertinere. Ea erat hujuſmodi. Figura cylindrica, fundo introrſum adacto in coni modum. Superior pars in collum anguſtabatur, quod erat breviſſimum, ſtatimque in os amplum ſeſe aperiebat. Idem fere omnibus menſuræ modus; quippe vaſculum erat nullum, quin latitudine unam circiter bononienſis pedis unciam æquaret, altitudine unam cum dimidia. Collum octavas tres partes explebat cum altitudine, tum latitudine. Os duplo erat latius. Craſſitudo vitri ſextam decimam unciæ partem non excedebat, quamquam in fundo erat major. Durities porro vaſculorum ea, ut ex altitudine trium quatuorve pedum decidentia ad lapides offenderent ſine noxa.

Hæc adhuc caſu potius, quam ſtudio inventa. Voluit Caſalius de induſtria moliri aliquid, & ultra fortunam progredi. Conſtituit ergo lapides alios experiri, ſi qui eſſent ad diffringenda vaſcula æque, ut adamantes, idonei; neque ei

lapidum copia deeſſe potuit, Montii amico. Is, ut erat illi magna familiaritate conjunctus, habebatque domum cunctis naturæ opibus refertiſſimam, lapides ei obtulit omne genus, cryſtallum montanam, jaſpidem, chalcedonium, ſilicem, granatum, achatem, alioſque, quos recenſere longum eſt. Hos ut accepit Caſalius, continuo in vaſcula diſtribuit, eorum, quæ adhibita ante fuerant, ſimillima. Res erat in magna exſpectatione. Redibat Caſalius ſæpiſſime ad vaſcula; ſcrutabatur omnia diligenter, ut per ſe ipſe cognoſceret, quid quiſque lapis valeret ad vaſcula diffringenda. Cum in hoc diu multumque perſeveraſſet, inertes omnes invenit, præter achatem, & cryſtallum montanam, ſi trita quidem eſſet, & in pulverem comminuta; nam integra nihil præſtitit.

In achate ſic res habuit. Partes achatis quatuor, granorum pondere ſex fere & triginta, in quatuor deinceps vaſcula, cum recta conſiſterent, immiſſæ ſunt. Diſſiluerunt vaſcula, non pari quidem intervallo, ſed diſſiluerunt omnia; quod omnium celerrime, intra horas duas; quod tardiſſime, quinto poſt die. Vaſculum aliud rectum, achatis fruſtulo injecto, quod grana paullo plus duo pondere æquabat, horis quinque diffiſſum eſt; ut nulla inter pondus & tempus appareat proportio. Atque hæc erectis vaſculis acciderunt. In jacentibus viſæ ſunt fracturæ celeriores. Fuerunt etiam, quæ quamdiu rectum tenuerunt poſitum, reſtitere, cum procubuiſſent deinde in latus, haud multo poſt diſſiluerunt. Hæc fere ſunt in achate comperta.

Cryſtallus montana non minus habuit admirationis. Cum fruſtula ejus aliquot, ponderoſiora atque integra, immiſſa in vaſculum, diu ibi fuiſſent habita, labem attulerunt nullam. Fruſtum deinde minori pondere, malleo contritum, horarum minus trium ſpatio vaſculum diffidit. Erat vaſculum erectum, quod diffringere gypſum crudum marmoreum non potuerat, cum detentum in eo fuiſſet ad hebdomadas. Vaſculum aliud, quod bernenſi lapidi reſtiterat, cryſtallo montanæ, malleo tritæ, erectum reſtitit, jacens non reſtitit. Poſtquam procubuit, horarum quindecim ſpatio diffiſſum eſt. Sed nihil mirabilius, quam quod vaſculo accidit, nullo antea lapide attacto. Cryſtallus montana in hoc inditur, malleo comminuta, trium fere & triginta granorum pondere. Poſt aliquot dies nullum apparet fracturæ indicium. Mutatur vaſculi poſitus ſemel atque iterum; rima adhuc nulla. Inter hæc menſis ipſe elabitur, ac

tam-

tandem, ſpe omni depoſita, quid quidcryſtalli inerat, e vaſculo eximitur. Quadrageſimo primo die, poſtquam exemta cryſtallus eſt, præter omnium exſpectationem diffringitur vaſculum. Id ſi cryſtalli vis fecit, quis non miretur vim eam tam longo ſe tempore, remota præſertim cryſtallo, ſuſtinuiſſe?

His cognitis dignum ſane erat, ut quando de bononienſibus ampullis tam multa ſcripta ſunt, in his etiam vaſculis ingenia exercerentur. Hujus quoque laudis voluit Caſalius eſſe particeps; quare cum ea, quæ accidiſſent, in Academicorum conventu narraſſet; quæ ſecum ipſe deinde cogitaverat, quæque meditando aſſecutus fuerat, etiam demonſtravit; neque ampullas ſejunxit a vaſculis; ſed ea diſſeruit, quæ, ſi recte accipiantur, utriſque communiter poſſint convenire. Ac primum vim ipſam, qua adamas aliive lapides vitrum diffringunt, ſi qua poſſet, dimetiri conatus eſt. Cum ergo intelligeret eam tribus maxime rebus contineri, primum lapidum ipſorum gravitate, deinde angulorum, quibus pollent, acumine, ad extremum duritie; his tribus adjunxit vim, qua vitrum reſiſtit; atque ut eſt formularum diligens, formulam ſibi quamdam ex his omnibus compoſuit, tum aliam paravit ductam a tempore, & æquationem fecit, qua ſi qui ad dimetiendam in lapidibus ſingulis frangendi vim uterentur, ſperavit fore ut non multum a veritate aberrarent.

Et vero ut in rebus aliis omnibus, ſic etiam in fracturis hiſce tempus maxime ſpectare oportet, quod in iis faciendis inſumitur. Id ſecum ipſe Caſalius reputans cogitationem ſuſcepit phyſico dignam. Vult ille vitrum non tum diſcindi, ut vulgo creditur, cum rima primum ſe prodit; ſed multo ante dirumpi cœpiſſe, quam rima cerni poſſet: convelli primum leniter fibras nonnullas, diſtrahique aliquantulum; tum ex his alias commoveri atque alias, donec ſciſſura ſub adſpectum veniat; neque eam nobis videri, cum fit, ſed cum fieri deſinit. Fracturæ ergo negotium, ut ejus ſententia eſt, non ſubito conficitur, neque puncto temporis, ſed paullatim & lente, ut pleraque in corporibus univerſis fiunt. Quamquam huic, qua de agimus, vitrorum fracturæ certum tempus conſtitui non poteſt; eſt enim modo celerior, modo tardior pro eo ut plus minuſve aut lapis urget, aut vitrum reſiſtit; itaque mirari nemo debet, ſi interdum ad longiſſimum tempus trahitur.

Se

Se ergo Caſalius adjunxit Laghio, qui cum olim de bononienſibus ampullis diſſereret, eas docuit ita diſrumpi, ſi pellentia corpora per ſummum vitrum non nihil excurrant, in eoque notam relinquant; ſi qua ſunt corpora, quæ excurrentia veſtigium relinquant in vitro nullum, ea eſſe diffringendis ampullis inepta. Quam ſententiam argumentis multis probabilem Laghius fecerat; Caſalius his addidit & Laghii ipſius & Blanconi auctoritatem; potuiſſet & ſuam. Blanconus in eamdem rem docte ſcripſerat, & Laghii ſententiam complexus fuerat.

Hæc volvens animo Caſalius in eam ſpem venit, ut ſi aer tamquam cauſa adhiberetur, poſſent hæ vitrorum fracturæ explicari ſatis commode; modumque, quo id fieret, propoſuit, non quod ita eſſe ſentiret, ſed ut intelligeret, quid ſentirent alii. Sic autem rem totam explicabat. Nemo dubitat, quin vitri poris aer contineatur tenuiſſimus, & ſupra, quam dici poteſt, rarus. Id vitro contingere oportet ex ſummo fornacis æſtu, e qua eductum fuit ad frigeſcendum; dureſcendo enim a frigore interiorem aerem & maxime rarum debuit intercipere. Si ergo illius fibræ diſtrahantur non nihil, aut debilitentur, eas facile perrumpet externus aer, interiori aere quam minimum reſiſtente. Idque vaſculis & ampullis accidit ex lapillis injectis, ſi hi per ſummum vitrum labentes veſtigium, quantulum cumque id ſit, in eo relinquant. Tali enim frictione fibras torquent debilitantque. Quo fit, ut externus aer iis ſuo pondere incumbens nitenſque in ſubjectos poros per vim ſe immittat, deinde alios alioſque deinceps pervadat, rimaſque tandem aperiat, quæ oculis cerni poſſint. Hæc fere Caſalius; quæ etiam ad guttas anglicas & alia id genus vitra transferebat. Neque tamen affirmare quidquam ſe ajebat, ſed dubium hærere; quamquam eadem poſtea, adverſante Scarellio, ſic defendit, quaſi affirmaſſet. Controverſiam hanc paucis exponamus.

Joannes Baptiſta Scarellius philoſophus in paucis numerandus, cum Caſalii ſermonem, ut erat jam editus, perlegiſſet, experimenta collaudavit, cauſam rejecit. Inſederat illi opinio, has vitrorum fracturas non incurſu aeris, qui vitri poros invaderet, ſed vapore igneo fieri, qui intus in vitro deliteſceret. Omnino negabat aerem huc pertinere. Neque probabili carebat ratione; experimentis enim nitebatur cognitiſſimis, quæ phyſici duo nobiles ſumſerant, Belgradius & La-

Laghius, quibus ampullæ in excipulo vacuo æque diffiſſæ erant, ut in aere. Quid ergo, ajebat Scarellius, fracturæ cauſam aerem ponimus, qui ut abſit, fractura ſequitur nihilominus? Sic Scarellius.

Quid Caſalius ad id reponat, videamus: quo loco ſermonem ejus alterum explicare ingredior, quo & Scarellio, ut ſupra dixi, reſpondet, & inventum auget ſuum. Quæ Scarellio reſpondet, hujuſmodi fere ſunt. Primum videndum eſt, (quamquam id quidem Caſalius monet quaſi præteriens) videndum, inquam, eſt, quam tuto argumentum ab ampullis, ad vaſcula transferatur; nam experimenta, quæ Belgradius & Laghius ſumſerunt, quibuſque Scarellius nititur, fuerunt in ampullis, hic autem de vaſculis proprie quæſtio eſt; ac licet hæc illis affinia ſint, non ſunt tamen ſimilia per totum; & ampullæ aliter, aliter formantur vaſcula; & habent illæ fracturas plerumque celeriores. Sed hæc Caſalius non admodum premit.

Illud magis urget, excipulum nullum tam vacuum eſſe, in quo non aliquid ſuperet craſſioris aeris. Quid dicam de tenujore, qui late regnat per omnia? Potuerunt ergo diffringi ampullæ vel Belgradio, vel Laghio, propter aerem, qui in excipulo eſſet reliquus; nam quamvis tenuiſſimum hunc fuiſſe oporteat, potuit tamen, vel potius debuit, longe eſſe denſior, quam qui in vitri poris deliteſcebat, quemque fornacis ignis ad raritatem ſummam perduxerat.

Huc accedit, in eoque inſiſtit Caſalius maxime, quod poſſunt frangendi cauſæ eſſe multæ; neque ipſe, cum aerem proponeret, rejecit alias; quin imo elaſticitati, quæ inſignis in vitro eſt, tribuere ſe multum fatetur, & oſcillationibus ex illa ortis. Quamvis ergo aer ad diffringendas ampullas multum conferat, ſi experimentum fiat in aere; poſſunt eæ tamen diffringi etiam in vacuo; aliis ſcilicet de cauſis; neque concludendum eſt, aerem, ſi adſit, nihil agere, ex eo quod nihil agat, dum abeſt. Lævia quæque corpora & plana, ſi alia aliis ſuperponantur, adhærent ſibi mutuo, etiamſi in vacuo verſentur; neque tamen dubium eſt, quin, ſi verſentur in aere, ad id quamplurimum aer conferat. Quis neget, corpora preſſione aeris duriora fieri, quæ tamen duriſſima ſint etiam ſublato aere? Cur non idem ampullis quoque & vaſculis accidat, ut cauſis aliis diffringantur, ſi aer abſit; ſi adſit, etiam ab aere? Præſertim cum natura aeris id quaſi poſtulet, prementis omnia, & in omnem partem nitentis.

Ita-

Itaque & Pollinierius & Rohaultius, graves phyſici, incurſione aëris fieri putant, ut guttæ anglicæ confringantur; & Clarkius Rohaultio aſſentitur, quamquam incurſioni aeris vitri elaſticitatem adjungit. Idem ſimiliter Mariottus facit, qui quantum ad guttas anglicas diſiiciendas aer valeat, ex eo etiam demonſtrat, quod diſiiciuntur in vacuo minori impetu. Ac fuiſſet fortaſſe vaſculorum, de quibus agimus, fractura minor in vacuo, ſi experimentum in vacuo capere licuiſſet. Belgradius & Laghius frangi ampullas in vacuo videre potuerunt; qua vi, qua celeritate, quo impetu frangerentur, non potuerunt. Hæc fere ſunt, quæ Scarellio Caſalius reponit, ingenio quæſita, clarorum hominum auctoritate firmata. Quæ ſi qui intelligere planius velint, iis auctor ſum, ut ipſum Caſalii ſermonem legant.

Quæſtione hac miſſa, in qua liberum unicuique judicium erit, ad illa tranſeo, quæ ad vitrorum fracturas illuſtrandas in eodem ſermone proponuntur; quæ tamen prius quam exſequor, dicendum eſt non nihil de formula. Formulam ſibi Caſalius, ut ante dixi, in primo ſermone compoſuerat ad vim exprimendam, qua incluſi lapides vel ampullas diffringunt, vel vaſcula. Eam formulam duxerat a duritie lapidum, a gravitate, ab angulorum acumine, a vitri reſiſtentia, quibus addiderat etiam tempus. Viſus poſtea ſibi eſt, hæc omnia non ſatis recte diſtribuiſſe. Inflectit ergo formulam non nihil; idque in ſecundo ſermone declarat. De hac ſubtilitate fuſius non diſſeram, nam quamvis Caſalius amare hanc formulam videatur, ea tamen nuſquam utitur, neque in ea multum, ut fatetur ipſe, confidit.

Ad experimentum venio, in quo minus ſubtilitatis apparet; ſollertiæ autem plurimum. Id ſe narrat Caſalius in bononienſibus ampullis feciſſe, cum ſæpe illum a vaſculis ad has traheret argumenti propinquitas. Repetenda alte res eſt, & a capite, ut tota experimenti ratio cognoſcatur. Notiſſimum in vulgus eſt experimentum, in bononienſibus ampullis ſæpe ſumtum, quæ, ſi fruſtula intus receperint vel leviſſima, interpoſita, ut plerumque accidit, brevi mora, diſtringuntur. Id facile creditum eſt ex eo fieri, quod hujuſmodi ampullæ ſimul atque e fornace educuntur, in frigidiſſimum transferuntur locum, ſubitoque frigore adſtringuntur; hinc eam illis oriri proprietatem. Placuit ergo nonnullis quærere, utrum hanc

illæ

illæ proprietatem deponerent, ſi calefierent rurſum uſque dum candeſcerent, deinde ſenſim frigus acciperent, & per gradus. Experimento compertum eſt, ampullas ad hunc modum comparatas, cujuſvis jam fruſtuli ictum ferre, neque amplius diſſilire.

Id ſane conſideratione dignum videbatur, multiſque modis tentandum. Ut ergo experimentum variaret, & illuſtrius redderet, voluit Caſalius, calefieri ampullas vehementer quidem, ſed minus tamen, quam ut candeſcerent; duarumque præſertim periculum fecit. Harum unam calefieri valde juſſit, validius alteram; poſt deinde refrigeſcere utramque ſivit paullatim & lente. Cum eſſent jam plane frigidæ, ſilicis fruſtula indidit. Reſtiterunt ampullæ ad horas multas, ac jam pro ſalvis habebantur. Biduo poſt inſpectæ rimas oſtenderunt, quas Caſalius ut vidit, vaſculorum illico in mentem venit; adeo rimæ viſæ ſunt ſimiles in ea præſertim ampulla, quæ caloris minus acceperat. Fuit etiam rimarum ſimilitudo manifeſtior in alia quadam ampulla, quam experiri ſimiliter voluit, quæque ſiliceo injecto fruſtulo duobus circiter poſt minutis diſrupta eſt. Non prætermiſit Caſalius animadvertere, ampullæ hujus latera fuiſſe craſſiora, ampullamque ipſam circa fundum ad cylindri formam non nihil accedere, ut cum rimæ, quas duxerat, vaſculorum rimas æmularentur, ampulla ipſa quoque vaſculum quodammodo imitaretur. Sic a vaſculis ad ampullas digrediebatur, tum redibat ad vaſcula, nihilque eorum prætermittebat, quibus aut explicari argumentum poſſet, aut ornari.

De luce.

HÆc mihi adhuc ſcribenti in manus veniunt Franciſci Mariæ Zanotti litteræ ad Torquatum Varenum datæ, quibus multa colligit, quæ non uno in Academicorum conventu varie diſputaverat. Primum agit de luce; ac rebus non novis novi aliquid conatur addere; deinde Nevtoni lemma, in quo Varenus offenderat, accuratiſſime explicare nititur, ut omnem adoleſcentulo dubitationem adimat. Litteras ipſas, ſi voluminis magnitudo feret, adjungam opuſculis. Nunc ea breviter attingam, quæ de luce ſunt; quæ autem ad lemma ſpectant, in eum locum rejiciam, ubi mathematicorum cogitata exponentur.

Unumquemque lucis radium radiolis componi innumerabilibus diverſorum colorum, Nevtoniani docent, vel philoſophi potius omnes; quis jam enim, ubi præſertim de luce agatur, non ſe Nevtonianum eſſe prædicat? Neque minus docent, colorem radiolo cuique ſuum ſic inhærere, ut nullo prorſus modo poſſit diſcuti; idque etiam experimento confirmant. Solis radium priſmate inflectunt, coloratamque, quæ inde fit, imaginem tabella excipientes, certi coloris radiolum per foramen, quod in tabella inſculptum habent, progredi longius ſinunt. Progredientem modis omnibus torquent: opaca objiciunt corpora cujuſvis generis; diaphana interponunt. His flectunt refringuntque radium ſæpius, & in omnes partes verſant. Ille ſui ſemper coloris eſt. Id cum viderint, radioli colorem nulla omnino ratione mutari poſſe putant.

Cum jam omnes in experimento hoc acquieſcerent, Franciſcus Maria Zanottus requirere adhuc aliquid auſus eſt. Quod enim illi in opacis, diaphaniſque corporibus tentaverunt, cur non idem tentetur etiam in tertio genere, ideſt in lucidis? Cur non quæratur, quid colorato ſolis radio accidat, ſi in candelæ flammam, atque adeo in eam flammæ partem, quæ ellychnio imminet, & eſt longe nitidiſſima, incurrat? Et vero ſi qua coloris mutatio accidere radio poteſt, ea tunc vel maxime exſpectanda eſſe videtur, ſi radius in flammam aliquam incidat, eamque tranſmittat. Eſt utique flamma, ut quæ lucem parit, gignendis coloribus aptiſſima: videtur ergo etiam mutandis. Voluit igitur Zanottus Nevtoni opinionem majori, quam fieri ſolet, periculo illuſtrare, & quid radio accidat, ſi in flammam incurrat, cognoſcere.

Res ſic acta. Coloratam imaginem e ſolis radio ope priſmatis ductam tabella excepit, ac foramen, quod in tabella inſculpſerat, modo unius coloris radio, modo alterius, objecit; ut radius inde exiens ultra tabellam ferretur, & in adverſam chartam ſe immitteret. Hunc in charta ſpectabat Zanottus intentiſſime, notabatque qui eſſet color, quæ forma, qui nitor. Interim ſocii, quos participes experimenti eſſe voluerat, candelæ flammulam, inter priſma poſitam & tabellam, modo, ut ipſe juſſerat, ad foramen admovebant, modo removebant. Volebat enim ipſe cognoſcere, an radii ſpecies per foramen in chartam immiſſa ex illa flammulæ interpoſitione quidquam mutaret. Quamvis experimentum ſæpius fecerit,

rit; & in omni radiorum genere; nihil mutari viſum eſt: non color, non ſitus, non forma, non vis luminis; ut radii ſpeciem Zanottus intuens, utrum ſocii flammulam interpoſuiſſent nec ne, judicare omnino non poſſet. Non eſt tamen negandum, turbationem ſpeciei aliquam, admota flammula, interdum apparuiſſe; quam quidem non flamma ipſa fieri creditum eſt, ſed nigricantibus potius particulis, quæ ex ellychnio erumpentes, neque dum in flammam converſæ, feruntur ſurſum, & fumo admiſcentur; itaque ſi flammula modico intervallo ſubjiceretur, ut radium non attingeret, ſed fumum tantum in eum immitteret, eadem ſpeciei turbatio ſequebatur.

Sed ad coloris conſtantiam redeamus. Hanc Zanottus cum communis flammæ periculo comprobaſſet, voluit in diſcrimen majus adducere; idque fieri poſſe exiſtimavit, ſi certi coloris radius, non, ut ante, per communem flammam, ſed per coloratam, tranſire cogeretur, eſſentque colores longe diverſi; videbatur enim, ſi qua ratione radii color mutari poſſet, id eſſe utique ex illo alterius coloris occurſu in flamma exſpectandum. Fecit ergo, ut flammam viridem pararet, ac radium e ſole per priſma ductum, præclare rubentem in ipſam immitteret. Experimento, ut antea, facto colorem radius præ ſe tulit ſemper ſuum, ut ex illa flammæ viriditate nihil videretur contraxiſſe. Quamquam diſſimulandum non eſt, accidiſſe aliquando, ut radii ſpecies ſubviride neſcio quid oſtenderit. Quod fieri profecto ex eo debuit, quod virides flammæ radii rubenti ſolis radio ſe admiſcerent; ac licet pauciores multo eſſent, tenujoreſque, interdum tamen colorem ſuum promerent. Viriditas ergo flammæ non colorem mutavit ſolaris radii, ſed illi ſe adjunxit. Videntur igitur lucis radii, etiamſi per coloratam flammam tranſierint, colorem tamen ſuum conſervaſſe; atque haud ſcimus, an majori in periculo umquam fuerint. Nullum certe illuſtrius legimus.

His ſibi Zanottus ſatisfecerat de colorum, qui in luce inſunt, conſtantia. Atqui illi in mentem venit, aliud neſcio quid quærere de luce; an lux ſcilicet e flamma prodiens, e ſuperficie tantum, an vero ex interioribus etiam partibus, proficiſcatur; ac ne hic quidem flammam cum diceret, aliud intelligebat, niſi illam, quæ ellychnio imminet, flammæ partem, quæque eſt longe omnium nitidiſſima. Ac licet inclinato jam animo in eam ſententiam iret, ut omnino crederet, lu-

o 2 cem

cem ex intima flamma prodire, cupiebat in eo tamen experimentis potius, quam vulgari opinione duci, præſertim cum quæſtio haud parvi momenti ſit ad vim luminis æſtimandam; etenim ſi ab exterioribus tantum flammæ partibus lux provenit, videtur ea ſane ſuperficie flammæ æſtimanda eſſe; ſin etiam ab interioribus, tota maſſa.

Exiſtimavit autem quæſtionem poſſe confici, ſi per experimenta probari poſſent hæc duo: primum magnitudinem lucis eamdem manere, ſi flammæ maſſa eadem maneat, etiamſi ſuperficies minuatur; deinde magnitudinem lucis augeri, ſi flammæ maſſa augeatur, etiamſi minime augeatur ſuperficies. Hæc enim ſi ita accidant, quis non videt, magnitudinem lucis non flammæ ſuperficiei, ſed maſſæ reſpondere, eſſeque idcirco a maſſa potius, quam a ſuperficie repetendam? Quo efficitur, non ab exterioribus tantum flammæ partibus proficiſci illam, ſed etiam ab interioribus. Non ignorabat Zanottus, quam difficile factu eſſet aut ſuperficiem in flamma, aut maſſam certam conſtituere, nec ſibi admodum, homo experimentorum rudis, & ab re omni imparatus, confidebat; ſperavit tamen, ſi quid rude ipſe protuliſſet, alios fore, qui idem perficerent; neque ſuam exercere, ſed aliorum excitare induſtriam voluit. Experimenta iniit ad hunc modum.

Primum flammulas duas ſuper menſam locari juſſit, plane ſimiles, &, quoad ejus fieri potuit, inter ſe æquales, ac breviſſimo intervallo diſiunctas. Ipſe interim in chartam intuebatur, ea diſtantia, vix ut litterulas, in illa inſcriptas, ſub eo lumine poſſet legere. Cum vim luminis ad hunc modum animadvertiſſet, juſſit flammulas jungi ſubito, ut in unam coirent. Legendi facilitas fuit eadem. Neque minus eadem manſit, cum experimentum repetens pro binis flammulis ternas adhibuiſſet. Ea re intellexit, magnitudinem luminis eamdem manere, ſi flammæ maſſa eadem maneat, etiamſi ſuperficies minuatur. Quis enim non facile putet, in illa flammularum junctione ſuperficierum ſummam imminutam eſſe, maſſarum ſummam manſiſſe? Et vero eadem manſit magnitudo luminis, cum eadem manſerit legendi facilitas.

Hoc facto perrexit Zanottus ad experimentum alterum. Flammulam poſuit, quæ per foramen in tabella factum lumen in adverſam chartam diffunderet. Ipſe chartam intuens in certum ſpatiolum defixit oculos, ea diſtantia ſe habens, ut inſcri-

ſcriptas litteras legere in eo lumine vix poſſet. Cum has legeret, juſſit ſubito flammulam ex alterius flammulæ adjunctione majorem fieri. Fuit illico & lumen majus, & litterularum lectio multo commodior. Qua re cognitum eſt, augeri lumen poſſe, ſi flammæ maſſa augeatur, etiamſi ſuperficies maneat eadem; quanta libet enim in experimento hoc flammæ magnitudo fuerit, radiare tamen in chartam non niſi tanta ſuperficiei pars potuit, quanta foramini reſponderet. Experimentum quidem ſic ceſſit.

Atque hæc quamvis non belliſſime, ſed pingui potius, ut ajunt, Minerva fuiſſent facta, ſignificationem tamen habere aliquam viſa ſunt; commodiſſimæque opinioni pondus addere, ut crederetur lux non ſuperficie flammæ æſtimanda eſſe, ſed maſſa tota ac ſoliditate. Cum hanc opinionem Zanottus jam animo complexus eſſet, inutilem omnino eſſe noluit, eaque deinde uſus eſt ad rem explicandam, quam nemo adhuc, quantum ſcimus, explicandam ſuſceperat. Id ita habet. In ſolis defectu ſæpe accidit, ut cum luna ſe ſoli objicit, & alias atque alias ſolaris diametri partes deinceps occupat, initio quidem non eam rebus obſcuritatem afferat, quæ objectæ ſolis parti reſpondeat, ſed ſit multo minor; poſt vero progreſſa longius, ubi ad ſolis centrum propius acceſſerit, breviſſimo tempore obſcuritatem pariat vel maximam. Qui id mirantur mirari fortaſſe deſinent, ſi intelligant, ſolem ingentem quamdam flammam eſſe in ſphæræ modum conformatam, velintque lucem ejus non ſuperficie, ſed maſſa tota æſtimare. His enim poſitis facile apparebit, progredientem in ſolis facie lunam primum quidem ſuperficiei multum obtegere, non multum maſſæ; quo fit, ut obſcuritatem parvam afferat, quam minus attenti vix ſentiant; poſt vero progreſſam longius, & ad ſolis centrum accedentem, tantumdem fere maſſæ obtegere, quantum ſuperficiei, unde maxima vel breviſſimo tempore ſequitur obſcuratio. Sic rem Zanottus explicabat, ſuaque experimenta, qualiacumque eſſent, ad phyſicorum commoda tranſferre ſtudebat.

De

De viſione.

UT multa phyſici in luce compererint, quæ aut vera ſunt; aut habentur; in ipſa tamen viſione explicanda adhuc hærent. Alembertus, mathematicus tota Europa longe clariſſimus, putat eos, ubi ad hunc locum venerint, in tanta adhuc obſcuritate verſari, ut affirmare non dubitet, neque veteres ex omni ætate profeciſſe quidquam, neque recentiores. Quod ille de viſione cum dixerit, miror, cur non etiam de rebus aliis prope omnibus. Tamen Joannes Baptiſta Scarella, magni ingenii vir, magnæque doctrinæ, phyſicos bono animo eſſe vult; qui ſi quid modo in principiis, quæ adhuc ſecuti ſunt, mutari ſinant, ſperat ipſe eam ſe explicandæ viſionis rationem inire poſſe, quæ vel Alemberto probetur. Ea de re Academiam monuit latino atque eleganti ſermone, nec ita brevi, quem Brixia, ibi enim commorabatur, perhumaniter ad nos miſit. Sermonem ipſum referam in opuſcula, ut inde, quæ ſit doctiſſimi hominis ſententia, appareat. Hic quas in partes diſtributus ille ſit, quive ejus ordo, breviter primum & quaſi curſim docebo; tum ad rem ipſam veniam, præmiſſis modo meo paucis, quo univerſæ diſputationis argumentum clarius intelligatur.

Viſionis tres fere ſunt modi; quapropter in tria quaſi genera diſpertiri ſolet. Alia eſt viſio, quam directam vocant, alia, quam reflexam; his tertiam addunt, quæ dicitur refracta. Cenſetur autem unaquæque harum ad explicandum difficillima. Alembertus in hunc locum ingreſſus ſingulas ex ordine eſt perſecutus; omnes phyſicorum, mathematicorumque, qui ante ipſum floruerunt, ſententias in omnes partes verſavit; ac cum difficultates, quibus illæ undique circumſeptæ ſunt, diſſolvere maxime vellet, fatetur ſe exitum non reperiſſe. Majori ſpe Scarella fuit, qui eumdem ſecutus ordinem unumquodque viſionis genus ſatis commode explicare ſe poſſe confidit. Sermonem igitur, quem ſuper ea re fecit, quemque, ut ſupra monui, ad nos miſit, in capita diſtribuit quatuor; in primo viſionem directam ſuo modo exponit; in altero reflexam; in tertio refractam; in quarto ad reflexam refractamque ſe refert, ac de ambabus agit communiter. Ubique in id maxime nititur, ut quæ Alembertus aliis objicit, ea oſtendat objici ſibi

non

non poſſe; nec ulli magis placere velle videtur, quam Alemberto. Quamvis autem diligentia ubique & ſtudium eluceat, copioſior eſt tamen atque accuratior primi capitis, quam aliorum, diſputatio, ex eo fortaſſe, quod in illo ſumma omnis continetur; qui enim intellexerit, quemadmodum viſionem directam ipſe explicet, ei facilis ad reliqua erit tranſitus. Quare ego quoque, ubi ad Scarellæ ſententiam declarandam venero, quæ mihi præcipua videbuntur, e primo capite excerpam; cetera prætermittam. Sed ante omnia placet de viſione generatim pauca dicere, atque altius exordiri ad hunc modum.

Quæ apertis oculis percipimus, ea videre dicimur. Hoc autem ipſum videre ſic fere explicant. Venientes ab rebus lucis radii pupillam ſubeunt, ingreſſique in oculum, ubi humores varios permeaverint, ad retinam tandem perveniunt, eamque pellunt. Ex illo pulſu perceptio oritur in animo, quæ viſio dicitur. Eaque in ſenſibus numeratur; eſt enim ſenſus nihil aliud, niſi perceptio animi e corporis pulſu orta.

Qui autem fiat, ut e corporis pulſu oriatur perceptio in animo, an eam ipſe per ſe pulſus faciat, an occaſionem tantum præbeat, quæſtio eſt longe obſcuriſſima. Quamquam qui volunt perceptionem animi ipſo corporis pulſu effici, plane ignorare ſe profitentur, cujuſmodi is pulſus ſit, neque ſcire ſe ajunt, quid inter pulſus varios interſit, ut perceptiones efficiant alii alias in animo. Quod cum ita ſit, nulla eſt perceptio, quam, ſi velint, non e quolibet corporis pulſu poſſint ducere, perinde ac ſi pulſum corporis non perceptionis cauſam eſſe ponerent, ſed occaſionem tantum. Sic ergo de ſenſibus diſputemus, quaſi pulſus corporis perceptionem animi non ipſe quidem efficiat, ſed efficienti cauſæ, quæcumque demum ea ſit, occaſionem præbeat. Idque etiam in viſione teneamus.

Haud ſcio, an alius, quam hic, locus ſit aptior ad explicandum, quo ſpectet, & in quo tandem vertatur vulgatiſſima illa quæſtio de ideis ingenitis, in qua tam multi ſe torquent. De qua ſi quid ipſe ſentiam, paucis dixero, atque a propoſito digrediar paululum, non tam mea, quam loci ipſius culpa erit, qui me abduxit. Faciet brevitas, ut digreſſioni ignoſcatur. Quæſtio igitur de ideis ingenitis huc ſpectat; in hoc vertitur. Quæritur nempe utrum cauſa illa, quæ ideas, ſeu perceptiones in animo efficit, quæcumque demum ea ſit, (quæ enim, aut qualis ſit, neſcire ſe omnes profitentur) eam

ſibi

ſibi legem impoſitam habeat, ut nullam umquam in animo notionem efficiat, niſi præceſſerit pulſus quipiam in corpore. Sunt qui putent, ſcire ſe, eam illi legem eſſe utique impoſitam. Alii negant ſciri id poſſe, notioneſque aliquas ante omnem corporis pulſum impreſſas fuiſſe in animo ſuſpicantur, eaſque ingenitas vocant. Quæſtio, ſi rem quærimus, difficillima; ſi utilitatem ſpectemus, meo quidem judicio, leviſſima; quam qui ſerio tractare ſe ajunt, valde vereor, ne id ipſum non ſerio dicant. Quod ne videar ſine cauſa affirmaſſe, placet hic paucula quædam animadvertere.

Non eſt dubium, quin doctrinæ diſciplinæque omnes ex hoc uno pendeant, ut quod in idea quavis neceſſario apparet, id ea de re affirmari tuto poſſit, cujus illa eſt idea; idque æque valet, undecumque idea venerit. Quid ergo ſcire intereſt, an illa ex occaſione corporei cujuſdam pulſus effecta fuerit, an aliter? Niſi forte putamus, aut geometras in figuris conſtituere nihil poſſe, aut arithmeticos in numeris, niſi prius diligenter quæſiverint, unde illis aut figurarum notiones venerint, aut numerorum, eaſque intellexerint, ſibi adveniſſe per ſenſus. Quod autem momenti plus habet, in metaphyſicis etiam rebus ratio valet eadem. Si enim, ut exemplo utar maxime illuſtri, in perfectiſſimæ rei idea exſiſtentia neceſſario apparuerit, undecumque idea illa orta ſit, affirmandum erit utique rem ipſam debere exſiſtere. Ac ſi qui putent, ideam perfectiſſimæ rei non niſi ab ea re effici poſſe, quæ ipſa ſit perfectiſſima; indeque colligant, perfectiſſimam rem illam eſſe debere; ad argumenti hujus vim cognoſcendam quid, quæſo, intereſt, ſcire utrum perfectiſſima res illa, quæ ſui notionem in animo effecit, eam ſtatim effecerit, an externi alicujus pulſus occaſionem exſpectaverit? Si enim effecit, quomodocumque effecerit, ſit oportet. Quæ dico, ut ſi qui ideas ingenitas metaphyſicarum rerum cauſa negandas putant, in idque intendunt, ut argumenta infirmentur, quibus maxime probatur, Deum eſſe, in hoc etiam ſe intelligant nihil agere, omninoque appareat, quam nullius momenti ſit iſta de ideis ingenitis quæſtio, potuiſſeque Lockium minus de ea laborare. Sed jam video, me longius abiiſſe. Redeo ad viſionem.

Quoniam quæ apertis oculis percipimus, ea vulgo videre dicimur, non una res tantum, ſed multæ ſub viſum dicentur cadere: color, magnitudo, figura, ſitus, diſtantia, quies, motus;

tus; hæc enim omnia apertis oculis percipimus; conſiſtunt autem pene omnia, ſi colorem quidem excipias, in intervallis quibuſdam ſive diſtantiis, aut cognoſcendis, aut inter ſe comparandis; namque extremarum contrariarumque partium diſtantia magnitudinem facit; figura vero ex eo oritur, quod extremarum quarumlibet partium diſtantiæ, inter ſe comparatæ, hoc vel illo modo ſe habeant. Jam vero ſi res, quæ videtur, ad alias, quæ ab illa diſtant, aut extra illam ſunt, quæque item videntur, referatur, relatione illa percepta, ſitus percipitur. In his ergo, quæ videre dicimur, præter colorem, ſpatium quoque numerare oportet, ſine quo percipi intervallum nullum poteſt, & relationes præterea multas, quas, intervalla inter ſe comparando, aſſequimur, quæque in rebus ipſis non minus ineſſe videntur, quam color. Adeo ſunt varia, quæ ſub viſum dicuntur cadere. Quid, quod etiam tempus videre nos dicunt, etſi id minus advertunt; & recordationem ipſam ad viſionis ſenſum revocant? Nam quietem & motum nos utique videre affirmant, quæ tamen percipere ſine recordatione quadam & temporis notione non poſſumus; neque enim corpora intuentes moveri illa intelligimus, niſi ea recordemur, non ibi, ubi ſunt, fuiſſe antea, ſed alibi; ſimiliterque quietis perceptio certam habet temporis recordationem. Si ergo illa vere videmus, quæ videre dicimur, oportet ſane viſionem non in una & ſimplici perceptione conſiſtere, ſed multis componi, ut quæ præter coloris perceptionem alias etiam continet, ſpatii, temporis, relationumque plurimarum; hiſque interdum accedat neceſſe eſt memoria quædam.

Quin ipſa quoque coloris perceptio, niſi ſpatii acceſſerit notio, nulla ſit. Quis enim intelligere colorem poteſt non late per extenſam rem quampiam diffuſum, cui inhæreat, quæque idcirco colorata dicatur? Extenſa autem res intelligi ſine ſpatio non poteſt. In quo illud mirari ſubit, quod cum colorem alicui rei inhærere fateantur omnes, neque ſe illum niſi inhærentem intelligere poſſe affirment; cui tamen rei inhærentem intelligant, ſi roges, neſciunt. Nam corporibus quidem inhærere illum poſſe negant, quorum natura, ſi quid phyſicis credimus, præter figuram & motum qualitates alias omnes reſpuit. Ac ne radiis quidem lucis inhærere illum volunt, qui ſi interdum colorati dicuntur, non idcirco tales dicuntur, quod colorem habeant, ſed quia coloris perceptionem

excitant. At neque animo inhærere color poteſt; quis enim animum coloratum dixerit? Cui ergo rei inhæret?

Et quoniam ea nunc conſectamur, non quæ explicemus, ſed quæ miremur; ne illud quidem prætermittam, quod eſt ceteroqui notiſſimum, de colore. Radii lucis, ut phyſici docent, non unius omnes ſunt modi; alii enim refractionem patiuntur majorem, minorem alii, in eoque multos habent gradus & varios; eſt autem unicuique gradui certus adjunctus color, qui in eodem radio idem ſemper manet. Id nempe eo valet, ut ſi idem radius, ingreſſus in oculum, ad retinam appellat, eadem ſemper ſequi debeat coloris perceptio in animo. Quod quidem intelligi facile poteſt, ſi in retina ipſa ſit animus, & venientes ad illam radii animum ſtatim ipſum afficiant. Quid vero ſi radii non in retina ipſa animum ſtatim afficiant; ſed, quæ communis jam opinio eſt, tenuiſſima quædam corpuſcula tantum excitent, quæ deinde per nervos labentia ad cerebrum, ibi animum pellant, & coloris perceptionem pariant? Nam ſi res ita habet, uti creditur, quis non videt, quam facile mutari color poſſit, etiamſi radius non mutetur? Ut enim idem ſit radius, ejuſdemque ſemper modi, quis tamen putet ejuſdem ſemper eſſe modi corpuſcula etiam illa, quæ ab radio commota feruntur ad cerebrum, ibique animum pellunt? Quæ profecto ut varie ſe habent, varios quoque ab eodem radio accipere motus debent, directioneſque, & celeritates varias, ideoque varias etiam coloris perceptiones gignere in animo. Videtur ergo vel animus in retina ipſa inſidere, contra quam recentiores iſti volunt, ibique venientes radios ſtatim excipere, vel illa coloris in eodem radio conſtantia explicari vix poſſe. Quamquam non ego quidem is ſum, qui explicari velim omnia; illudque ſemper philoſophandi genus probavi maxime, quo & illa proponuntur, quæ explicare ipſi poſſumus, & illa etiam, quæ ſi explicare non poſſumus, hoc ipſo magis miramur; nam in his quoque naturæ induſtria elucet, atque haud ſcio, an multo etiam magis; ſed plerique non naturæ ingenium oſtendere, ſed ſuum volunt; quibuſcum pugnare nolumus, modo & ipſi veniam nobis dent aliquam.

Hactenus ea conſideravi, quæ ſub viſum dicuntur cadere. Nunc ad ipſam videndi rationem tranſeo, ac de imagine, quæ, oculo objectum aliquod intuente, in retina depingitur, pauca diſ-

differam; in quam imaginem ſua maxime ſtudia intendunt optici. Scire ergo convenit, radios a ſingulis objecti punctis profectos, ubi oculum ſubierint, humoreſque permeaverint, in totidem retinæ punctis colligi. Hinc omnis perceptio oritur & viſio. Accidit autem, ut appellentes eo modo ad retinam radii, exiguam quamdam objecti imaginem in ea forment, quæ retinam inſpicientibus manifeſtam ſe præbet non ſecus, quam in camera optica videmus contingere. Sunt multi, qui imagine hac comperta id compertum jam putent, quo fit viſio, nihilque aliud requirendum exiſtiment; quaſi aut animus rem intuens imaginem illam ſpectet, & videat, aut, ſi videt, non de illa ſimiliter, ut de objectis aliis omnibus, quæri poſſit, quo modo eam videat. Nam ſi dixerint, imaginem, quod in retina ipſa reſideat, propiorem eſſe animo, quam objecta alia; quid quæſo propius eſt animo, quam retina ipſa, quam tamen animus non videt? Quid quod imaginem iſtam, cui tantum tribuunt, color facit, qui color, ſi phyſicos audimus, in rebus ipſis nullus eſt? Neque tamen negaverim, neque omnino negandum eſt, magnam eſſe viſionis cum hac imagine conſenſionem; nam ambæ utique, ſi non in omnibus, in multis quidem certe, ſibi mutuo reſpondent; quod minime mirum videri debet, ſiquidem eodem radiorum appulſu ambæ fiunt. Eaque re factum eſt, ut quicumque viſionem explicandam ſuſcipiunt, numquam non ſe ad illam, quæ in retina depingitur, ſpeciem referant; ad quam reſpicientes multa ſcite explicant, vel explicare creduntur. Quamquam Alembertus negat. Scarella tamen inflectens, mutanſque nonnulla, illos tuetur; qui quid ſentiat, ut ex ipſo ejus ſermone intelligere potui, ſummatim jam exponam, ut ſimul appareat, & quid de communi opticorum doctrina mutet, & quemadmodum Alemberti argumentis elabatur. Hinc exordiar.

Spectans oculus objectum aliquod non niſi unum ejus punctum, (quod vel minus attenti facile animadvertent) clare diſtincteque cernit; cetera, quæ circum ſunt, obſcure videt confuſeque. Non eſt autem dubium, quin punctum, quod clare diſtincteque cernit, illud ſit, in quod axis oculi defigitur; quod punctum ex appulſu maxime illius radii cernitur, qui per axem ipſum in oculum labitur, & ad retinam uſque ſine ulla refractione pervadit. Puncta alia per radios videntur oblique in oculum incurrentes, neque ad retinam pervenientes,

niſi poſt multas refractiones & varias; idque ipſum fortaſſe in cauſa eſt, cur obſcure admodum percipiantur. Sunt, qui dicant hæc puncta ne videri quidem, illudque ſolum videri, in quod dirigitur axis oculi. Non hoc totum ſibi ſumit Scarella; ſatis habet, ſi ſibi concedatur, animum illud unum punctum ſpectare, in quod defigitur axis oculi, inque id ſe maxime intendere; puncta alia propter viſionis obſcuritatem vix animadvertere. Quare ſi quid clare intueri vult, in id ſtatim oculi axem convertit, neque in judiciis ferendis alia viſione utitur.

At magnitudinem, inquiet aliquis, & figuram, & alia hujuſmodi, quæ ad objectum ſpectant, quo modo percipiet animus, ſi numquam niſi unum punctum animadvertit? Nempe hoc modo. Vertens animus oculum, quocumque vult, per muſculos, quos ad id habet cum natura tum longa exercitatione aptiſſimos, axem ejus per omnes objecti partes circumducit. Ex eo ſcilicet motu & magnitudinem objecti percipit, & figuram, & omnia, quæ in objecto ſunt, intervalla. Neque id cum dicit Scarella, omnino a communi opticorum opinione diſcedit, qui volunt magnitudinem objecti ex imaginis illius, quæ in retina depingitur, magnitudine æſtimari. Mutat tantum aliquid, ac rem ſic explicat.

Percurrens objectum axis oculi clariſſimas diſtinctiſſimaſque ſingulorum punctorum imagines mira celeritate colligit, quæ ad tempus aliquod, breviſſimum illud quidem, ſed tamen aliquod, in retina permanent, & totius objecti imaginem quamdam componunt. Si hæc ergo imago ſpectetur, quæ multo nitidiſſima eſt; non illa obſcurior, quæ vulgo attendi ſolet; utrumque tueri ſe poſſe putat Scarella: magnitudinem, quæ in objecto percipitur, ex illo, quem ſupra dixi, axis motu percipi; ſimulque imaginis magnitudini reſpondere. Sic imaginem mutans ad vulgares opticos ſe accommodat. Neque vero argumentum præterit, quod contra omnes afferri ſolet, ex eo ductum, quod, ſi objectum recedat ab oculo, modo ne recedat longiſſime, ejuſdem ſemper apparet magnitudinis, quamvis videatur imago ex illo objecti receſſu minor utique debere fieri. Quemadmodum Scarella argumentum hoc diluat, facile intelligetur, ſi cauſas prius expoſuero, quæ, ut ipſe vult, imaginem augere valent in oculo, aut minuere.

Primum, ſi dilatetur pupilla, non dubitat Scarella hoc

ipſo

ipſo fieri, ut imaginis magnitudo augeatur; nam quamvis, cum idem Gaſſendus dixiſſet, reprehenſus deinde a Pardio fuerit, confidit tamen Scarella ſibi cum Pardio poſſe convenire. Quippe Gaſſendus non hanc clariſſimam imaginem ſpectabat, quæ radiis efficitur per axem labentibus, & ad retinam uſque ſine ulla refractione pervenientibus, quamque ſpectat Scarella, ſed aliam; nempe obſcuriorem illam, quam radii efficiunt oblique incurrentes in oculum, nec niſi poſt refractiones multas & varias ad retinam appellentes, quæ utique imago intelligi vix poteſt, cur ex dilatatione pupillæ augeatur; cum illam contra ſine ulla dubitatione augeri oporteat. Neque minus putat Scarella, imaginis magnitudinem augeri oportere, ſi diſtantia augeatur, quæ inter pupillam & retinam intercedit, puta, ſi oculus tumeſcat, atque extrorſum ſe porrigat; quod ſæpe fit, cum remotiora objecta intuemur. Ac cum his cauſis, ſi ſeorſim agant, augeri, uti diximus, imago debeat, multo magis augeri debebit, ſi conjungantur. Minuetur autem cauſis contrariis. Hæc de cauſis, quæ in ipſo inſunt oculo, atque imaginem, ut fert occaſio, augere valent, aut minuere, Scarellæ quidem judicio.

Quas tamen cauſas non ſatis explicaſſe videar, niſi etiam explicem, quid illas moveat. Atqui minime dubium eſt, quin illas moveat animus, in cujus poteſtate ſunt muſculi, fibræque ad id aptæ. Ipſe ergo animus pupillam modo relaxat, modo contrahit, oculumque ipſum plus minuſve comprimens facit, ut porrigatur extrorſum plus minuſve. Quæ vero cauſæ inducant animum, difficillimum explicatu eſt. Sunt qui velint, eum ſcientia quadam duci, eamque oculo, & pupillæ formam tribuere, quam eſſe intelligit ad recte videndum accommodatiſſimam. Quod ſi ita eſt, quid puero, quid muliercula doctius? quibus tanta eſt videndi peritia, ut ea momentis ſingulis præſtent, quæ mathematici ſtudio quamlibet longo explicare vix queant; ſæpiſſime ne vix quidem. Atque illud etiam mirari convenit, qui ſciat animus quos muſculos, aut quando movere debeat, quoque modo pupillam conſtringere, aut dilatare, qui ne pupillam quidem eſſe ullam ſciat, neque ullum omnino muſculum. Sed, utcumque res habet, vel ea ſcientia ducatur animus, quam ipſe habere ſe neſcit; vel potius inſtinctu feratur aliquo; ſic certe eſt, ut ſi quo radiorum pulſu excitetur, eo ſtatim ſe vertat, eamque oculo formam tribuat,

quæ

quæ ſit pro re nata ad videndum aptiſſima. Quare & axem oculi per omnes objecti partes circumfert, & ſi qua eſt pars, quam inſpicere curioſius velit, axem in eam defigit; & in majori lumine pupillam contrahit, diducit in minori; producitque oculum, ſi opus eſt, ab retina pupillam removens. Mitto & denſitatem humorum, & lentis cryſtallinæ conformationem, quas etiam mutat fortaſſe animus pro eo ut fert occaſio. Quæ quamvis naturali quodam inſtinctu peragit; plurimum tamen in eo valent & præconcepta rei notio, & conſuetudo. Itaque ſi objectum percipere, tamquam longinquum, aſſueverit, atque oculum ad longinquitatem illam accommodare, idem, niſi admoneatur, faciet, etiamſi objectum ſit propius; unde errores interdum oriuntur in viſione haud leves.

Quæ cum ita ſint, minus jam mirabimur, quod recedens ab oculo objectum ejuſdem ſemper appareat magnitudinis, modo ne recedat longiſſime. Nam quamvis ille objecti receſſus imaginem in retina minorem facere debeat; id tamen ne accidat, faciunt fortaſſe cauſæ aliæ; ſiquidem recedente objecto dilatatur fortaſſe magis magiſque pupilla; fortaſſe etiam oculus ſe exporrigit non nihil. Non ergo mirari oportet, quod imago, cum diverſis de cauſis augeri debeat & minui, magnitudinem, quam habet, retineat, faciatque, ut apparens recedentis objecti magnitudo maneat eadem. Quod fieri tamen non poteſt, ſi objectum recedat longiſſime; nam, quantumcumque nitatur animus, eo uſque dilatare pupillam non poteſt, ut imago non ex illo tanto objecti receſſu fiat minor.

Neque minus facile explicatur pervulgata illa apud omnes quæſtio de luna & ſole recens ortis; qui quamdiu prope horizontem verſantur, multo majores apparent, quam ubi altius aſcenderint. Quis enim non videt in illo ſolis aut lunæ ortu propter luminis paucitatem dilatari pupillam oportere, quo fieri debet, ut illorum imagines in retina amplificentur, ipſique majores appareant? Quæſtiones alias prætermitto, quæ, poſita Scarellæ ſententia, explicatus habent facillimos; nam brevitatis ratio habenda mihi eſt. Venio ad illud, quod præteriri omnino non debet, ideſt ad viſionem, quæ duobus ſimul oculis exercetur.

Cum bini cuique ſint oculi, quibus objectæ res conſpiciuntur, neminem eſſe putat Scarella, cui non alter oculus debilior ſit, alter valentior; pleriſque valentior eſt dexter; ne-

que

que eſt dubium, quin valentioris viſio clarior ſit, atque diſtinctior; namque ob id ipſum valentior dicitur. Cum ergo ambo oculi in idem objectum intenduntur, credibile valde eſt animum, debilioris oculi viſu poſthabito, ad validioris viſum ſe applicare, eoque in judiciis omnibus faciendis uti maxime. Hinc ſequitur, ut cum ambobus oculis objectum quis adſpicit, illud ad eum locum referat, quo validioris oculi axis ſpectat, debilioris directione neglecta. Quod novum ſane eſt, ac fidem vix capiat, niſi experimento certiſſimo comprobetur. Experimentum eſt hujuſmodi. Cum ambos oculos in rem quampiam defixeris, calamum, aut digitum interpone; ac locum in ea re ſtatue, cui calamus digituſve reſpondet. Jam vero ſi occluſo ſiniſtro oculo, qui fere debilior eſt, rem ſolo dextro, qui eſt validior, ſpectaveris, nihil moveri calamum, digitumve animadvertes; contra, ſi, occluſo dextero, rem ſpectaveris ſiniſtro ſolo, moveri digitum, calamumve ſenties, & ad dexteram partem excurrere. Qua re ſatis intelligitur, animum, cum duobus oculis objectum ſpectat, illud eo referre, quo dirigitur validior oculus, debiliore neglecto. Id ſcilicet, Scarellæ judicio, in cauſa eſt, cur animus unum objectum non duo videat, quamvis unum illud per duos oculos cernat; non enim ad utrumque oculum, ſed ad unum tantum, id eſt ad validiorem, ſe applicat; ſic facile quæſtio dirimitur, in qua nimium, quantum phyſici ſe torquent.

Hactenus viſionis modum e Scarellæ opinione, quantum mihi quidem viſus ſum, expoſui. Reſtat, ut, quod fere caput eſt, oſtendam, quam nullo negotio poſſint jam Alemberti argumenta diſſolvi. Nam quamvis illa Alembertus non contra Scarellæ ſententiam, quæ nondum prodierat, ſed contra alias contorſerit, verendum tamen eſt, ne evertens alias hanc etiam labefactet. Neque omnia tamen perſequar, ſed paucula attingam, quæ exemplo ſint, ex ipſo Scarellæ ſermone depromta.

Viſionem cum explicant, in eo maxime inſiſtunt optici, nos rem quampiam intuentes unumquodque ejus punctum eo referre, quo ſpectat directio radii a puncto ad oculum manantis: id niſi ita ſit, magnitudinem rei veram cognoſci a nobis non poſſe. Hic illos vehementer exagitat Alembertus. Cur quæſo, inquit, videat oculus punctum in directione illa, quam radius tenet ad oculum manans? Cur non potius in illa, quam radius habet, ad retinam cum pervenit, ſiquidem

in

in retina commoveri ſenſus dicitur? Atqui directiones illæ duæ in diverſa abeuntes nimio plus perſæpe diſtrahuntur. Quid quod radius ad retinam perveniens, quamvis in eam oblique incidat, eam tamen, quod mechanici vulgo docent, nonniſi ad perpendiculum pellit; ut alia ſit radii, alia pulſus directio. Utra ergo in directione objecti punctum apparebit? Ac ſi in directione pulſus, quod quidem multo veriſimilius eſt, apparebit, quanto magis a ſuo loco aberrabit? Huc accedit, quod cum retina utriuſque oculi per duos diverſos radios ab eodem puncto pellatur, credi vix poteſt, duorum pulſuum directiones in eodem plano ambas eſſe, atque in unum locum coire, ut punctum, quod cernitur, ſimplex appareat, non duplex. His atque aliis inſectatur Alembertus vulgares opticos, inſtatque vehementer; qui quemadmodum tueri ſe poſſint, ipſi viderint; Scarella perfugium habet tutiſſimum. Quæ hic enim Alembertus urget, ex eo ducta ſunt omnia, quod viſionem fieri dicant optici per radios ad retinam poſt refractiones multas & varias appellentes; id quod Scarella plane negat; ut qui viſionem, quemadmodum ſupra dixi, per eos tantum radios fieri docet, qui ad retinam feruntur ſine refractione ulla.

Neque minus argumentum illud effugit, quod Alembertus e remotiſſimarum rerum, puta alicujus ſtellæ, viſu deducit; quo argumento opticorum principium convellit, affirmantium, objectum ab animo eo referri, quo oculi axis pertinet. Si enim ita ſit; Alembertus urget: qui unam ſtellam ambobus intuetur oculis, vel eam videat oportet eo in loco, ubi oculorum axes ſe interſecant, vel duas certe ſtellas videat, non unam. Atqui locus, in quo oculorum axes ſe interſecant, ille ipſe eſt, in quo ſtella ſedet, cujus loci tanta eſt diſtantia, quantam percipere animus non poteſt; ſtellam ergo qui intuetur, non eam utique in eo videt loco, ubi oculorum axes ſe interſecant. Ac ne duas quidem ſtellas videt, ſed unam tantum, quod experientia declarat. Conſequens ergo eſt, ut ſtellam, quam videt, ad eum locum referat, quo oculorum axes nequaquam pertinent. Hæc ut alios conturbent, conturbare Scarellam non poſſunt, qui docet rem videri non niſi in unius oculi axe ſitam, quamvis duobus ſpectetur oculis; quare ſtellam neque duplicem videri oportet, neque in eo loco ſitam, ubi ambo oculorum axes ſe interſecant. Sic ſe Scarella argumentis ſubducebat, quæ homo gallus, ingenio, doctrinaque

po-

potens adverſus vulgares opticos contorſerat; horumque ſcientiam in ſummum diſcrimen adductam, ut poterat, tuebatur. Utinam ſervaverit.

De machinula quadam projectorum corporum motui dimetiendo apta.

MAchinarum prope omnium commune illud eſt, ut voluntati numquam plane reſpondeant. Id facile in iis apparet, quæ ad dimetiendos projectorum corporum motus ab Auctoribus proponuntur; non enim tam multas proponerent, neque tam varias, ſi quam haberent, quæ ſatisfaceret. Gregorius Caſalius, ut eum ſæpius architecturæ militaris ſtudium ad hujuſmodi quæſtiones revocat, novam quamdam invenit, commodiſſimam profecto atque elegantiſſimam, quæ ſi minus reſponderit, erit hoc etiam nomine inter eas, quæ a graviſſimis proponuntur ſcriptoribus, numeranda.

Laudabat jamdudum Caſalius ac vehementer probabat machinam illam, qua Graveſandus, auctor optimus, ad dimetiendam projecti corporis ſemitam uſus eſt, quamque in primis Deſagulerius probat; ſed tamen deſiderabat in eo genere adhuc aliquid. Aliam ſcilicet parari machinam voluiſſet, qua projici corpus velocitate qualibet poſſet, & qualibet directione; has enim variare, ut lubet, per illam, quam dixi, a Graveſando propoſitam, non licet. Quippe Graveſandus, cum experimentum vult facere, ut machinæ illius ſuæ ratio poſtulat, corpus projicit ad hunc modum. Sinit ipſum per datum lineæ curvæ arcum labi, ut tangentis ultimæ directione accepta ſeſe tandem libere per aera immittat. Quo ſatis apparet, projectum corpus non niſi tantam acquirere velocitatem poſſe, quantam dati arcus altitudo fert; nec directionem aliam, niſi quam habet tangens illa ultima, per quam effugit; quæ directio, ut machinæ illius ratio eſt, numquam non eſt horizontalis. Videtur ergo Graveſandi machina non omnibus velocitatibus eſſe apta, nec omnibus directionibus.

Cum hæc forte ſecum animo Caſalius volveret, cupido, ut ſupra dixi, hominem cepit machinæ cujuſdam inveniendæ, quæ velocitates, directioneſque omnes reciperet; miratuſque valde eſt, quod eam neque Graveſandus, neque alii ad illum

uſque diem quæſiviſſent, præſertim cum res videretur non magni artificii, nec laboris. Eo quippe molitio illa tota ſpectabat, ut poſſet globulus quipiam ex altitudine quavis demiſſus in planum quodpiam egregie elaſticum incidere, indeque ad partem quamlibet reſilire; id quod facile factu erat, ſi ſic machina compararetur, ut planum ipſum inclinari, & in partem verti quamlibet poſſet. Conſtitutis enim ad hunc modum rebus ea jam machina exſiſteret, per quam & mutata, ut lubet, plani inclinatione reſilientis globi mutaretur directio, & mutata caſus altitudine mutaretur etiam velocitas; conſtat quippe globum ea velocitate reſilire, quam cadendo acquiſivit.

Quamvis omnia ſpem darent, noluit tamen Caſalius e veſtigio rem ſuſcipere, haud neſcius, quam ſint multa ad cogitandum facillima, non item ad exſequendum. Quaſi ergo diffideret, experiri prius voluit, quid globulo, ut forte erat in manibus, eburneo fieret, ſi in marmoreum planum demiſſus reſiliret; ſi enim jactus illius amplitudinem certo ſatis cognoſcere, ac brevi ratione revocare ad calculum poſſet, tum demum exiſtimavit operæ pretium facturum ſe eſſe, ſi machinam in id, quod volebat, condendam curaret. Varia ergo pericula ſine ulla exquiſitiori machina inire conſtituit, in quibus faciendis manus illi, & conſilium attulerunt, Petronius Matteuccius, mathematicarum rerum peritiſſimus, & Thomas Marinus, induſtrius in primis homo, ac perdiligens.

Hi igitur ſimul cum Caſalio experimenta capere inſtituerunt in hunc modum. Argillam primum ſuper menſam in longitudinem porrexerunt ſatis magnam, ac ſuperficiem omnino ad horizontem compoſuerunt. Deinde ad alterum ejus extremum planum marmoreum conſtituerunt ita inclinatum, ut angulum faceret cum horizonte graduum duorum ſupra viginti, & minutorum triginta. His peractis globulum filo ſuſpendentes ſiverunt eum modo ex una altitudine, modo ex alia in marmor cadere, ut inde reſiliens altius, flexo per aerem curſu, in argillam laberetur. Idque perpetuo caverunt, ut punctum marmoris, unde globulus reſiliebat, neque depreſſius eſſet, quam argillæ ſuperficies, neque altius emineret; eo nempe conſilio, ut cum ille in argillam ſe immiſiſſet, e foveolæ ſitu de amplitudine jactus conſtaret. Sic, ſibi indulgentes, homines experiendi cupidi, pericula fecerunt quam plurima.

Atque in his quidem duarum rerum, quas ſibi Caſalius

jam

jam inde ab initio propoſuerat, alteram obſervarunt, neglexerunt alteram. Nam utique demittentes globulum ex altitudine qualibet, illud obtinuerunt, ut velocitate qualibet poſſet reſilire; directionem vero numquam mutarunt. Etenim cum marmoris poſitum eumdem ſemper retinuerint, eamdem ſemper eſſe oportuit reſilientis globuli directionem; eam nempe, quæ angulum cum horizonte faceret graduum ipſorum quadraginta quinque. Sic ferebat illa, quam ſupra dixi, quæque perpetuo retenta eſt, marmoris inclinatio. Placuit autem directionem hanc unam perpetuo retinere, vel quod eſt ante alias commodiſſima, vel quod eam theoremata, nec ita pauca, eaque maxime illuſtria, jampridem nobilitarunt. Velut illud Galilei: nullam eſſe directionem aliam, quæ non minorem afferat jactus amplitudinem; & illud, quod eſt a Keillio per ſummam elegantiam demonſtratum: amplitudinem jactus numquam non lineæ caſus eſſe duplam.

Atque hoc quidem Keillii theorema dignum in primis Caſalio videbatur, quod experimentis comprobaretur; nam quamvis intelligeret fieri nequaquam poſſe, ut experimenta plane reſponderent, ac reſiſtentis vim aeris maximo impedimento eſſe, ne quod ratio præmonſtraſſet, id re ipſa eveniret; ſatis tamen futurum eſſe exiſtimabat, ſi experimenta parum admodum aberraſſent; ſimulque avebat, quanta reſiſtentium cauſarum vis eſſet, ex illa aberratione cognoſcere. Quare inter experimenta facienda illud in primis curavit, ut altitudines ſingulas, e quibus globulus demittebatur, quam diligentiſſime notaret, ſimulque amplitudines, quæ ſingulis altitudinibus in experimento re ipſa reſpondiſſent; neque minus illas, quæ e mathematicorum ratione reſpondere debuiſſent. Harum differentias deinde ſubduxit, & tabulam confecit ad id, quod ſibi propoſuerat, aptiſſimam. In qua cum alia multa, tum illud præcipue animadverti voluit, amplitudinem jactus, cum pedes ipſos duodecim longa eſſe e mathematicis calculis debuiſſet, pede non plus uno, ſi pauculos contemnas pollices, in experimento faciendo aberraſſe.

Cum hæc ſibi ſociiſque ſatisfeciſſent, cœpit jam Caſalius in majorem ſpem erigi, eamque machinam velle condere, per quam reſilientis globuli non velocitas tantum mutari pro voluntate poſſet, ſed etiam directio. E ſententia res ceſſit. Machinulam condidit parvam ac perbrevem, ſed ſingulari ar-

tificio perfectam, quæque exemplo eſſe poſſet, ſi qui vellent majorem. Elegantiam mitto, qua etiam erat ſpectanda. Eamdem poſtea ad Academiam detulit, inſtitutoque ſermone diligenter adeo atque accurate deſcripſit, ut viſus ſit eam non re ſolum, ſed verbis etiam ante oculos ponere. De experimentis quoque narravit, quæ ſibi per illam ſucceſſerant. Si qui hæc intelligere, ſimulque machinulæ formam, & quibus partibus, & quo modo inter ſe nexis, contexta ſit, ſcire volunt, eos ad ipſius Caſalii ſermonem allegabo, quem opuſculis inſeram.

Illud tantum monebo, Caſalium in illo ſuo experimentorum curſu theoremata permulta ex his, quæ ratio docet, quibuſque univerſa hæc motus ſcientia nititur, ipſis fere, ut ita dicam, ſubjeciſſe oculis; adeo experimenta prope ad veritatem acceſſerunt. Id quod in illo maxime apparuit, quod Graveſandus docet: amplitudines jactuum, ubi perpetua & conſtans directio ſit, ſic inter ſe habere, quemadmodum velocitatum quadrata; neque minus in aliis, quæ vel Graveſandus propoſuit, vel Keillius, vel Galileus demum, a quo hæc omnis doctrina manavit.

Nec illud quidem ſilentio præteribo, de quo omnes monendos Caſalius cenſuit, quicumque voluerint aliam ſibi machinam ad parvæ illius, quam ipſe protulit, exemplum comparare. Quibus auctor eſt, ut quemadmodum cetera, ſic etiam parvitatem imitentur; & Graveſandi ſequantur ſententiam, qui longiores caſus nequaquam probat, veritus ſcilicet, ne aucta globuli velocitate nimio plus reſiſtat aer. Itaque in hujuſmodi experimentis altitudines modicas jure laudat. Hæc fere diſſeruit Caſalius in Academia anno milleſimo ſeptingenteſimo quinquageſimo octavo.

Eodem ſe retulit anno poſtero, cum diſſerendi munus ad ipſum rediiſſet, machinulamque ſuam docto atque eleganti ſermone in pyrotechniæ commoda convertit; nam & ab initio animum huc intenderat; oſtenditque quemadmodum uſui eſſe poſſit ad pyrii cujuſque pulveris vim dimetiendam. Quod cum feciſſet, ut aliud ex alio, cupido hominem cepit perquirendi, unde vis illa oriatur. Hoc argumentum perſecutus eſt ſermone altero anno inſequente. Hos etiam ſermones duos, ſi ante hujus editionis finem in manus meas venerint, non dubitabo vel propter ipſorum elegantiam in opuſcula conjicere, vel pro-

propter rerum conjunctionem, dignitatemque. Nunc, quando ſermonem de machinula inſtitui, non prætermittam de ejus quoque in pyrotechnicis rebus utilitate, quæ mihi ex illo Caſalii ſermone in mentem venient, breviter dicere.

Pulvis pyrius non omnis unius eſt modi; alii plus valent, alii minus; juvat ergo cujuſque vim cognoſcere, quanta ſit. Id quemadmodum fieri poſſit, ipſa machinulæ illius ſuæ ratio Caſalium docuit. Summa hæc eſt. Tubulus æneus juxta parietem ſtatuatur, erectus, atque e ſuperiori parte apertus. In hunc ejus, quem experiri volumus, pulveris certa portio ſit indita, rite compreſſa, & in anguſtum adducta. Tubulo immineat marmoreum planum, parieti firmiſſime adnexum; ſitque hujus plani certa ad horizontem inclinatio. Tum menſa apponatur ſatis longa, molli creta obducta, ſitque cretæ ſuperficies horizontalis per totum, neque depreſſior, neque altior, quam illud marmorei plani punctum, quod tubulo imminet. Inſtructis ſic rebus, tubulo æneo imponatur ferreus globulus, accenſoque, ut fit, pulvere explodatur. Irruet ſane globulus in illud, quod dixi, marmoreum planum, indeque reſiliens, atque iter inflectens, in menſam decidet, foveolamque faciet in creta. Hic jam diſtantia, quæ inter foveolam, & punctum illud, unde reſiliit globulus, intercedet, amplitudinem jactus manifeſtabit, qua cognita vis etiam cognoſcetur, qua globulus e marmoreo plano reſilivit; quæ utique par eſſe creditur vi illi, qua in marmoreum ipſum planum immiſſus fuit. Sic ejus pulveris, quem experiri volumus, vis manifeſtabitur. Quod ſi periculum idem facere non in uno tantum pulvere placuerit, ſed in multis, nihil jam negotii erit uniuſcujuſque pulveris præſtantiam cognoſcere, omneſque vel comparare inter ſe, vel, ſi voluntas feret, ad unum certum pulverem, quaſi ad communem quamdam menſuram, referre.

Neque vero, cum hæc proponeret, Caſalium præteriit, fieri interdum poſſe, ut propter vehementiorem alicujus pulveris exploſionem amplitudo jactus ſit tanta, quantam recipere horizontalis illa, quæ forte parata fuerit, menſa non poſſit. Si qui ergo id metuunt, iis auctor Caſalius eſt, ut menſam non horizontalem ponant, ſed verticalem; in quam ſcilicet globulus, ubi iter inflexerit, deorſum labens incurrat; notentque quantum menſa ab eo puncto diſtet, unde globulus reſilit. Hoc enim cognito, ſi punctum in menſa notetur, quo re-

reſilientis globuli directio ſpectat, tum locus, ad quem globulus ipſe decidens offendit, proclive erit e duorum punctorum diſtantia & reſilientis globuli velocitatem, & vim pulveris colligere. Sic pulveris pyrii vim revocabat Caſalius ad calculum, machinulamque ſuam ad pyrotechniæ uſus traducebat; neque ignorabat tamen machinas multas alias ab auctoribus fuiſſe propoſitas, eaſque valde utiles, in quibus unam præ ceteris commendabat, quam Truchetius protulit; nulli autem illarum, quæ invectæ adhuc ſunt, anteponebat ſuam, ſatis ſibi eſſe putans, ſi aucto machinarum numero artis quoque ornamenta videretur auxiſſe.

Inſequente anno, ut ſupra dixi, poſtquam hæc Caſalius diſputaverat, ad pyrotechniam rediit, & cauſas inſtituit quærere, cur pulveri pyrio tanta illa vis inſit. Non erat neſcius, ſollertiſſimos doctiſſimoſque phyſicos in eodem argumento laboraſſe, euntibus aliis in ſententias alias, neque dum controverſias potuiſſe dirimi. Itaque in diverſa trahebatur. Voluiſſet ille quidem iis ſe adjungere, qui omnem pulveris pyrii vim repetunt ab aere incluſo in ejus granulis conſtrictoque; hunc enim oportet propter pulveris accenſionem mira vi expandi; habebatque auctores hujus ſententiæ graviſſimos Boyleum, Delahireum, Bernullium, Belidorum, alioſque, quibus nuperrime acceſſerat homo nobilis Salutius, non tam genere, quam ingenio doctrinaque clarus; ſed verebatur Nevtoni, a quo ne tantillum quidem diſcedere audebat, auctoritatem; videtur enim Nevtonus pulveris pyrii vim ſic exponere, nihil ut aeri debere ſe velit; vapori neſcio cui tribuat omnia. Qua in ſententia Vandellius quoque, homo gravis, Caſalii amiciſſimus fuiſſe videtur, humorem prætendens aqueum, in quo vis omnis pulveris pyrii ſit poſita; idque experimentis comprobavit ingenii plenis & bene multis. Itaque non tam hujus amicitia movebatur Caſalius, quam rationibus; quamvis ne in his quidem acquieſcere ſatis poterat. Veritatis tandem vicit amor. Non dubitavit ergo a Nevtono una in re diſſentire; ſperavitque Vandellium haud ægre laturum, ſi is ab ſe diſcederet, qui a Nevtono diſceſſiſſet. Voluit etiam, quandoquidem audere cœperat, illorum, quos ſequebatur, auctoritatem, ſi poſſet, augere. Itaque experimentis, quæ illi fecerunt, nonnulla addidit, ut omnem pulveris pyrii vim, ſi cauſa quæratur ultima, non a vapore aut humore quopiam ducendam eſſe oſtenderet,

ſed

ſed ab aere; quæ omnia in ſermonem contulit diligentem & doctum. Hæc præteribo, nam neque ſatis memoria teneo, neque ad machinulam, de qua nobis propoſitum fuit dicere, quidquam faciunt.

De Æmiliæ fluminibus in mare erumpentibus, quo modo Montanarii & Gulielmini diſſenſio componi poſſit.

MAgnorum hominum diſſenſiones, quantulæcumque ſint, magnæ videntur, quia magnorum ſunt; eaſque evolvere in laude ponitur. Geminianus Montanarius, phyſicus ſane magnus, & cum excellentiſſimis comparandus, docuit Æmiliæ flumina, dum mare ſubeunt, ad ſiniſtram partem deflectere. Ejus auditor Gulielminus, præceptore tanto haud minor, viſus eſt ab illo diſcedere; quippe qui tradidit, Æmiliæ flumina, dum mare ſubeunt, ſe vertere ad dexteram. Quæſtionem hanc clariorem fecit promtiſſimo ingenio Vir, ariminenſis quidam, qui ſe Janum Plancum appellat. Cum is forte in hunc locum invaſiſſet, non dubitavit Montanario ſe adjungere, Gulielminum rejicere.

Humanius feciſſe videtur neque minus ingenioſe Joannes Baciallius, qui litem ſtuduit componere. Id quod facile fieri poſſe confidit, oſtendens Æmiliæ flumina, cum mare ingrediuntur, ſemel atque iterum in illo ingreſſu flecti, ad ſiniſtram primum, tum paulo poſt ad dexteram; Montanarium vero quid iis primum accidat, ſpectaſſe; Gulielminum, quid poſtea; ideoque vel nullam eſſe inter hos controverſiam, vel, ſi qua eſt, in verbis eſſe, non in rebus. Hæc fuſius Baciallius perſequitur docto admodum ſermone, quem opuſculis adjungam; ejus autem, ut mihi videtur, hæc ſumma eſt. Quemadmodum Æmiliæ flumina in mare erumpant, rem ipſam Baciallius & factum ſpectans, ſic explicat. Obſervationibus certiſſimis conſtat, in eoque & Montanarius, & Gulielminus, aliique conſentiunt, mare ſuperum, in quod Æmiliæ flumina illabuntur, perpetuum quemdam habere curſum præter litora a ſiniſtra ad dexteram. Eo ſane fiat, ut illabentia in ipſum flumina ad dexteram ſtatim, niſi ſi quid obſtet, torqueri debeant. Atqui ne id ſtatim fiat in Æmiliæ fluminibus hoc maxime obſtat, quod,

quod, illabentia in mare, quidquid arenarum habent, ad dexteram partem dejiciunt; qua re ampliſſimos jam ſibi aggeres ad eam partem exſtruxerunt, qui loca illa inſpectantibus productos longius, & ad ſiniſtram non modice inflexos ſe oſtendunt. His ergo aggeribus labi flumina ad dexteram prohibentur, & repelluntur ad ſiniſtram, coguntur que paululum inter ipſos aggeres, & ſiniſtrum maris litus decurrere. Ubi ex his anguſtiis evaſerunt, omni jam prope amiſſo impetu in mare apertum effunduntur. Neque hic dubium eſſe poteſt, quin marinarum aquarum curſu ſe rapi ſinant, & deflectant tandem ad dexteram. Sic ergo Æmiliæ flumina in mare evolvuntur, ut primum ad ſiniſtram vergant, poſt paulo vertantur ad dexteram.

Quæ cum ita ſint, quid facilius quam Montanarii & Gulielmini ſententias componere? Fac enim, Montanarium, cum dixit, Æmiliæ flumina, illabentia in mare, ad ſiniſtram ferri, id de fluminibus intelligi voluiſſe, ut mare primum attingunt; Gulielminum contra, cum ea dixit ferri ad dexteram, eum ſpectaſſe curſum, quem mox a marinis aquis accipiunt. Id ſi illi voluerint, quæ jam erit diſſenſio? Id autem illos voluiſſe, etſi ſuam ipſi mentem non ſatis declaraſſent, perſuaderet tamen res ipſa, & neſcio quæ humanitas. Quis enim duorum tantorum hominum verba ſic velit accipi, ut illorum alter ſit falſus; cum poſſint tam facile in eam partem trahi, ut ambo & inter ſe, & cum veritate conſentiant?

Quid quod ipſa vel Montanarii vel Gulielmini verba, ſi recte explicentur, eorum mentem ſatis declarant? Montanarii locum verbis totidem Baciallius huc transfert, quo quid planius fingi poſſit, non video. Aggeres illos ipſos, quos ſupra dixi, Montanarius commemorat: hos in cauſa eſſe putat, ut illabentia in mare ſuperum flumina ad ſiniſtram deflectant: docet demum deflectentia ſic flumina inter aggeres & ſiniſtrum maris litus aliquandiu ſe agere; eoque fieri, ut videantur oſtium ad ſiniſtram convertere. Quæ cum diſertiſſime Montanarius proponat, nihil ſane aliud videtur velle, niſi Æmiliæ flumina, ut primum mare ſubeunt, ad ſiniſtram converti. Quid illis deinde fiat, ubi prætervecta aggeres effunduntur in mare apertum, ne quærit quidem.

Atqui id quærit Gulielminus. Quod manifeſtum plane fiet, ſi & locum, ad quem nos Baciallius rejicit, ita, ut con-

convenit, interpretemur, neque id ſolum, quod Gulielminus aſſerit, attendamus, ſed etiam qua ratione ductus id aſſerat. Sic enim ponit. Si quod flumen in aliud influit, eo vertatur oportet, quo illud tendit, in quod influit; ita quidem ſi neque oppoſito ullo prohibeatur obice, neque ſit ipſum celerius multo atque incitatius, quam flumen illud, in quod influit. Hoc poſito exinde colligit, Æmiliæ flumina in mare ſuperum illabentia ad dexteram ferri debere, quo nempe fertur aquarum marinarum curſus præter ea litora labentium. His ſane rebus apparet, Gulielminum non alium in his fluminibus ſpectaſſe curſum, niſi illum, quem habent, cum prætervecta aggeres in mare apertum effunduntur, tunc enim neque obice prohibentur ullo, & repreſſo impetu feruntur lenius. Quod ſi ita eſt, habemus jam duos magnos homines Montanarium & Gulielminum non re tantum, ſed etiam verbis conſentientes. Videat ergo Janus Plancus, ne alteri dum favet, arguens alterum, ipſe erret.

Neque vero diſſimulandum eſt, cauſas illas, quibus fluminum curſus huc atque illuc torqueri inflectique ſolent, tam multas eſſe tamque varias, vix ut aliquid generatim ſtatui poſſit; neque putandum eſt, aut Montanarium, aut Gulielminum id ponere voluiſſe, in quo nihil omnino poſſet excipi; nam licet extremos tantum curſus conſiderarent, quos aquæ tenent, dum mare ſubeunt, quantam his ipſis varietatem afferre poſſunt & venti, & maris æſtus, & ipſi litorum flexus! Neque mirum videri debet, ſi quod Montanarius in fluminibus paucis comperit, non idem poſtea comperit Polenus in aliis; ſique non omnes Zendrini obſervationes conſentiunt. Quare ſi quid auctores in hujuſmodi rebus afferunt, modo id verum plerumque ſit, quod afferunt, non eſt in eo perpetuitas ſumma requirenda. Atque id quidem monuiſſe ſatis ſit.

ARITHMETICA.

De quibuſdam ſeriebus.

QUæ arithmeticæ tribuam, ſi qui algebræ tribui malint, non repugnabo; modo meminerint, algebram quoque ipſam arithmeticam quamdam eſſe; non enim genus amiſit, quamvis ſit dignior. Initium ſumam a ſeriebus quibuſdam. Propoſita quavis ſerie permagni ſæpe intereſt, aut omnes ejus terminos in unam ſummam colligere, aut datum quemvis eorum numerum; ut id ergo & facile, & breviter, & certa ratione poſſit fieri, mathematici ſtudium adhibent non leve. Et quoniam ſeries, quæ in cogitationem cadunt, tum multæ ſunt, & tam variæ, ut omnes perſequi nemo poſſit; quotcumque poſſunt, ſibi fingunt, eaſque diligenter explicant; ut & has cognoſcant, & his cognitis ſint ad alias paratiores.

Hoc loco, ut in multis aliis, Vincentii Riccati eluxit induſtria; cujus volumen extat anno milleſimo ſeptingenteſimo quinquageſimo ſexto Bononiæ editum, ubi & multa de ſeriebus, quæ ſpem ſummæ præbent aliquam, docte copioſeque diſſeruit, & quod fere in illa tractatione caput eſt, methodum docuit, qua cujuſque recurrentis ſeriei terminus generatim poſſet exprimi; ubi enim id factum fuerit, nihil negotii eſſe oſtendit, illam etiam, quæ quæritur, ſummam invenire. Cum hæc fuſius in eo, quem dixi, libro diſputaſſet, retulit ſe poſtea ad idem ſtudium, in eoque cum totus eſſet, ac ſeries omnes recurrentes diligentiſſime perſequeretur, viſus eſt ſibi genus quoddam prætermiſiſſe, minime, ut ipſe putavit, prætermittendum. Oritur id genus ex recurrentibus ſeriebus ipſis, ſi ſingulis deinceps cujuſque terminis quantitas quæpiam conſtans addatur. Hoc genus noluit in illo argumento deſiderari. Quapropter opuſculum fecit de ſeriebus recurrentibus cum appendice, hoc enim nomen illi generi impoſuit; idque poſtea cum Academia communicavit; quæ illud tam gratum habuit, ut ſibi jam & de opuſculo nondum edito, & de libro, qui editus antea fuerat, quaſi æque ad ſe omnia pertinerent, gratula-

tula-

tularetur. Opuſculum ergo ipſum aliis, quæ in hoc volumine edentur, adjungam, quo & Academiæ obſequar, & rem ſcitu dignam tradam poſteris. Paucula, quæque prima ſunt, modo meo huc transferam.

Exordiar, ut ratio ipſa poſtulare videtur, a recurrentis ſeriei definitione. Series recurrens illa dicitur, cujus termini ſinguli e proxime præcedentibus fiunt uno aut pluribus, in quantitates totidem conſtantes ductis. Quo ſtatim apparet recurrentium ſerierum facilis atque expedita in infinita genera, aut ordines partitio. Primum genus eſt, ſi terminus quiſque ex uno termino tantum fit, eo nempe, qui proxime antecedit; ſecundum, ſi ex duobus; tertium, ſi ex tribus; ac ſic alia deinceps naſcuntur genera. In primo autem genere primus terminus, id quod res ipſa declarat, ponitur ut lubet, nulla lege; in ſecundo duo priores finguntur ad libitum; in tertio tres; idque ſimiliter in generibus aliis fit. Exempla proponamus.

Exemplum primi generis. Sit primus terminus $= a$. Quoniam ſequens quiſque terminus ex eo fit, qui proxime antecedit, in conſtantem quampiam ducto, ſit hæc conſtans $= t$, erit jam terminus ſecundus $= at$; quem ſi rurſus in t duxeris, tertium habebis terminum $= at^2$; atque hunc ipſum in t ducens habebis quartum $= at^3$, eodemque modo ad alios alioſque progrediens terminos, infinitam ſeriem tibi compones recurrentem primi generis:

$$a,\ at^2,\ at^3,\ at^4,\ at^5,\ at^6 \text{ \&c.}$$

Exemplum ſecundi generis. Sit primus terminus $= a$, ſecundus $= b$. Quoniam ſequens quiſque terminus e duobus proxime præcedentibus fit in duas conſtantes ductis; ſit conſtans, in quam primus ex his duobus ducitur, $= t$; conſtans, in quam alter, $= r$. Erit ergo tertius ſeriei terminus $= at + br$. Ac ſi hunc ipſum in r duxeris, & antecedentem in t, exſiſtet tibi quartus terminus $= bt + atr + brr$, eodemque modo progrediens ſeriem finges recurrentem ſecundi generis, cujus terminos miraberis, ut alii ex aliis magis magiſque implicentur.

$$a,\ b,\ at + br,\ bt + atr + brr \text{ \&c.}$$

Exemplum tertii generis. Sit primus terminus $= a$. Secundus $= b$. Tertius $= c$. Quoniam ſequens quiſque terminus e tribus proxime præcedentibus fit, in conſtantes totidem du-

ctis, ſit conſtans, in quam primus ex his tribus ducitur, $= t$; conſtans, in quam ducitur alter, $= r$; conſtans demum, in quam ducitur tertius, $= u$. Erit ergo terminus ſeriei quartus $= at + br + cu$. Eodemque modo ex ſecundo, tertio, & quarto elicies quintum $= bt + cr + atu + bru + cu^2$. Sic ad alios progredieris, ac ſeriem texes recurrentem tertii generis:

$a, b, c, at + br + cu, bt + cr + atu + bru + cu^2$ &c.

In his ſeriebus nemo eſt, quin facile intelligat, quanti ingenii ſit, vel ſummas colligere, vel, quod caput eſt, & a quo omnia fere pendent, generalem cujuſvis dati termini expreſſionem invenire. Atque hæc quidem perſecutus Riccatus eſt in eo, quem dixi, libro, diligentia tanta, nihil ut reliquum fecerit. In illo autem opuſculo, quod Academiæ proprium eſſe voluit, ſeriem invexit novam, in qua eadem quæreret, quæ quæſiverat in aliis, eamque recurrentem cum appendice appellavit.

Novi hujus generis ſeries, quas, ut modo dixi, recurrentes cum appendice Riccatus appellat, non ſecus fiunt, ac recurrentes aliæ, quas ſupra explicavimus, niſi quod in formandis deinceps quibuſque terminis certa conſtans unicuique additur. Series ergo recurrentes cum appendice eamdem diviſionem recipiunt, quam recurrentes aliæ, & in eadem genera diſpertiuntur. Exemplum primi generis afferam, quod, ut opinor, ſatis erit cum ad rem totam melius intelligendam, tum vero ad cognoſcendum, quanto ſeries ex illa, quam dixi, conſtantis additione implexiores fiant, difficilioreſque.

Exemplum eſt hoc. Sit, ut in primo recurrentium genere ſupra fecimus, primus terminus $= a$. Conſtans, in quam terminus quiſque antecedens duci debet, ut ſequens habeatur, ſit $= t$. Conſtans unicuique termino deinceps addenda, ſit $= z$. Cum primus terminus ſit $= a$; erit ſecundus $= at + z$; quem terminum ſi & ipſum in t duxeris, eique rurſum addideris z, tertius exſiſtet terminus $= at^2 + zt + z$. Similiter obtinebis quartum $= at^3 + zt^2 + zt + z$. Similiter quintum $= at^4 + zt^3 + zt^2 + zt + z$. Similiter alios quotlibet. Quo tibi exſiſtet ſeries recurrens cum appendice primi generis, cujus terminos romanis numeris diſtinguam, quo facilius, ſi res poſtulaverit, indicari poſſint,

I.

I. II. III. IV.
a, $at + z$, $at^2 + zt + z$, $at^3 + zt^2 + zt + z$,

V.
$at^4 + zt^3 + zt^2 + zt + z$ &c.

Pari modo ſeries aliæ aliorum generum componentur.

Sinam alios perſequi genera alia; mihi in præſens ſatis erit primum, cujus modo exemplum protuli, conſideraviſſe. Hic ſane ſi datum quemlibet ſeriei terminum, quintum verbi gratia, ſextum, decimum, quemcumque demum libuerit, exprimere generatim velis, vel primus ipſe ſeriei adſpectus deterreat. Riccatus, qua dexteritate eſt, id totum expedit faciliime, ſeriem tantum ipſam deſcribens aliter, & in ordines varios digerens ad hunc modum.

I.	II.	III.	IV.	V.	
a	at	at^2	at^3	at^4	&c.
	z	zt	zt^2	zt^3	
		z	zt	zt^2	
			z	zt	
				z	

Deſcripta ad hunc modum ſerie ſtatim patet, ſingulos ejus terminos I. II. III. IV. &c. deinceps converti in ordines ſingulos I. II. III. IV. &c., quorum quiſque e ſuperiori parte ad inferiora deſcendit. Neque minus apparet, alios quoſdam prodire ordines, qui alii aliis ſubjiciuntur; cum quiſque dextrorſum feratur; velut ille a, at, at^2 &c., vel ille z, zt, zt^2 &c.

Quod ſi ſingulos ordines I. II. III. &c. vel tantiſper inſpexeris, ſtatim intelliges, qua ratione omnes procedant; nam verbi gratia in tertio ordine primus terminus eſt at^2, ideſt at^{3-1}, ſecundus eſt zt, ideſt zt^{3-2}, poſtremus eſt z. Similiter in quarto ordine primus terminus eſt at^3, ideſt at^{4-1}, ſecundus eſt zt^2, ideſt zt^{4-2}; tertius eſt zt, ideſt zt^{4-3}, poſtremus eſt z. Similiter in quinto ordine primus terminus eſt at^4, ideſt at^{5-1}. Secundus eſt zt^3, ideſt zt^{5-2}. Tertius eſt zt^2, ideſt zt^{5-3}. Quartus eſt zt, ideſt zt^{5-4}. Poſtremus eſt z. Sit igitur ordo quivis, quem numerus quivis n indicet.

Is habebit primum terminum $a t^{n-1}$, ſecundum $z t^{n-2}$, tertium $z t^{n-3}$, quartum $z t^{n-4}$, alioſque ſimiliter, donec ad ſimplicem z perveniatur.

His præmiſſis, ſi ſeries quæpiam recurrens cum appendice proponatur, eaque ſit primi generis, generalem Riccatus habet cujuſvis termini expreſſionem, ex iis, quæ dudum in ſuo libro edidit, paratiſſimam. Quem librum ſi conſulas, illud etiam facile intelliges, quam ſummam, generali illa, quam modo dixi, expreſſione inventa, propoſita quæque ſeries recipiat. Noſtri inſtituti non eſt omnia perſequi. Satis erit de primo ſerierum genere, quas recurrentes cum appendice appellamus, paucula hæc monuiſſe.

Ex hoc genere ad alia pergit Riccatus; neque diſſimili utitur methodo; quamquam ſunt alia ex aliis operoſiora. Secundum genus diſerte explicat, ſingulas partes perſequitur, exempla proponit quamplurima, nihil prætermittit, ſeſeque ad librum ſuum perpetuo referens, rem totam, in ſecundo quidem ſerierum genere, ad reſolutionem deducit æquationis ſecundi gradus. Tum monet, in tertio genere deduci rem ad reſolutionem æquationis gradus tertii; ut videantur ſerierum genera, quo quidque eſt altius, eo altiorem requirere æquationem. Quæ omnia neque brevius tradi poſſunt, quam a Riccato ſunt tradita; neque melius. Hunc ergo me auctore, adhibis.

De numeris multiplicibus numerorum II, III, IIII, IIIII, *aliorumque hujus modi.*

ARithmeticam præcipue facultatem ornare pergit Caſtelvetrius, qui poſſet omnes. Fontenellianum theorema longe auxerat, ut in ſuperiore Commentariorum noſtrorum tomo docuimus, ac mirabilem numeri 9 proprietatem artificio quodam ſuo ad numeros alios traduxerat. Tale aliquid in numero quoque 11 compererat, idque publicum fecerat jam inde ab anno milleſimo ſeptingenteſimo nono & quadrageſimo, cum libellum Bononiæ ederet ad arithmeticorum commoda illuſtranda; ſed uſum ſpectans rem aperuerat, demonſtrationem prætermiſerat. Poſtea opuſculum de tranſalpinorum litteratorum

rum hominum ſtudiis neſcio quod legens, intellexit perilluſtrem Societatis Jeſu mathematicum, cum eamdem in numero 11 proprietatem e geometrica quadam ſerie duxiſſet, pro nova habuiſſe. Fecit id, ut ſe revocare ad ſuum inventum Caſtelvetrius voluerit, & quo modo res ſibi comperta eſſet, Academiam monere. Sermonem, quem ipſe in eam rem conſcripſit, opuſculis adjungam. Hic ea tantum attingam, quæ in illo ſunt prima, & aditum quodammodo aperiam.

Sed antequam ad propoſitum meum venio, libet pauca quædam animadvertere; quæ ut intelligantur, hoc moneo: numerus quivis A dicetur mihi multiplex ſimplex numeri cujuſvis B, ſi oriatur ex numero B ducto in numerum quemvis ſimplicem. Numerum ſimplicem eum intelligo, qui nota una continetur, puta 5, 3, 2 &c. Erit ergo numerus 150 multiplex ſimplex numeri 25, quippe qui oritur ex numero 25 ducto in numerum 6, qui numerus ſimplex eſt. Neque minus erit numerus 288 multiplex ſimplex numeri 32, quippe qui oritur ex numero 32 ducto in numerum ſimplicem 9. Hoc ſi ſequimur, dicendum jam erit, numerum quemvis ſimplicem eſſe multiplicem ſimplicem numeri 1; quippe oritur ex numero 1 in ipſum ducto. Sic 5 oritur ex numero 1 ducto in 5; & 7 oritur ex numero 1 ducto in 7. Sunt igitur 5 & 7 multiplices ſimplices numeri 1.

Illud etiam præſtat animadvertere. Propoſito quovis numero, ſi notæ omnes, quibus continetur, in ſummam unam conferantur; tum notæ, quibus continetur hæc ſumma, in aliam; idque deinceps fiat, quoad fieri poterit, ad eam tandem ſummam devenietur, quæ una tantum continebitur nota. Propoſitus ſit, exempli cauſa, numerus 54327; ſi notæ 5, 4, 3, 2, 7, quibus ipſe conſtat, in unam ſummam conferantur, erit hæc ſumma 21; ac ſi notæ 2, 1, quibus hæc conſtat, in ſummam aliam conferantur, erit hæc 3, quæ ſcilicet nota una continetur. Ac ſi libet exemplis ludere: propoſitus ſit numerus 379253. Notæ ejus 3, 7, 9, 2, 5, 3 in unam ſummam conferantur. Erit hæc ſumma 29. Hujus notæ 2, 9 in ſummam aliam conferantur; erit hæc ſumma 11. Hujus etiam notæ 1, 1 conferantur in ſummam, eritque hæc ſumma 2; ea ſcilicet, quæ nota una conſtat.

Atque ex his ſane illud ſequitur: cum propoſitus quivis numerus multiplex ſit numeri 1, ſi notæ ejus omnes in unam ſum-

ſummam conferantur, tum notæ hujus in aliam, idque deinceps fiat, quoad fieri poterit, ad eam tandem ſummam devenietur, quæ erit multiplex ſimplex numeri 1. In quo quidem nihil eſt, quod admodum mireris; idipſum tamen, ſi certa ratione, atque, ut docebit res ipſa, paululum inflectatur, atque ab numero 1 ad numeros 11, 111, 1111, alioſque hujus modi transferatur, in theoremata ibit quamplurima, eaque, ſi elegantiam ſpectes, minime contemnenda. Hæc ego e Caſtelvetrio proponam, demonſtrationeſque omnes prætermittens, per exempla rem declarabo, neque verebor, ne in exemplis producendis videar nimius; nam ſi qui erunt, qui paucioribus contenti ſint, meque in his colligendis longiorem fuiſſe exiſtiment, quam oportebat, nihil illos impediet, quo minus, multa tranſilientes, breviorem me faciant. Neque vero brevitatem mihi, qui in paucis immorari vellem, ſtudioſe admodum conſectandam fuiſſe arbitror. Caſtelvetrius ad alia ſcilicet properans, & uſum ſpectans, tractavit hæc preſſius, & brevitatem ſummam cum ſumma perſpicuitate voluit conjungere. Sed jam theoremata ipſa explicare aggrediamur.

Theorema primum. Sit numerus quivis multiplex numeri 11. A dextra exorſus binas quaſque ejus notas ſume, atque alias aliis ſubjice, ut fieri ſolet ad ſummam colligendam. Neque te illud moveat, ſi forte accidat, ut nota una deſit ad binas ultimas explendas; quæ enim deerit nota, ea ſemper præfixo zero ſuppleri poterit. Fac deinde binarum omnium ſummam. Ac ſi hæc ſumma notis conſtet plus duabus, in hac ipſa ſumma idem repete. Idque iterum ac ſæpius facies, uſque dum ad eam ſummam devenias, quæ duabus dumtaxat notis conſtet. Hanc ſcilicet dico, fore ſemper multiplicem ſimplicem numeri 11. Exemplis rem illuſtremus.

Ut a breviſſimo exordiar; ſit numerus 1375 (vide tabellam ſequentem) qui utique eſt multiplex numeri 11, quippe qui oritur ex numero 11 ducto in 125. Igitur a dextra exorſus binas quaſque ejus notas 75, 13 ſepone, ut in tabella videre licet, ac ſummam collige. Ea nempe erit 88, quæ duabus ſcilicet notis conſtat, eſtque multiplex ſimplex numeri 11, quippe quia oritur ex numero 11 ducto in numerum ſimplicem 8.

1375
multiplex numeri 11
75
13
88

Exemplum alterum. Sit numerus 223410 (vide tabellam ſequentem), qui utique eſt multiplex numeri 11, quippe qui oritur ex numero 11 ducto in 20310. Igitur a dextra exorſus binas quaſque ejus notas 10, 34, 22 ſepone, ut in tabella videre licet, ac ſummam collige. Ea nempe erit *66*, quæ duabus ſcilicet notis conſtat, eſtque multiplex ſimplex numeri 11; quippe quia oritur ex numero 11 ducto in numerum ſimplicem *6*.

223410
multiplex numeri 11
10
34
22
66

Exemplum tertium. Sit numerus 5874 (vide tabellam ſequentem), qui utique eſt multiplex numeri 11, quippe qui oritur ex numero 11 ducto in 534. Igitur a dextra exorſus binas quaſque ejus notas 74, 58 ſepone, ut in tabella videre licet, & ſummam collige. Ea erit 132. Quoniam ergo hæc ſumma notis conſtat plus duabus, binas quaſque hujus notas 32, 1, ſive 01, ſimiliter ſepone, ut tabella eadem oſtendit, & ſummam collige. Ea erit 33, duabus ſcilicet notis conſtans, & multiplex ſimplex numeri 11, quippe quia oritur ex numero 11 ducto in numerum ſimplicem 3.

5874	132
multiplex numeri 11	
74	32
58	1
132	33

 Exem-

Exemplum quartum. Sit numerus 61855354 (vide tabellam ſequentem), qui utique eſt multiplex numeri 11, quippe qui oritur ex numero 11, ducto in 5623214. Igitur a dextra exorſus binas quaſque ejus notas 54, 53, 85, 61 ſepone, ut in tabella videre licet, ac ſummam collige, Ea erit 253. Quoniam ergo hæc ſumma notis conſtat plus duabus, binas quaſque hujus notas 53, 2, ſive 02, ſimiliter ſepone, ut tabella eadem oſtendit, & ſummam collige. Erit hæc 55, duabus ſcilicet notis conſtans, & multiplex ſimplex numeri 11, quippe quia oritur ex numero 11, ducto in numerum ſimplicem 5.

61855354	
multiplex numeri 11	253
54	
53	53
85	2
61	
	55
253	

Theorema ſecundum. Sit numerus quivis multiplex numeri 111. A dextra exorſus ternas quaſque ejus notas ſume, atque alias aliis ſubjice, ut fieri ſolet ad ſummam colligendam. Summam collige, ac ſi hæc notis conſtet plus tribus, in hac ipſa ſumma idem repete. Idque iterum ac ſæpius facies, uſque dum ad eam ſummam devenias, quæ tribus dumtaxat notis conſtet. Hanc nempe dico fore multiplicem ſimplicem numeri 111. Rem exemplis declaremus.

Exemplum primum. Sit numerus 483072 (vide tabellam ſequentem), qui utique eſt multiplex numeri 111; quippe qui oritur ex numero 111 ducto in 4352. Igitur a dextra exorſus ternas quaſque ejus notas 072, 483 ſepone, ut in tabella videre licet, & ſummam collige. Ea erit 555, quæ tribus ſcilicet notis conſtat, eſtque multiplex ſimplex numeri 111, quippe quia oritur ex numero 111, ducto in numerum ſimplicem 5.

483072
multiplex numeri 111
072
483
———
555

Exemplum alterum. Sit numerus 35964 (vide tabellam ſequentem), qui utique eſt multiplex numeri 111, quippe qui oritur ex numero 111 ducto in 324. Igitur a dextra exorſus ternas quaſque ejus notas 964, 35, ſive 035, ſepone, ut in tabella videre licet, & ſummam collige. Ea erit 999, quæ tribus ſcilicet notis conſtat, eſtque multiplex ſimplex numeri 111, quippe quia oritur ex numero 111, ducto in numerum ſimplicem 9.

35964
multiplex numeri 111
964
35
———
999

Exemplum tertium. Sit numerus 3599175 (vide tabellam ſequentem), qui utique eſt multiplex numeri 111, quippe qui oritur ex numero 111 ducto in 32425. Igitur a dextra exorſus ternas quaſque ejus notas 175, 599, 3, ſive 003, ſepone, ut in tabella videre licet, & ſummam collige. Ea erit ſcilicet 777, quæ tribus omnino notis conſtat, eſtque multiplex ſimplex numeri 111; quippe quia oritur ex numero 111 ducto in numerum ſimplicem 7.

3599175
multiplex numeri 111
175
599
3
———
777

Exemplum quartum. Sit numerus 284506764 (vide tabellam ſequentem), qui utique eſt multiplex numeri 111,

 quip-

quippe qui oritur ex numero 111 ducto in 2563124. Igitur a dextra exorſus ternas quaſque ejus notas 764, 506, 284 ſepone, ut in tabella videre licet, & ſummam collige. Ea erit 1554. Quoniam ergo hæc ſumma notis conſtat plus tribus, ternas quoque hujus notas 554, 1, ſive 001, ſimiliter ſepone, ut tabella demonſtrat, & ſummam collige. Erit hæc 555, tribus ſcilicet notis conſtans, & multiplex ſimplex numeri 111, quippe quia oritur ex numero 111, ducto in numerum ſimplicem 5.

284506764	1554
multiplex numeri 111	
764	554
506	3
284	
	555
1554	

Exemplum quintum. Sit numerus 538375713372 (vide tabellam ſequentem), qui utique eſt multiplex numeri 111, quippe qui oritur ex numero 111 ducto in 4850231652. Igitur a dextra exorſus ternas quaſque ejus notas 372, 713, 375, 538 ſepone, ut in tabella videre licet, & ſummam collige. Ea erit 1998. Quoniam ergo hæc ſumma notis conſtat plus tribus, ternas quoque hujus notas 998, 1, ſive 001, ſimiliter ſepone, ut tabella ipſa demonſtrat, & ſummam collige. Erit hæc 999, tribus ſcilicet notis conſtans, & multiplex ſimplex numeri 111; quippe quæ oritur ex numero 111, ducto in numerum ſimplicem 9.

538375713372	
multiplex numeri 111	1998
372	
713	998
375	1
538	
	999
1998	

Theorema tertium. Sit numerus quivis multiplex numeri 1111. A dextra exorſus, quaternas quaſque notas ſume, atque alias aliis ſubjice, uti fit ad ſummam colligendam. Summam

mam collige. *Ac ſi* hæc notis conſtet plus quatuor, in hac ipſa ſumma idem repete. Idque iterum ac ſæpius facies, uſque dum ad eam ſummam devenias, quæ quatuor dumtaxat notis conſtet. Hanc ſcilicet dico fore multiplicem ſimplicem numeri 1111. Rem per exempla declaremus.

Exemplum primum. Sit numerus 13367552 (vide tabellam ſequentem), qui utique eſt multiplex numeri 1111, quippe qui oritur ex numero 1111 ducto in 12032. Igitur a dextra exorſus, quaternas quaſque ejus notas 7552, 1336 ſepone, ut in tabella videre licet, & ſummam collige. Ea erit 8888, quæ quatuor omnino notis conſtat, eſtque multiplex ſimplex numeri 1111, quippe quia oritur ex numero 1111 ducto in numerum ſimplicem 8.

13367552
multiplex numeri 1111
7552
1336
8888

Exemplum ſecundum. Sit numerus 746592 (vide tabellam ſequentem), qui utique eſt multiplex numeri 1111, quippe qui oritur ex numero 1111, ducto in 672. Igitur a dextra exorſus, quaternas quaſque ejus notas 6592, 74, ſive 0074, ſepone, ut in tabella videre licet, & ſummam collige. Ea erit *6666*, quæ quatuor omnino notis conſtat, eſtque multiplex ſimplex numeri 1111, quippe quia oritur ex numero 1111 ducto in numerum ſimplicem 6.

746592
multiplex numeri 1111
6592
74
6666

Exemplum tertium. Sit numerus 469980775 (vide tabellam ſequentem), qui utique eſt multiplex numeri 1111; quippe qui oritur ex numero 1111, ducto in 423025. Igitur a dextra exorſus quaternas quaſque ejus notas 0775, 6998, 4, ſive 0004, ſepone, ut in tabella videre licet, & ſummam col-

collige. Ea erit 7777, quæ quatuor omnino notis conſtat; eſtque multiplex ſimplex numeri 1111, quippe quia oritur ex numero 1111 ducto in numerum ſimplicem 7.

469980775
multiplex numeri 1111
0775
6998
4
7777

Exemplum quartum. Sit numerus 70228532 (vide tabellam ſequentem), qui utique eſt multiplex numeri 1111; quippe qui oritur ex numero 1111, ducto in 63212. Igitur a dextra exorſus quaternas quaſque ejus notas 8532, 7022, ſepone, ut in tabella videre licet, & ſummam collige. Ea erit 15554. Quoniam ergo hæc ſumma notis conſtat plus quatuor, quaternas quoque hujus notas 5554, 1, ſive 0001, ſimiliter ſepone, ut tabella demonſtrat, & ſummam collige. Erit hæc 5555, quatuor nempe notis conſtans, & multiplex ſimplex numeri 1111, quippe quia oritur ex numero 1111, ducto in numerum ſimplicem 5.

70228532	15554
multiplex numeri 1111	
8532	5554
7022	1
15554	5555

Exemplum quintum. Sit numerus 916578557422 (vide tabellam ſequentem), qui utique eſt multiplex numeri 1111, quippe qui oritur ex numero 1111 ducto in 825003202. Igitur a dextra exorſus quaternas quaſque ejus notas 7422, 7855, 9165, ſepone, ut in tabella videre licet, & ſummam collige. Ea erit 24442. Quoniam ergo hæc ſumma notis conſtat plus quatuor, quaternas quoque hujus notas 4442, 2, ſive 0002, ſimiliter ſepone, ut tabella demonſtrat, & ſummam collige. Erit hæc 4444, notis conſtans omnino quatuor, & præterea multiplex ſimplex numeri 1111, quippe quia oritur ex numero 1111 ducto in numerum ſimplicem 4.

9165785557422	24442
multiplex numeri 1111	
7422	4442
7855	2
9165	4444
24442	

Tribus adhuc theorematis, exemplorum ſtudio ducti, animum oblectavimus; ordo autem ipſe ad infinita alia nos vocat, quæ uno tantum complectar ad hunc modum. Propoſitus ſit numerus multiplex ejus numeri, qui totus unitatibus tantum exprimatur; ſintque unitates numero n. A dextra exorſus ſume in propoſito numero priores notas numero n; tum alias, quæ ſecuntur, numero item n; tum alias ſimiliter, atque alias; omneſque in ſummam collige. Idem fac rurſus in hac ſumma, ſi notis conſtet numero plus n; ſimiliterque procede, donec ad eam ſummam devenias, quæ notis numero n conſtet. Ea ſcilicet numquam non erit multiplex ſimplex ejus numeri, cujus, qui propoſitus fuit, erat multiplex. Id ſupra exemplis declaravimus in iis numeris, qui eſſent ex ordine multiplices numerorum 11, 111, 1111; duobus nunc tribuſve exemplis liberius vagemur, & ad numeros procedamus multiplices eorum numerorum, qui unitatibus contineantur plus quatuor.

Propoſitus ergo ſit numerus, quem ſequens tabella exhibet, 2702221952. Is oritur ex numero 2432 ducto in numerum 1111111, qui unitatibus ſcilicet conſtat ſeptem. Igitur a dextra exorſus ſeptenas quaſque propoſiti numeri notas ſume, 2221952, 270, ſive 0000270; has illis ſubjice, ut ſupra ſemper fecimus; & ſummam collige. Erit hæc ſumma 2222222; ſeptenis notis conſtans, & præterea multiplex ſimplex numeri 1111111 unitatibus ſeptem conſtantis; fit enim ex eo, ſi ducatur in 2.

2702221952
multiplex numeri 1111111
2221952
270
2222222

Sit

Sit rurſum propoſitus numerus, quem ſequens tabella exhibet, 3633333297, qui fit ex numero 327, ſi is ducatur in numerum 11111111 unitatibus octo conſtantem. Igitur a dextra exorſus octonas ejus quaſque notas ſume, 33333297, 36, ſive 00000036; atque has illis ſubjice, & ſummam collige. Erit hæc 33333333, notis ipſis conſtans octo; eademque multiplex ſimplex numeri 11111111 unitatibus octo conſtantis, ut qui ex hoc oritur ducto in 3.

3633333297
multiplex numeri 11111111
33333297
36
33333333

Etiam proponatur numerus 7635666665903 1, quem tabella ſequens exhibebit. Is oritur ex numero 68721, ſi hic ducatur in numerum 1111111111 unitatibus decem conſtantem. Sume ergo, a dextra exorſus, denas quaſque ejus notas 6666659031, 7635, ſive 0000007635; has illis ſubjice, ut in ſuperioribus exemplis fecimus; & ambas collige in ſummam; erit ſumma hæc 6666666666, decem ſcilicet notis conſtans, eademque multiplex ſimplex numeri 1111111111 notis decem conſtantis, a quo nempe oritur, ſi is ducatur in numerum 6.

76356666659031
multiplex numeri 1111111111
6666659031
7635
6666666666

Sed jam de his ſatis multa, vel potius plura quam oportuit. Caſtelvetrius cum hæc attigiſſet, majora cogitans, properavit alio; Arithmeticorum commoda auxit, ſcientiam amplificavit, fecitque, ut qui olim in numero 9 ſtrenue ſe geſſerat, ne in nota 1 exornanda eſſet minor.

De

De radicibus æquationum cubicarum.

CUm forte die quodam accidiſſet, ut nemo in Academia neque diceret, neque ad diſputandum quid poneret, conticuiſſentque aliquandiu omnes; Franciſcus Maria Zanottus, qui pro munere ſuo intererat, quoniam, inquit, vacui ſumus, nemoque eſt, qui ſe loqui velle ſignificet, argumentum puto nullum eſſe tam leve, de quo non commodiſſime poſſit diſputari; id enim quidquid erit, non certe levius erit ſilentio iſto. Memini me olim, cum Carteſianæ algebræ operam darem, de æquationum cubicarum radicibus neſcio quid excogitaſſe, ac demonſtrationem novam rei non novæ adhibere voluiſſe; in qua adhuc, ut verum fatear, animi pendeo. Longum non eſt. Id, ſi placet, vobis aperiam. Aſſenſerunt omnes. Ille in hunc fere modum eſt exorſus.

Neminem latet, radices tres illas, quæ ex æquationibus cubicis, artificio algebraico quodam prope jam in vulgus notiſſimo, extrahuntur, reales omnes cum ſint, non reales tamen videri, ſed imaginarias; quippe quod formam induunt imaginariis ſignis implicitam; quæ autem forma talis eſt, ea non videtur, niſi imaginarium aliquid ſignificare poſſe.

Ea res omnes, quotcumque algebram diligunt, jam inde a Cardani temporibus ſollicitos habere cœpit; nihil enim reperiebant, quo oſtenderent, doctrinam illam ſuam non hoc loco fallacem eſſe. Carteſius, philoſophus in ſummis profecto numerandus, cum ad hunc locum acceſſiſſet, nihil affirmare eſt auſus. Nevtonus, qui illi & mathematicarum rerum ſcientia, & nominis gloria ſucceſſit, nihilo plus ſibi confidere viſus eſt. Majorem ſpem habuerunt illi, qui animadverterunt formas utique in algebra componi poſſe, quæ imaginariis ſignis implicitæ cum ſint, ſignificent tamen reale aliquid. Hoc enim animadverſo, cur non putemus, inquiunt hi, formam illam, qua æquationum cubicarum radices exprimuntur, unam aliquam ex iis eſſe, quæ reale quidpiam ſignificant, etiamſi imaginariis ſignis ſint implicitæ; eamque idcirco non fallacem dicendam eſſe, ſed obſcuram potius? Quis autem algebram propter obſcuritatem reprehendat, de qua interdum etiam laudatur? Videtur enim hoc ipſo nobilior.

Atque hi quidem, qui ſic diſputant, ſatis tuentur algebræ

dignitatem, ſed nihil tamen in medium proferunt præter ſuſpicionem. Progrediuntur alii longius, eamque formam, quam æquationum cubicarum radices induunt, eam eſſe oſtendunt, quæ reale aliquid non ſignificare ſolum poſſit, ſed revera etiam ſignificet. Atqui ejus rei demonſtrationem afferunt non eamdem omnes; perplexam nonnulli, longeque petitam; eam alii, quæ, quantum memoria teneo, non in omnes partes valeat. Placuit mihi, in eamdem quæſtionem ingreſſo, conari aliquid; cumque animadvertiſſem, æquationum cubicarum radices, ſi quando imaginariis ſignis implicentur, ſub hac forma prodire

$$\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}} + \sqrt[3]{A - \sqrt{-B}}$$

conficere me rem poſſe exiſtimavi, ſi oſtenderem, quantitatem, quæ huic formæ ſubjicitur, utique realem eſſe. Quod quemadmodum fecerim, docebo paucis; an recte fecerim, veſtrum judicium erit. Vos animum quæſo diligenter attendite.

E duabus illis radicibus tertiis, quarum ſummam vobis propoſui, eam in præſens conſiderandam ſuſcipio, quæ prima eſt.

$$\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}}$$

Hic vero, quoniam cubus $A + \sqrt{-B}$ duabus partibus conſtat, quarum altera realis eſt, nempe A, altera imaginaria, nempe $\sqrt{-B}$; oportet ſane, ejus quoque radicem duabus conſtare partibus, quarum altera realis ſit, altera imaginaria; nam ſi reales ambæ eſſent, aut ambæ imaginariæ, cubum quoque aut totum realem eſſe oporteret, aut totum imaginarium; quod cum ſecus habeat, neceſſe eſt, radicem eſſe partim realem, partim imaginariam. Illa ergo radicis pars, quæ realis eſt, quidquid tandem ea ſit, ponatur $= r$; quæ imaginaria eſt, ponatur $= i$. Erit jam

$$r + i = \sqrt[3]{A + \sqrt{-B}}$$

unde illud ſtatim ſequitur, ut ſit

$$r^3 + 3rri + 3rii + i^3 = A + \sqrt{-B}.$$

Placet hic in conſideratione cubi $r^3 + 3rri + 3rii + i^3$ paullisper immorari; ut oſtendam ſcilicet, ſummam primi termini r^3 & tertii $3rii$ æquare quantitatem realem A, ſummam vero ſecundi termini $3rri$, & quarti i^3 æquare quantitatem

ima-

imaginariam $\sqrt{-B}$. Id autem ſic efficio. Summa primi termini & tertii, nempe $r^3 + 3rii$, nihil eſt aliud, niſi r ducta in $rr + 3ii$; atqui r eſt realis, itemque realis eſt rr, neque minus realis eſt $3ii$, (quippe quod quadratum imaginarii i reale eſt) ergo eſt ſumma $r^3 + 3rii$ realis tota. E contrario ſumma ſecundi termini, & quarti, ideſt $3rri + i^3$ imaginaria tota invenietur; quippe quæ nihil eſt aliud, niſi $3rr + ii$ ducta in i, quantitas realis ſcilicet, ducta in imaginariam. Quæ cum ita ſint, minime dubitandum videtur, quin ſumma primi termini & tertii æquet quantitatem realem A, ſumma vero ſecundi & quarti æquet quantitatem imaginariam $\sqrt{-B}$.

His poſitis quæſtionem expedio ad hunc modum. Quoniam eſt, ut initio poſuimus,

$$r^3 + 3rri + 3rii + i^3 = A + \sqrt{-B}$$

eſt autem, ut modo oſtendi, ſumma primi & tertii termini æqualis quantitati A; ſumma vero ſecundi & quarti termini æqualis quantitati $\sqrt{-B}$, conſequens ſane eſt, ut, ſi ſecundi & quarti termini ſigna mutentur, hæc nimirum exſiſtat æqualitas

$$r^3 - 3rri + 3rii - i^3 = A - \sqrt{-B}$$

quæ æqualitas ubi exſtiterit, ſi utriuſque partis radices tertiæ extrahantur, exſiſtet etiam illa

$$r - i = \sqrt[3]{A - \sqrt{-B}}$$

Quod cum ita ſit, licet jam concludere ad hunc modum. Cum ſit $r + i = \sqrt[3]{A + \sqrt{-B}}$, quod primo loco poſuimus, erit etiam, ut modo oſtendimus, $r - i = \sqrt[3]{A - \sqrt{-B}}$; erit igitur ſumma $r + i + r - i$, ideſt $2r$, æqualis ſummæ $\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}} + \sqrt[3]{A - \sqrt{-B}}$; atqui $2r$ eſt realis quantitas; ergo realis quantitas eſt etiam ſumma $\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}} + \sqrt[3]{A - \sqrt{-B}}$; ac ſi quando æquationum cubicarum radices hanc formam induant, hoc ipſo pro realibus habendæ erunt. Id quod initio demonſtrandum ſuſcepi. Cum hæc Za-

 not-

nottus dixiſſet, ſubſtitit aliquantiſper, quaſi nihil haberet, quod adderet. Surrexerunt tum alii diverſa quærentes, ſermoneſque habuerunt multos, e quibus qui a ſecretis erat, arripuit non nulla, ac litteris mandavit; quæ ipſe cum legerim, quando in hunc ſermonem incidi, prætermittere non debeo.

Fuit, qui hoc proponeret: ſi hæc valent, quæ modo Zanottus tradidit, mihi videtur non id ſolum poſſe effici, quod ipſe propoſuit, ſed aliud etiam; nam quemadmodum concluſit ille ſummam $\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}} + \sqrt[3]{A - \sqrt{-B}}$ realem eſſe, cur non ſimiliter concludamus differentiam $\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}} - \sqrt[3]{A + \sqrt{-B}}$ e contrario imaginariam eſſe? Si eſt enim $\sqrt[3]{A + \sqrt{-B}} = r + i$, & $\sqrt[3]{A - \sqrt{-B}} = r - i$, erit profecto etiam ipſarum differentia æqualis differentiæ $r + i - r + i$ ideſt $2i$, quæ quantitas eſt imaginaria. Huic ſententiæ neque Zanottus ſe adjunxit, neque valde repugnavit. Excuſare ſe iterum voluit de rei, quam propoſuerat, levitate, in quo nemo illi eſt aſſenſus: adeo omnes ceperat illa demonſtrationis brevitas, & nitor neſcio qui.

Inter hæc Academicus alius dicere ingreſſus eſt in hunc modum. In ea, quam e Zanotto audivimus, demonſtratione ſummæ duæ ponuntur æquales

$$r^3 + 3rri + 3rii + i^3 \quad \& \quad A + \sqrt{-B}$$

ac cum duarum ſummarum prima partem unam realem habeat $r^3 + 3rii$, partem alteram imaginariam $3rri + i^3$, itemque ſecunda partem unam realem A, partem alteram imaginariam $\sqrt{-B}$, ſine ulla dubitatione pronunciatum eſt, partem realem $r^3 + 3rii$ æquare A, partem imaginariam $3rri + i^3$ æquare $\sqrt{-B}$; quaſi vero, cum duæ ſummæ æquales ſint, utraque autem duabus partibus conſtet, reali una, imaginaria altera, continuo debeat realis pars unius reali alterius æqualis eſſe, imaginaria imaginariæ. Ea de re cur non ipſe dubitem? vel ſi qui dubitare ſe affirmet, quid illi afferam, ne dubitet? Quo modo rem demonſtrabo?

Atqui ego quidem, Academicus alius reſpondit, ſic rei aſſentior, ut demonſtrationem non requiram. Quid enim magis

gis perſpicuum, quam illud: neque quantitatem, quæ tota realis ſit, neque eam, quæ partim realis ſit, partim imaginaria, æqualem illi eſſe poſſe, quæ imaginaria tota ſit? Unde illud profecto ſequitur, ut in duabus illis, de quibus agimus, ſummis pars realis realem partem æquare debeat, imaginaria imaginariam. Eamque ſententiam uſque adeo mihi, vel ſine demonſtratione, perſuaſi, ut iis prope ſuccenſeam, qui demonſtrare illam conantur. Velut nuper mihi accidit Bughenvillium legenti, qui illam ſane ſic demonſtrat, ut extorquere aſſenſum poſſit, vel invito. Locus ab initio libri non longe abeſt. Hæc adhuc ab Academicis duobus diſputabantur, cum tertius quidam ad Zanottum converſus: ego quidem, inquit, in demonſtratione iſthac tua nihil muto. Probantur mihi cum cetera, tum illud etiam, de quo hi diſputant. Tantum ex te quæro, cur quod in radicibus tertiis oſtendiſti, non idem oſtenderis etiam in aliis quamplurimis; valet enim, ut mihi videtur, ratio eadem; & experiri promtum eſt. Hic Zanottus, cum eſſem, inquit, æquationum cubicarum radicibus intentus, quæ e tertiarum ſunt genere; tertias, ut fatear, tantum conſideravi. Ceterum ſi qui velit rationem eamdem ad alias traducere, non repugnabo; & quoniam experiri, ut ais, promtum eſt, quin ſtatim experiris?

Morem geram, inquit ille, exemplumque afferam breviſſimum ac ſimpliciſſimum in ſecundis radicibus. Sit ergo ſumma

$$\sqrt{A + \sqrt{-B}} + \sqrt{A - \sqrt{-B}}$$

Hanc ſummam realibus quantitatibus adnumerandam eſſe affirmo; idque ſic efficio. Non poteſt ſane quadratum $A + \sqrt{-B}$ partim reale eſſe, partim imaginarium, quin ejus quoque radix partim realis ſit, partim imaginaria. Sint ergo radicis partes duæ, realis altera $= r$, altera imaginaria $= i$. Erit jam

$$r + i = \sqrt{A + \sqrt{-B}}$$

ac propterea

$$rr + 2ri + ii = A + \sqrt{-B}$$

Hic quoque terminorum realium ſumma $rr + ii$ æquabit A, terminus imaginarius $2ri$ æquabit $\sqrt{-B}$; ſi igitur termino $2ri$ mutetur ſignum, exſiſtet jam æquatio

rr

$$rr - 2ri + ii = A - \sqrt{-B}$$

unde erit tandem

$$r - i = \sqrt[2]{A - \sqrt{-B}}$$

ideoque ſumma, quam initio propoſui,

$$\sqrt[2]{A + \sqrt{-B}} + \sqrt[2]{A - \sqrt{-B}}$$

æquabit ſummam $r + i + r - i$, ideſt $2r$, quæ quantitas realis eſt. Exemplum habes in radicibus ſecundis.

Neque erit difficile, reſpondit Zanottus, idem ad alias eodem modo transferre; quod ego quidem nondum examinavi defixus in tertiis; itaque judicium adhuc ſuſtineo. Sed quemdam video ad dicendum paratum. Hunc, ſi placet, audiamus. Hic tum alius quidam, quando, inquit, ad varia radicum genera defluxiſtis, cur non etiam ad infinitam prope imaginariorum varietatem reſpiciendum putatis? In uno adhuc imaginario, Zanotte, hæres, eoque ſimpliciſſimo $\sqrt{-1}$. Quid enim eſt aliud tuum illud $\sqrt{-B}$, niſi realis quantitas $\sqrt{B}$ ducta in $\sqrt{-1}$? Quid ergo, ſi in locum illius $\sqrt{-B}$ implexius aliud imaginarium, atque implicatius ſubſtituatur? An quod valere in ſimpliciſſimo oſtendiſti, valebit idem in omnibus?

Non minimum quidem, Zanottus inquit, profeciſſe me exiſtimem, ſi modo valeat in ſimpliciſſimo; ſiquidem hoc ipſum volui, neque aliud egi æquationes cubicas ſpectans. Scito tamen tantam illam, quam tibi fingis, imaginariorum varietatem fortaſſe nullam eſſe. Locum nuper legi in Encyclopædia, quem mathematico ſummo Alemberto facile tribuo. Hic plane affirmatur, imaginariorum genera, ut ſint in ſpeciem plurima, re ipſa tamen non niſi unum eſſe; neque ullum imaginarium eſſe, quod ſi reſolvatur, non tandem in quantitatem realem abeat, ductam in $\sqrt{-1}$. Quamcumque ergo imaginariam quantitatem tibi finxeris, eo illam deductam eſſe putabis, ut quidquid imaginarii in illa eſt, id ſit $\sqrt{-B}$. Quod ubi feceris, ſi radicum tertiarum ſumma ejus adhuc erit formæ, quam propoſui, vix video, cur pro reali habenda non ſit, ac mea in illam non valeat demonſtratio.

Differente hæc Zanotto, is, qui paullo ante Bughenvillii mentionem fecerat, ſe iterum diſputationi inſeruit; atque, id ipſum,

ipſum, inquit, quod Zanottus modo ex Encyclopædia retulit, demonſtrat Bughenvillius accuratiſſime; eique rei caput proprium tribuit in eo libro, quem antea commemoravi. Quo in capite omnia imaginariorum genera conſectatur, nullumque eſſe demonſtrat, in quo quidquid imaginarii eſt, non poſſit quantitate reali exprimi, ducta in $\sqrt{-1}$; ut appareat imaginarium vere nullum eſſe, niſi $\sqrt{-1}$; eoque uno fieri omnia. His dictis Bughenvillium, ejuſque librum miris laudibus ſuſtulit. Ceterum cum jam ſatis temporis in his ſermonibus conſumtum eſſet, ſurrexit Præſes, Academia dimiſſa eſt.

GEOMETRICA.

Varia indicantur ad geometriam ſpectantia.

Hic vero eam ingredimur diſciplinam, in qua quæ dicuntur, neque brevius dici poſſunt, quam ab auctoribus dicta ſunt, nec fere aliter. Idque maxime in reconditiſſimis quæſtionibus apparet; nam leviora quæ ſunt, & magis communia, tractari interdum patiuntur, & verſari multis modis. In reconditioribus verſatus eſt Vincentius Riccatus e Societate Jeſu, familia illa dignus; nam profecto nullam aliam novimus, quæ præſtantiſſimorum mathematicorum vel numero vel fama poſſit cum ea comparari. Ad Riccatum acceſſit Hieronymus Saladinus e nobiliſſimo Celeſtinianorum ordine, juvenis & morum ſuavitate, & ingenii doctrinæque laude florentiſſimus. Franciſcus Maria Zanottus leviora luſit, quippe adoleſcentulum erudiens. Neque vero Academiam celare de his voluit, familiari illo more uſus, quem Academia non ſolum gratum habet, ſed etiam poſtulat. His alii præterea adjungi poſſunt, qui reconditiora invenerunt in geometria non reconditiori. Hæc omnia quas occaſiones habuerint, & unde orta ſint, docebo; quid ipſa ſint, quaſi præteriens indicabo.

Ab Riccato exordiar. Sinuum, & coſinuum calculus, quam iis ſit utilis, qui in infiniteſimorum verſantur analyſi, demonſtrandum Riccatus ſuſceperat, ſuperque ea re ediderat nonnulla. Quæ cum legiſſet Virgilius Cavina, qui tum Parmæ agebat, eique vehementer placuiſſent, ab Riccato pro amicitia ſua petiit, ut in idem argumentum alia adderet, eaque, quæ ſcripſerat, faceret illuſtriora. Riccatus, qua eſt humanitate, cum poſſet per unas litteras ei ſatisfacere, per binas maluit. Petebat in primis Cavina, ut ſibi explicaretur, quid tandem fieret, ſi numerus quidam n, quem rationalem ſemper Riccatus poſuerat, eſſet irrationalis; in integro numero rem patere, itemque in fracto, in poſitivo, in negativo; in irrationali non æque eſſe manifeſtam. Id ergo Riccatus in pri-

prima epiſtola explicat, ac tam facile ex his, quæ antea ediderat, quod vult, colligit, ut videatur Cavina, niſi ex alio quærere maluiſſet, potuiſſe ipſe per ſe idem invenire.

Epiſtolam primam altera excipit, qua oſtenditur formularum quarumdam uſus ad integrationes nonnullas abſolvendas. Etenim duo lemmata in prima epiſtola Riccatus poſuerat, inque altero formulas quaſdam perbreves, & maxime ſimplices; neque omnino quo hæ valerent, & quam late earum uſus pateret, oſtenderat. Secundis ergo litteris demonſtrat, quemadmodum ſint illæ, ſi vel paululum inflectantur, ad integrationes multas peragendas aptiſſimæ, ex iis, quæ vel circuli quadraturam poſtulant, vel hyperbolæ. Ad extremum pauca addit, quibus doceat, ſibi in his omnibus cum Eulero vel maxime convenire. Non ab re; eſt enim illuſtre cum tam illuſtri conſenſiſſe.

Duabus acceptis epiſtolis tertiam Cavina elicuit, quæſtionem aliam proponens, quam ſi Riccatus explicaviſſet, videbatur ei tractatio illa tota perfectior futura eſſe atque abſolutior. Occurrebant caſus, ad quos quæ Riccatus docuerat, tranſferre ſe poſſe, negabat Cavina. Fecit Riccatus epiſtola tertia, ut poſſet, & ſine labore poſſet; ac per duo theoremata neque difficilia, neque longa rem totam expedivit. Nemo ſane erit, quin ſe multum Cavinæ debere profiteatur, qui hæc a Riccato expreſſerit; niſi qui forte ſuccenſeant, quod non eumdem ſæpius laceſſiverit. Riccati epiſtolas licebit legere in opuſculis.

Saladinus quoque ad altiora properat. Id ejus ſermo declarabit, quem referam in opuſcula. Summa huc ſpectat. Conſueverant mathematici differentiales formulas, quæ variabilem continerent non plus unam, ad conſtructionem perducere quadraturarum ope; propoſitam quippe formulam in aliam nullo negotio vertebant, quæ curvilinei cujuſdam ſpatii elementum repræſentaret, nam illo ſpatio in quadratum converſo quod quærebant, aſſequebantur. Viſum eſt deinde nonnullis, potuiſſe id totum expediri commodius, ſi ad rectificationes confugiſſent, ac formulam, quæ propoſita eſſet, in eam vertiſſent, quæ curvæ lineæ elementum exhiberet; nam quamvis ea res artificii plus habeat & laboris, eſt tamen rectificatio ad praxim commodior, quam quadratura. Primus omnium, quantum ſcimus, Jacobus Hermannus ad hanc perquiſitionem mathematicos excitavit, in quam deinde ſe dedit Nicolaus Ber-

nullius, Joannis filius, ac rem totam ſic expedivit, ut Hermanno tamen non omnino ſatisfecerit. Satisfecit fortaſſe rei. Ad extremum Leonardus Eulerus hunc locum arripuit, tractavitque modo ſuo, ideſt acutiſſime, & ut magnum geometram decebat. Quemvis horum ſequamur, clariſſimum profecto, & magni nominis auctorem ſequemur. Saladinus tamen Bernullio ſe applicat, cujus methodum adeo non rejicit, ut perficere etiam nitatur. Bernullii methodus viſa eſt ei provehi poſſe longius, ſi limites quidam, qui removeri facile poſſunt, removeantur; poſſe etiam liberius tutiuſque vagari, ſi ratio tradatur imaginarias expreſſiones vitandi, quæ in illa methodo interdum occurrunt. In id ergo maxime Saladinus incumbit, ut imaginariorum, quantum fieri poteſt, metum tollat. Præterea quod Bernullius demonſtraverat, demonſtrat ipſe aliter; unde & novas vias aperit; omnino Bernullianum inventum facit prope ſuum.

Sed jam ad leviora tranſeamus, quæ ut leviora dicantur, & ſint, non hoc tamen nomine videntur prorſus contemnenda. Ineſt interdum in levioribus utilitas, uſuſque major. Venuſtatem habent quamdam ſuam, & ſimplicitate ipſa placent. Sunt deinde commodiſſima, neque, ut intelligantur, longum tempus poſtulant. Sed levitatis laudes mittamus. In levioribus oblectavit ſe ſe Franciſcus Maria Zanottus Vareno ſuo ſcribens. Res ſic abiit. Epiſtolam Zanottus ad Varenum ſcripſerat de luce & coloribus bene longam, neque dum dederat; cum ſubito litteræ ei a Vareno afferuntur, quibus quæſtiones duas puer doctus proponit. Noluit Zanottus tempus ad has ſumere; arreptoque calamo ſub illa, quam dixi, epiſtola ea confeſtim exaravit, quæ ſibi olim, cum eaſdem forte quæſtiones verſaret animo, in mentem veniſſe meminerat. Volebat, ut ipſe ait, ſi quid erraſſet, excuſationem erroris habere aliquam in feſtinatione, quamquam feſtinans ſic ſcripſit, ut minime feſtinaſſe videatur. Quæſtiones a Vareno propoſitæ quæ ſint, quidque Zanottus ad has reſponderit, paucis aperiam; quæ autem illum rationes moverint, & quo modo id, quod vult, effecerit, licebit cognoſcere in opuſculis, ubi ſub ipſam Zanotti epiſtolam hæc proxime conſequentur.

Duorum, quæ Varenus petebat, primum illud erat, ut notiſſimum vulgatiſſimumque geometrarum theorema commodius ſibi in hyperbola demonſtraretur, quam fieri paſſim ſolet. Eſt enim theorema illud, ut permulta alia, hyperbolæ

cum

cum ellipſi commune; ac cum ad id in ellipſi explicandum demonſtrationem adhibeant haud facilem, eamdem deinde transferunt ad hyperbolam, in qua difficultatem habet majorem. Cur, ajebat Varenus, cum ab ellipſi ad hyperbolam ſe transferunt, non ſtatim aſymptotorum occaſione arrepta, quemadmodum Hoſpitalius facit, in id incumbunt, ut quod in ellipſi non ſine aliquo labore demonſtratur, demonſtretur in hyperbola labore nullo? Petebat ergo a Zanotto Varenus, ut theorema ſibi quam commodiſſime expediret, Hoſpitalii brevitatem, facilitatemque imitatus. Theorema, de quo agebatur, erat vulgatum illud: parallelogrammum, quod e binis quibuſque diametris conjugatis efficitur, eſt magnitudinis conſtantis. In id ergo intendens pauliſper Zanottus animum, ut adoleſcentulo morem gereret, demonſtrationem e veſtigio depromſit expeditiſſimam, quæ Hoſpitalium decere poſſet; quod erat facile in re levi. Nihil ea certe brevius, nihil facilius, nihil commodius; ut ſi qui commodiorem deſiderent, ii plane oſtendant, nihil ſibi ſatis commodum videri poſſe. Demonſtrationem ipſam in opuſculis legent, qui volent.

Quæſtio altera, quam ponebat Varenus, paulo erat difficilior, & in metaphyſicorum ſubtilitates incurrebat. De qua Zanottus cum multa audiviſſe ſe, nonnulla etiam legiſſe recordaretur, ea tamen diſſeruit, quæ excogitaſſe ſe putabat, non ab aliis accepiſſe. Sed id quidem nihil ad rem pertinet. Ut ad rem ipſam accedam, exponam quæſtionem breviter ad hunc modum. Si corpus a puncto quopiam trahatur, nullaque alia agatur vi, dubium non eſt, quin recta ad centrum, a quo trahitur, ferri debeat; ac cum ad punctum infimum, quod eſt centrum ipſum, pervenerit, concepto impetu per eamdem lineam ultro progredi. Ponamus jam corpus, quo tempore trahitur, & cadere incipit, alia agi vi, quæ ipſum pellat ea directione, quæ ſit perpendicularis directioni vis trahentis, eoque impetu, ut, attractione id ferente, percurrere ellipſim debeat, cujus focus ſit punctum trahens. Hic enimvero dubium non eſt, quin debeat corpus, ubi punctum infimum attigerit, ex altera parte regredi, eoque redire, unde diſceſſit. Idque pariter in ellipſi quavis accidere oportet, quantumcumque latitudo ejus, ideſt diameter minor, minuatur.

Quæ cum omnes ita eſſe conſentiant, hæc Vareno orta erat dubitatio. Quid? ajebat ille. Si ſit ellipſeos latitudo in-

 fini-

finite parva, utrum exiſtimabimus? Debere corpus progredi, ubi punctum infimum attigerit, an regredi? Nam utique videtur debere progredi, cum poſſit ellipſis pro linea recta haberi; neque minus regredi, cum in ellipſi quavis regrediatur, quantumcumque minuatur latitudo; non enim continuitatis lex fert, ut quod in omni latitudine perpetuum & conſtans fuit, id ſubito intereat in infiniteſima. Quid ergo hic fiet?

Ad id reſpondens Zanottus ait primum dubitare valde ſe, quemadmodum fieri id poſſit, quod quaſi factum hic ponitur, ut corpus ſcilicet duabus illis actum viribus, attrahente & pellente, ellipſim percurrat latitudinis infiniteſimæ. Sed quoniam neque Varenus id quærit, & ipſe properat, in iiſdem poſitis manere vult, neque pronunciare dubitat, corpus, ſi ellipſim quidem percurrat latitudinis infiniteſimæ, ubi ad punctum infimum pervenerit, debere regredi; neque concedit, poſſe hoc loco latitudinem ellipſeos infinite parvam contemni, ut ellipſis ipſa pro linea recta habeatur. Ejus rei rationem hanc affert. Nihil profecto hoc loco agitur, niſi tantum quæritur, an debeat corpus, ubi punctum infimum attigerit, progredi, an regredi. Id autem ab latitudine ellipſeos nullo modo pendet; pendet tantummodo a directione illa, quam corpus obtinet, dum punctum infimum attingit; quæ directio quoniam in omni ellipſi manet eadem, neque, ut latitudo variet, ipſa quidquam variat; ſequitur, ut id quoque, quod ex ea tantummodo pendet, idem in omni ellipſi manere debeat, ideoque debeat corpus regredi in omni ellipſi, etiamſi ea ſit latitudinis infinite parvæ; nam in latitudine etiam infinite parva directio illa, uti dixi, manet eadem. Non ergo licet latitudinem, etiamſi infinite parvam, contemnere; nam quantulacumque ſit, ad id tamen, quod quæritur, eodem ſemper modo ſe habet. Hæc premit Zanottus, & in ſyllogiſmi formam contorquet; prope ſcholaſticorum more urget. Anguli quoque exemplo utitur. Quis enim putat, ſi id quæratur, quod ex magnitudine anguli tantummodo pendeat, mutari id oportere, ex eo quod latus alterum anguli infinite parvum fiat? manet enim, in hac etiam lateris parvitate, anguli magnitudo eadem; neque interit, niſi cum latus omnino tollitur; quo tempore ex aſſignabili repente fit nulla.

Neque vero audire illos Zanottus vult, qui docent, el-

lipſim quamlibet, ſi latitudo ejus magis magiſque minuatur; in veriſſimam tandem lineam rectam deſinere. Id enim ſi fieret, oporteret latitudinem ejus, in nihilum tandem plane verti; quod ille fieri poſſe negat; aliud eſt enim rem minuere, aliud in nihilum plane vertere; unde ſequitur, ut quantumcumque latitudo illa minuatur, numquam ex eo fieri poſſit nulla. Quod ſi qua interdum fiunt nulla, non id profecto ex eo habent, quod magis magiſque imminuta paulatim ad nihilum acceſſerint, ſed ratione alia.

Ac ne illos quidem intelligere ſe poſſe Zanottus profitetur, qui magnitudines invexerunt jam jam in nihilum abituras. Quæ eſt enim magnitudo, quæ, quantulacumque ſit, non infinito intervallo diſtet ab nihilo? Magnitudines ergo iſtas ultimas rejicit tamquam obſcuriſſimas. Neque illos tamen reprehendit, qui evaneſcentibus, naſcentibuſque magnitudinibus ad omnia utuntur, modo eis ſic utantur, tamquam infinite parvis, non tamquam ultimis. Quod illi an perpetuo ſervent, alii viderint. Ad ſummam homo timidus ſic ponit: metum vix ullum eſſe in magnitudinibus infinite parvis, ſi rite adhibeantur, quaſi in his etiam metuendum ſit non nihil; in ultimis ſemper metum eſſe aliquem. Sed jam me video, longius provectum eſſe, quam res poſtulabat, quamque ipſe initio putaram. Me ſcilicet ſcribendi curſus interdum rapit.

Ad alia tranſeamus, in quibus prætermitti non debent Sebaſtiani Canterzani cogitata, quæ elementaria dici poſſunt, levia dici non poſſunt; ſic enim ſunt elementaria, ut & acumen oſtendant, & reconditioris mechanicæ commoda valde illuſtrent. Quamquam de illius commentatione erit mihi alias fortaſſe dicendi locus. Rem nunc tantum indicabo, ne quid videar geometriæ titulo detraxiſſe. Franciſcus Maria Zanottus problema hoc ad ſolvendum poſuerat. Datis duobus punctis A, & B; A in data quadam recta, atque indefinita; B extra; ſectionem conicam ducere, quæ focum habeat in B, & præterea tranſeat per A; ſic quidem ut ea, quam dixi, recta ſit ejus tangens, in A ſcilicet; & demum parametrum habeat datæ longitudinis. Sentiebat Zanottus problemate hoc ſoluto, problema aliud in mechanicis nobiliſſimum, quodque difficillimum ſemper eſt habitum, mira facilitate ſolvi poſſe. Illud ergo, quod geometricum plane eſt, a geometris petebat, ut ſolverent; auctorem quippe nullum inveniebat, qui id feciſſet. Canterzanus rem ſu-

ſuſcepit alacriter: quæſtionem ſtatim in ſuas partes, uti opus erat, diſtinxit; quæ cuique parti ſectio conica conveniret, oſtendit; unde ejus axis initium duceret, quo ſe protenderet; nihil denique prætermiſit, quod ad perfectiſſimam abſolutiſſimamque demonſtrationem requireretur; omniaque præſtitit & ſynthetice, & ſupra quam dici poteſt celeriter. Hac dein demonſtratione Zanottus uſus, quæſtionem ſuam illam mechanicam & facile, ut volebat, expedivit, & breviter. Sic Canterzanus eodem ſtudio geometriam auxit, & mechanicam adiuvit facultatem.

Neque minus Gregorius Caſalius, eques ſpectatiſſimus, idemque jam Senator egregius, in utramque facultatem incumbebat; namque ut erat bellicis imbutus artibus, & militarem architecturam in Inſtituto profitebatur, pulveris pyrii vim commodiſſime in Academia explicaverat, & machinulas compoſuerat ad globorum jactus demetiendos aptiſſimas. Quibus in ſtudiis magna cum laude exercebatur etiam Joſephus De Via, Vir nobilitate atque ingenio præſtans, geometria excultus, & rei tormentariæ, quam annos aliquot adminiſtraverat, apprime ſciens. Sed iſta bellica non ſunt hujus loci. Quod ad geometriam attinet; cum multa Caſalius in arithmeticis ſeriebus animadvertiſſet ſcitu digna, deinde e Pompeio Pellegrino, viro nobili, in mathematicis rebus verſato, intellexiſſet, eorum pleraque in Pariſienſis Academiæ Actis annorum, ſupra milleſimum ſeptingenteſimum, quinti & ſexti fuiſſe edita, ea abjecit, quæ ſua videri non poſſent, ſeque ad geometricas ſeries contulit, ſperans fore, ut intactum aliquid inveniret. Et vero in theoremata quædam incurrit, eademque ad Academiam pro diligentia ſua poſtea detulit, quæ nemo, quantum ſcimus, ante illum notaverat, & erant tamen digna, quæ notarentur. A ſeriebus deinde ad figuras ſe tranſtulit; quas dum verſat multis modis, & alias aliis, ut militaris architecturæ ratio poſtulat, inſcribit circumſcribitque, rem comperit, quæ minime exſpectanda videbatur: tam multa ſcilicet inter figuras quaſdam inter ſe diverſiſſimas convenire, ut quamvis figuræ ſint diverſiſſimæ, omnes tamen eamdem quaſi ſpeciem profiteantur. Eæ figuræ ſunt triangulum, quadrilaterum, hexagonum. Non ignoramus hoc fere ingenio naturam eſſe, ut communi quodam vinculo adſtringantur omnia, ſeſeque per ſimilitudines quaſdam quaſi mutuo trahant, & ad unum

re-

revocent. Quod cum facile in his appareat, quæ ſub ſenſum cadunt; multo eſt etiam manifeſtius in numeris, in figuris, rebuſque aliis ab omni materia ſejunctis. Videtur tamen in hac communi univerſarum rerum convenientia certus eſſe ordo: ut rei nullius proprietas ad remotiſſima quæ ſunt, tranſeat, quin prius attingat propiora. In triangulo igitur, quadrilatero, hexagono putat Caſalius naturam quodam modo ludere. Quis enim proprietates eſſe quaſdam ſuſpicetur, quæ triangulum cum affecerint, & quadrilaterum, ad hexagonum ſtatim ſe transferant; pentagonum, quod eſt propius, ne attingant quidem; ad reliquas figuras alias nihil omnino pertineant? Harum nonnullas Caſalius reperit, eaſque Academiæ patefecit. Sed hæc quidem proximis hiſce annis diſputata volumen aliud exſpectant; non enim omnia conferre huc volumus, ut his, qui ſequentur, nihil relinquamus. Qua de cauſa illa etiam prætermittimus, quæ & Matteuccius, & Mariſcottus, & Fantonus, aliique clariſſimi viri ad Academiam detulerunt.

Sentio ego quidem, me nihil adhuc ex ipſo geometriæ ſinu depromſiſſe; de geometris potius dixiſſe non nulla. Quod ne qui mirentur, meminerint velim, quod ab initio dixi, eas fere res proponi a geometris, quæ tractari ſermone domeſtico, qualem hunc noſtrum eſſe volumus, non patiuntur, ſeque populares fieri poſſe negant.

AD REM MUSICAM SPECTANTIA.

De progreſſionibus geometricis, utrum pertineant ad rem muſicam.

JOannes Baptiſta Martinus, è præclariſſimo Franciſcanorum, quos Minores Conventuales vocant, ordine, moribus pariter, atque ingenio enitebat. Præter ſacrarum litterarum cognitionem, qua eo valebat, ut inter ſuos magiſter eſſet, tantam fuerat muſicæ artis ſcientiam conſecutus, ut nemo fere tota Italia clarior haberetur. His addebat notitiam temporum, omniumque viciſſitudinum, quibus jam inde ab orbe condito ars illa perfuncta eſt; quæ omnia ſic tenebat, ut illi neminem in hac eruditione audeam comparare. Itaque, hæc me adhuc ſcribente, hiſtoriam artis muſicæ contexebat, cujus tomum jam primum ediderat, Auguſtiſſimæ Hiſpanorum Reginæ inſcriptum, qui tomus mirum reliquorum deſiderium excitavit. In eo tomo muſicæ hiſtoriam ab initio mundi uſque ad Cyri tempora eſt perſecutus, nihil eorum prætermittens, unde illius artis exordia, & progreſſus antiquiſſimi, inclinationeſque variæ poſſint conjici; deinde diſputationes tres addidit; quarum prima, qui ſit cantus naturæ maxime accommodatus, quæritur; altera, quouſque Græci, qui doctiſſimi inter omnes ſemper ſunt habiti, in hac arte proceſſerint; tertia demum inſtrumenta muſica explicantur, quæ olim Hebræorum natio adhibuiſſe fertur in divinis rebus faciendis.

Cum his rebus Martini nomen ſplendeſceret, noluit Academia tanto carere lumine. Hominem ergo ſibi adjunxit, agnovitque ſtatim, ſe ſibi non doctiſſimum modo, ſed etiam gratiſſimum humaniſſimumque adjunxiſſe; quippe qui ſermonem paulo poſt ſcripſit de progreſſionibus geometricis, quatenus ad muſicam pertinent, ſi quid pertinent, eumque ad Academiam detulit, in quo ſane præceptorem illius artis ſummum agnoſcas; tanta ubique cum veteris tum recentioris muſicæ apparet cognitio. Non committam, ut is ſermo in opuſculis deſideretur. Ut autem, quod inſtituti mei eſt, ſummam explicem

cem, initium alte petam, exorſuſque a facillimis ad difficiliora paulatim progrediar, quod & legentibus erit commodum, & mihi multo magis, qui ſcribere de his cogar, homo neque mathematicus, neque muſicus. Dicam igitur primum de progreſſionibus geometricis, ut potero; tum de muſicis intervallis; deinde ad id veniam, quod agitur.

Progreſſio geometrica eſt ſeries numerorum (ut omnia ad numeros referamus) quorum primus eſt ad ſecundum, uti ſecundus ad tertium, & tertius ad quartum, aliique deinceps ad alios in infinitum. Exemplo eſſe poteſt ſeries illa ſubdupla, quæ ſimpliciſſima eſt, & in naturali numerorum ſerie quaſi primam ſe offert,

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 &c.

quæ ſubdupla dicitur, propterea quod primus terminus dimidia pars eſt ſecundi, uti & ſecundus tertii, aliique deinceps aliorum. Neque minus exemplo eſſe poteſt illa, quæ hanc proxime ſequitur, ejuſque imitatur ſimplicitatem,

1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, &c.

quæ ſubtripla dicitur, quod primus terminus tertia pars eſt ſecundi.

Quoniam in duabus hiſce ſeriebus, quas exempli loco eſſe volui, ſermo fere totus deinceps verſabitur, non ab re erit unum in his animadvertere, quod eſt ceteroqui intellectu facillimum.

Quamvis ſeries illa ſubdupla in infinitum abiens infinitos complectatur numeros, non continuo tamen complectitur numeros omnino omnes. Vides eam, dum tranſit a 2 ad 4, præterire numerum 3, qui numerus 3 in tota illa ſerie nuſquam reperietur, ſiquidem numeri, qui ſecuntur, omnes majores ſint, neceſſe eſt. Tranſiens deinde a 4 ad 8 præterit numeros 5, 6, 7. Tranſiens ab 8 ad 16, præterit numeros 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15. Tranſiens a 16 ad 32, præterit numeros 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31. Eoque plures præterit, ulterius procedens.

Idque ipſum licet animadvertere etiam in ſerie ſubtripla; quippe quæ tranſiens ab 1 ad 3 præterit numerum 2, a 3 ad 9 præterit numeros 4, 5, 6, 7, 8; ab 9 ad 27 præterit numeros 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26.

Quod ſi numeros, quos neutra ſeries recipit, velis perſe-

qui, cujuſmodi ſunt 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, aliique; brevi fiet, ut multitudo te obruat, quippe quia multo plures ſunt numeri, quos ſeries illæ duæ non recipiunt, quam quos recipiunt; ac licet quos recipiunt, infiniti ſint, ſi tamen cum iis, quos non recipiunt, comparentur, pro pauciſſimis haberi poterunt. Itaque ſi ex omni, quantacumque eſt, numerorum multitudine numeros vel paucos acceperis, vix umquam accidet, niſi de induſtria id egeris, ut omnes, quos acceperis, duabus illis, quas propoſui, ſeriebus contineantur. Idque ſi in multis accidat, ſupra quam dici poteſt, mirabimur; neque injuria. Hæc ſatis erit, ad ea quidem, quæ dicturi ſumus, in progreſſionibus geometricis animadvertiſſe.

Ad intervalla muſica veniamus. Soni, quod neminem latet, alii aliis acutiores ſunt, quamquam qui acuti ſunt minus, etiam graves appellantur. Acutiei gradus certa ratione diſtinguere ac definire promtum eſt, ut & nominibus ſuis notari poſſint, & numeris deſignari. Conſtat quippe apud mathematicos doctiſſimos, fides, ſive ſonoras chordas, ſi ex eodem ſint genere, ejuſdemque craſſitudinis, & æque tenſæ, ſonum tanto acutiorem edere, quanto ſunt ipſæ breviores. Conſtitutis ergo chordarum longitudinibus, acutiei quoque gradus conſtituentur, nihilque impediet, quo minus ſuum cuique gradui nomen imponatur, eoque numero gradus deſignetur, quo longitudo chordæ exprimitur.

Alienum non erit rem claram exemplis clariorem facere. Sit chorda quævis quaſi princeps aliarum, quam numero 1 exprimemus. Hæc ſuum ſane acutiei gradum habebit, quem primum ponimus. Ponatur jam chorda alia, quæ chordæ illius principis tres quartas æquet. Hæc ſane acutiorem ſonum reddet. Atque ut chorda numero $\frac{3}{4}$ exprimitur, ſic etiam acutiei gradus eodem numero, ſi volumus, deſignari poterit. Huic gradui quartæ nomen eſt, ideoque vulgo dicitur quarta eſſe $\frac{3}{4}$. Ponatur rurſum chorda alia, quæ chordæ illius principis duas tertias æquet. Erit nimirum ſonus acutior; ac dicetur eſſe acutiei gradus $\frac{2}{3}$, quoniam chorda eſt $\frac{2}{3}$. Hunc gradum quintam nominant; dicitur ergo quinta eſſe $\frac{2}{3}$. Rurſum ponatur chorda, quæ chordæ illius principis dimidiam partem æquet. Erit hæc quoque acutior; atque ut chorda ipſa exprimitur numero $\frac{1}{2}$, ſic etiam gradus acutiei numero $\frac{1}{2}$ deſignabitur. Hunc gradum nomine octavam vocant; dicitur ergo octava eſſe

eſſe $\frac{1}{2}$. Cur talia nomina impoſita fuerint, nihil attinet hic loci quærere, modo illud intelligatur, pro variis chordarum longitudinibus varios quoque oriri acutiei gradus, ſuiſque ſingulos numeris diſtingui. Sic peritiſſimi homines & hos, quos modo dixi, gradus notaverunt, & proceſſerunt ad alios permultos, magnamque ſibi quaſi graduum ſupellectilem compararunt.

Cum autem ſint, uti manifeſtum eſt, acutiei gradus quamplurimi, atque adeo infiniti, experientia docuit, non nullos eorum eſſe, qui ſi ſimul edantur, vel alii ſequantur ex aliis, commodiſſime ad aures cadant; alios, qui minus commode; alios etiam, quos aures omnino reſpuant. Qui commode ad aures cadunt, eos conſonantes dicimus; in quibus aures offenduntur, diſſonantes. Inter conſonantes illæ maxime, quas ſupra dixi, laudantur, octava, quinta, quarta. Tertiæ, ſextæ, ſunt enim quæ ſic nominentur, aliique gradus conſonantiam habere dicuntur minus perfectam; nec pariter ſuaves ſunt omnibus. Quo apparet non uſquequaque certum eſſe judicium aurium.

Porro muſicæ artis eſt eos gradus ſeligere, & ad canendum proponere, qui ſuaviſſimam conſonantiam habeant, vel eam certe, quæ aures voluptate non nulla afficiat; nam in ſuaviſſimis immorari diutius, & perpetua dulcedine mulcere aures moleſtiam tandem parit; & ſunt interdum diſſonantiæ breves intermiſcendæ, non quod ipſæ delectent; ſed varietatem creant, faciuntque, ut plus delectent conſonantiæ. Habet igitur ars muſica certos conſtitutoſque vocum gradus, ſuis diſtinctos numeris, quibus utitur ad aures oblectandas. Hos gradus, ſi placet, intervalla muſica appellemus. Sunt qui aliter nominent; ſed ſi res intelligatur, non eſt de nomine laborandum. Hactenus intervalla muſica quid ſint, docui. Nunc ad rem, qua de agitur, propius accedamus.

Quoniam muſica, ut modo dixi, intervallis utitur, quibus mire demulcet aures, eaque numeris quam fieri poteſt ſimpliciſſimis diſtinguit, placuiſſet phyſicis mathematiciſque, hos etiam numeros ſimpliciſſimos pulcherrimum quemdam habere ordinem, cujus cognitio vel ſine voce delectaret; hique voluiſſent voluptatem aurium ad mentem cogitationemque traducere. Fuerunt etiam, (ut hos minus miremur) qui oculos dulcedinis muſicæ participes eſſe voluerint; atque hi pen-

dula excogitaverunt alia aliis breviora, quorum vibrationes muſica intervalla imitarentur. Potuiſſent melius, meo judicio, ad ſaltatores ſe convertere, qui ſaltantes ad numerum, præſertim ſi docti ſint, mire cum ſono conſentiunt. Horum artem oculorum muſicam eſſe dixeris. Sed his miſſis ad philoſophos revertamur.

Quamquam hi quidem, ſi verum fateri volumus, nihil dum ſatis certi attulerunt; ut enim ſimpliciſſimos iſtos numeros, quibus muſici intervalla illa ſua denotant, modis omnibus verſaverint, legem tamen, quæ ſatis conſtans ſit, nullam condere potuerunt. Viſus eſt Plato moliri aliquid. Profecerunt fortaſſe aliquanto plus recentiores; in quibus Juvenalis Sacchii e nobiliſſimo Barnabitarum ordine eluxit induſtria. Sed multos adhuc Plato ad ſe rapit, quos Martinus monendos cenſet, ne philoſophi vere ſummi auctoritate abutantur. Atque huc ejus ſermo ſpectat, quem referam ad hunc modum.

Propoſuit, ut fertur, Plato, numeros illos omnes, unde intervalli cujuſque muſici nota ducitur, e geometricis progreſſionibus peti poſſe, non quibuslibet, ſed iis, quæ & facillimæ ſint, & maxime ſimplices, & ſtatim, ſi qui ad numeros animadverterit, ſub oculos cadant: omnino ex iis ſeriebus, quarum ſupra mentionem fecimus,

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 &c.
1, 3, 9, 27, 81, 243, 729 &c.

Qui ergo Platonici videri volunt, numeros omnes, qui ad notanda intervalla muſica adhibentur, duabus hiſce ſeriebus putant contineri. Idque ſane, ſi res ipſa reſpondeat, nihilque excipiendum ſit, mirari ſatis non poſſumus; nam cum numeri, ut ſupra demonſtravimus, progreſſionibus illis abſint tam multi, mirum ſane eſt, eos, qui intervalla muſica conſtituerunt, certis numeris notanda, cum nihil aliud, niſi voluptatem aurium, ſequerentur, in nullum numerum incidiſſe, qui progreſſionibus illis abeſſet.

At hi quidem longe errant, nec ſatis vident, quam ſint multa excipienda; eoque fit, ut quod Plato in uno fortaſſe genere recte animadvertit, id ipſi ad omnia transferant non recte. Ad hos utique refellendos ſatis ſit, ſi intervallum modo unum ex uno muſicæ genere (genera ſunt enim multa) proferatur, quod illorum opinioni non reſpondeat. In quo nihil negotii ſit. Sed iſtos Martinus refellere doctius voluit; ita-

itaque non uno contentus genere, omnia, quotquot adhuc fuerunt, eſt perſecutus, indeque intervalla depromſit plurima, minime illorum opinioni reſpondentia, ut intelligant tandem, non in uno tantum genere ſe falſos eſſe, ſed pene in omnibus.

Ut id planum fiat, ſcire licet, non uno ſemper in genere muſicam conſtitiſſe; etenim cum antiquiores certa vocum intervalla notaſſent, iiſque componendis apte diſtribuendiſque operam dediſſent, diſciplinamque novam creaſſent, exorti deinceps ſunt alii, qui intervallis illis non ſatis contenti alia addiderunt atque alia, eaque ipſa, quæ retinuerunt, inflexerunt non nihil, præceptioneſque alias tradiderunt; ac licet octavam, quintam, quartam, in quibus conſonantia cenſetur eſſe perfectiſſima, ſervaverint omnes, mirum quantum in ceteris variarunt. Hinc tria muſicæ facta ſunt genera, quorum illud antiquiſſimum eſſe dicitur, eſt certe ſimpliciſſimum, & naturæ maxime conſentaneum, quod diatonicum appellamus. Huic alterum ſucceſſit mollius atque artificioſius, quod chromaticum dicitur; cui deinde tertium acceſſit, quod enharmonicum vocant, longe difficillimum, in quo pauciſſimi vel inter græcos dicuntur excelluiſſe. E tribus hiſce generibus duo deinde alia ſunt orta, unum, cui mixto nomen eſt; idque per omnia vagatur liberius; alterum duorum particeps, diatonici & chromatici, quod his temporibus in tanta celebritate eſt, ut nullum aliud ſit notius. Neque hæc tantum genera inter ſe diſcrepant, ſed eſt in unoquoque mira varietas; nam diatonicum in ſpecies octo diducitur, itemque chromaticum; enharmonicum in quinque; ac ſua cuique ſpeciei ſunt intervalla ſuis numeris diſtincta. Quod ſi numeros hoſce colligas, tanta erit multitudo, & varietas, ut hoc ipſo ſpem ponas fieri poſſe, ut Platonicis duabus illis ſeriebus ad unum omnes contineantur.

Quamquam videtur Plato in prima diatonici generis ſpecie ſummopere laudandus. Atque ille fortaſſe non ad aliam reſpexit. Martinus intervalla hujus ſpeciei omnia colligit, ac licet nec pauca ſint, & numeris definiantur longe inter ſe diſſitis, nullus in his tamen numerus eſt, qui in progreſſiones illas, quas Plato propoſuit, non incidat. Id, quod in conſonantiis perfectiſſimis, octava, quinta, quarta, uſque adeo manifeſtum eſt, ut intelligi ſtatim poſſit, docente nullo.

Nam

Nam octava quidem eſt, ut ante diximus, $\frac{1}{2}$. Definitur ergo numeris 1 & 2. Quinta eſt $\frac{2}{3}$; definitur ergo numeris 2 & 3. Quarta eſt $\frac{3}{4}$; definitur ergo numeris 3 & 4. Quis autem, ſi progreſſiones illas Platonis inſpexerit,

1, 2, 4, 8, 16 &c.

1, 3, 9, 27, 81 &c.

non in hos ſtatim numeros 1, 2, 3, 4, incurrat? Atqui habet hæc eadem diatonici generis ſpecies intervalla alia, quæ numeris definiuntur multo majoribus. Habet duas tertias, quarum altera definitur numeris 27 & 32, altera numeris 64, & 81: duas ſextas, quarum altera definitur numeris 16, 27, altera numeris 81, 128. Habet ſeptimam majorem, quam definiunt numeri 128, 243. Habet intervalla alia aliis numeris diſtincta. Horum tamen numerorum omnium nullus eſt, in quem progreſſiones illæ, quas Plato poſuit, ſi qui eas producere velit, non incurrant? Ne comma quidem aberrat, quæ pars gradus minima eſſe dicitur, definiturque numeris 524288, 531441. Tanta eſt Platonis in prima diatonici generis ſpecie felicitas.

At quam male res cedit in ſpeciebus aliis! Martinus intervalla permulta colligit, quæ ſpecies recipiunt aliæ vel generis ejuſdem, vel chromatici, vel enharmonici, quæque vel Architas invexit, vel Eratoſthenes, vel Ariſtoxenus, vel Ptolemæus, vel Didimus. Ad hæc definienda quam multi adhibentur numeri, quos progreſſiones Platonis illæ non ferant! quod qui eas paululum produxerit, facile intelliget. Numero 224 utitur Ariſtoxenus in tertia diatonici generis ſpecie; eodemque Ptolemæus in chromatico. In genus enharmonicum invehit Architas numerum 240; Didimus etiam numerum 248; iſque numerum 240 non enharmonico tantum tribuit, ſed generibus omnino omnibus. Longus ſim, ſi cetera velim perſequi; ſed hæc utique ſatis eſſe arbitror ad oſtendendum, non omnes numeros, quibus veteris muſicæ intervalla notabantur, e progreſſionibus illis, quas Plato poſuit, ſumi potuiſſe.

Quid quod idem recentioris etiam muſicæ intervalla demonſtrant? quæ quidem muſica, quoniam & nova eſt, & in clariſſima jam luce verſatur, ſeque cum veteri contendere poſſe putat, propriam conſiderationem requirit. Hujus igitur intervalla, ſuis quibuſque adjunctis numeris, notabo, non qui-

quidem omnia, ſed quæ quaſi prima habentur, & ſunt phyſicis notiora; eaque in tabulam referam, ut ſimul omnia uno adſpectu poſſint comprehendi.

Vox princeps ———	1
Tonus minor ———	$\frac{9}{10}$
Tonus major ———	$\frac{8}{9}$
Tertia minor ———	$\frac{5}{6}$
Tertia major ———	$\frac{4}{5}$
Quarta ———	$\frac{3}{4}$
Quinta ———	$\frac{2}{3}$
Sexta minor ———	$\frac{5}{8}$
Sexta major ———	$\frac{3}{5}$
Septima minor ———	$\frac{5}{9}$
Septima major ———	$\frac{8}{15}$
Octava ———	$\frac{1}{2}$

Quis dixerit, numeros 5, 6, 10, 15 ex illis progreſſionibus, quas Plato commemorat, profectos eſſe? Atqui tamen numerus 15 ſeptimæ majori ſe adjunxit; numerus 10 in tonum minorem invaſit; numerus 6 in tertiam minorem. Numerus 5 late regnat, & in ambabus tertiis dominatur, & in ſextis. Quod ſuperiorem tabulam inſpicienti fiet manifeſtum. Quid ſi intervalla alia notaſſem, quæ brevitatis ſtudio prætermiſi? Nam præter illa, quæ in tabulam contuli, habet recentior hæc muſica etiam quintam aliam, quam deficientem vocat, quamque numeris deſignat 45, & 64; & quartam alteratam, quam numeris deſignat 32, 45. Quis eſt, quin videat, numerum 45 e progreſſionibus duabus illis, de quibus nunc ſermo eſt, duci non potuiſſe? Habet etiam ſemitonos neſcio quos, minorem, medium, majorem, maximum. Minorem definiunt numeri 24 & 25; medium numeri 128, 135;

quos

quos numeros non omnes utique progreſſiones illæ capiunt. Ne numeros quidem capiunt 15 & 25, qui ad ſemitonos alios notandos adhibentur. Qui ergo progreſſionibus duabus illis Platonicis contineri putant omnia, eos & veteris & recentioris muſicæ intervalla coarguunt. Quibus tamen concedit Martinus, quod volunt, ſi in una diatonici generis ſpecie conſiſtant; modo ſpecies alias atque alia genera vagari latius ſinant, neque adoleſcentiorem hanc muſicam, quæ his temporibus viget, tantoſque habet proceſſus ad gloriam, duarum progreſſionum limitibus velint coerceri.

Neque vero is eſt Martinus, qui nullam certam rationem in his numeris agnoſcat, quibus recentior muſica utitur ad intervalla ſua denotanda; tantum non eam e geometricis progreſſionibus petendam exiſtimat. Ceterum tres ipſe methodos ſequitur breviſſimas, ſi quæ aliæ ſunt, ſimpliciſſimaſque, quibus ab octava exorſus ad intervalla alia deinceps omnia certa ratione procedit, & labore nullo. Harum primam diviſionem nominat, alteram ſubtractionem, tertiam compoſitionem. Sed quibus appellet nominibus, nihil refert; res ipſæ ſunt attendendæ. Has ego methodos ſtatim exſequar, ut hanc etiam partem attingam, in intervallis iis, quæ ſupra in tabulam retuli; quamquam ad hæc quidem è methodis illis tribus, quas dixi, duæ ſatis ſunt, prima & tertia. Ad intervalla alia, quæ in tabula non apparent, valet ſecunda. Ac per primam quidem methodum, quæ diviſio dicitur, intervalla ducuntur omnia, quæ in tabula proponuntur ſupra ſextas. Sextæ ipſæ & ſeptimæ ducuntur per methodum tertiam, quæ dicitur compoſitio. A diviſione ordiamur.

Diviſio, quæ e tribus methodis prima eſt, in hoc eſt poſita. Numeros duos ſumes, quibus intervallum aliquod definitur, eoſque duplicabis, ac medium numerum arithmeticum interpones: exſiſtet hinc ſeries arithmetica trium terminorum. Quod ſi id feceris in intervallis non quibuslibet, ſed certis determinatiſque, primus & ſecundus ſeriei terminus intervallum aliud exhibebunt, ſecundus & tertius aliud. Hoc modo ab octava ad quintam & quartam procedes, tum a quinta ad duas tertias; deinde a tertia majore ad tonos ambos. Id totum res ipſa declarabit.

Ab octava ad quintam & quartam proceditur hoc modo. Cum ſit octava, ut ſæpe alias diximus, $\frac{1}{2}$, ideoque definiatur

nu-

numeris 1 & 2; numeri hi duo duplicentur, habebiſque 2 & 4. His medius arithmeticus 3 interponatur. Exſiſtet jam ſeries arithmetica 2, 3, 4; ac primus terminus 2, & ſecundus 3 exhibebunt quintam, quæ nempe eſt $\frac{2}{3}$; ſecundus 3, & tertius 4 exhibebunt quartam, quæ nempe eſt $\frac{3}{4}$.

A quinta ſimiliter procedes ad tertiam utramque. Cum ſit quinta, ut modo dixi, $\frac{2}{3}$, ideoque definiatur numeris 2 & 3, numeri hi duo duplicentur, habebiſque 4 & 6. His medius arithmeticus 5 interponatur. Exſiſtet jam ſeries arithmetica 4, 5, 6; ac primus terminus 4 & ſecundus 5 exhibebunt tertiam majorem, quæ nempe eſt $\frac{4}{5}$; ſecundus 5, & tertius 6 exhibebunt tertiam minorem, quæ nempe eſt $\frac{5}{6}$.

Eodem modo a tertia majore procedes ad tonos ambos. Cum ſit tertia major, ut modo diximus, $\frac{4}{5}$, ideoque definiatur numeris 4 & 5; numeri hi duo duplicentur, habebiſque 8 & 10. His medius arithmeticus 9 interponatur. Exſiſtet jam ſeries arithmetica 8, 9, 10; ac primus terminus 8 & ſecundus 9 exhibebunt majorem tonum, qui nempe eſt $\frac{8}{9}$; ſecundus 9 & tertius 10 exhibebunt tonum minorem, qui nempe eſt $\frac{9}{10}$.

Sic per eam methodum, quæ diviſio eſt appellata, exorſi ab octava ad intervalla omnia venimus, quæ in tabula proponuntur ſupra ſextas. Hinc jam ad ſextas ipſas & ſeptimas per compoſitionem procedamus. Intervallum cum intervallo componi dicitur, ſi fractiones, quibus ambo deſignantur, multiplicentur inter ſe. Quod ſi quartam cum duabus tertiis compones, ambæ ſextæ prodibunt; ſi quintam, ambæ ſeptimæ. Id ſtatim exſequar.

Componatur quarta cum tertia majore. Nempe cum ſit quarta $\frac{3}{4}$, tertia major $\frac{4}{5}$, multiplicentur ſimul fractiones hæ duæ $\frac{3}{4}$, & $\frac{4}{5}$. Prodibit fractio $\frac{12}{20}$, ideſt $\frac{3}{5}$, quæ eſt ſcilicet ſexta major.

Componatur rurſum quarta, quæ eſt $\frac{3}{4}$, cum tertia minore, quæ eſt $\frac{5}{6}$. Ideſt multiplicentur ſimul fractiones hæ duæ $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{6}$. Prodibit fractio $\frac{15}{24}$ ideſt $\frac{5}{8}$, quæ eſt ſcilicet ſexta minor.

Componatur jam quinta cum tertia majore. Nempe cum ſit quinta $\frac{2}{3}$, tertia major $\frac{4}{5}$, multiplicentur ſimul fractiones hæ duæ $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$. Prodibit fractio $\frac{8}{15}$, quæ eſt ſcilicet ſeptima major.

Componatur rurſum quinta, quæ eſt $\frac{2}{3}$, cum tertia minore, quæ eſt $\frac{5}{6}$, ideſt multiplicentur ſimul fractiones hæ duæ $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$. Prodibit fractio $\frac{10}{18}$ ideſt $\frac{5}{9}$, quæ eſt ſcilicet ſeptima minor.

His utique apparet, intervalla omnia, quæ ego quidem in tabulam retuli, duabus methodis, diviſione & compoſitione, pulcherrime duci. Neque minus pulchre per ſubtractionem ducentur intervalla alia, quæ in tabula non apparent; de qua methodo breviter dicam, ne, cum alias expoſuerim, hanc videar contemſiſſe. In duobus intervallis ſubtractionem fieri dicimus, ſi ſumtis fractionibus, quibus illa deſignantur, numerator utriuſque per denominatorem alterius multiplicetur. Id ſi in certis intervallis fiat, certoque ex ordine, prodibunt numeri, qui intervalla alia exhibebunt. Exemplo uno contenti erimus. Diximus ſupra ſemitonum minorem definiri numeris 24 & 25. Prodibunt jam hi ipſi numeri, ſi ſubtractionem, quam modo dixi, in duabus tertiis adhibueris. Eſt enim tertia major $\frac{4}{5}$, tertia minor $\frac{5}{6}$; ac ſi illius numeratorem 4 multiplicaveris per hujus denominatorem 6, exſiſtet tibi numerus 24; ac ſi hujus numeratorem 5 multiplicaveris per illius denominatorem 5, exſiſtet tibi numerus 25. Martinus intervalla alia perſequitur: conſentiunt omnia; ut illud hic quoque mirari oporteat, de quo ſupra Platonem laudavimus, eos nempe, qui intervalla hæc muſica primum invexerunt, cum nihil aliud, niſi aurium delectationem ſpectarent, in tantum numerorum ordinem, tantamque conſenſionem incidiſſe. Sic Martinus muſicos, ſi qui ſunt, qui geometricas progreſſiones ament, eiſque plus tribuant, quam oportet, deterret, & concinnitate neſcio qua alliciens ad methodos revocat probabiliores.

Hæc adhuc ſcripſi de re muſica rei muſicæ plane rudis. In quo impudens omnino ſim, niſi verear, ne aut multa imperite ſcripſerim, aut ea etiam Martino per errorem aſſignaverim, quæ ſua Martinus eſſe nolit. Id ſi acciderit, Lectorem obſecro, ut & mihi pro humanitate ſua veniam det, & his perlectis ad Martini opuſculum ſtatim ſe conferat, nihilque ei tribuat, niſi quod ex ipſo ipſius ſermone tribuendum illi eſſe exiſtimabit.

ME-

MECHANICA.

De legibus mechanicis.

NAturæ leges, quas mechanici in corporibus maxime, quæ aut moventur, aut certe nituntur, conſiderant, nihil ſunt aliud, niſi conſuetudines quædam, quas natura ipſa perpetuo & conſtanter ſervat; quod ſi eæ ſint, quæ eſſe aliter nullo modo poſſint, dicuntur neceſſariæ; ſin minus, contingentes. Utrum neceſſariæ ſint, an contingentes, quæſtio eſt inter mechanicos excitata primum, uti credimus, atque orta; in quam deinde & geometræ & metaphyſici invalerunt. Nam phyſici quidem, ſi experimentis tantum fidunt, nihil efficiunt; affirmare poſſunt id evenire, quod evenit; non ultra progredi; quod ſi principia alia adhibent, &, ut philoſophos decet, ratione ducti cauſas quærunt; quid tandem afferunt, quod non a geometria, aut metaphyſica mutuentur? Dialecticam mitto, quæ diſciplinarum quaſi miniſtra eſt omnium, quamque metaphyſici apud ſe ortam eſſe volunt. Eſt ergo metaphyſicorum, geometrarumque, quales ſint mechanicorum leges, cognoſcere. Sunt autem multi, non ſane admodum acuti, qui convenientiam quamdam cum neceſſitate confundentes, illas idcirco neceſſarias eſſe putant, quod maxime convenientes eſſe videantur; atque hi quidem, ſi ſibi conſtant, id omne neceſſarium putabunt, quod pulchre accidit; acutiores alii convenientiam a neceſſitate probe ſatis diſtinguunt; at ſi convenientiam in mechanicorum legibus compertam habeant, ea commendatione contenti, leges ipſas ſtatim amplectuntur, neceſſitatem non requirunt; hique evidentiam non conſectantur, & modo utilia afferant, probabilitate quadam ſe duci ſinunt. Sunt etiam non nulli, qui id neceſſarium nominant, quod ſi tollas, præſentem mundi ordinem tolli neceſſe ſit, & rerum perturbationem ſequi; leges ergo mechanicorum neceſſarias vocant, quod his ſublatis ſervari hic mundi adſpectus non poſſit. Qui etſi id, quod dicunt, verum ſit, quæſtionem tamen non ſolvunt;

vunt; non enim quæritur, an neceſſariæ ſint ad aliquid, ſed utrum neceſſariæ ſint in ſe ipſæ, ideſt, ut idem repetam, eæ ſint, quæ eſſe aliter omnino non poſſint, ideoque, ſi tollantur, abſurda ſequi oporteat, & pugnantia inter ſe. Quod ita eſſe tum denique demonſtratum erit, ſi oſtendatur, eas a principiis duci certiſſimis & talibus, qualia metaphyſicorum, geometrarumque ſunt axiomata. Itaque tota quæſtio in principiis verſatur, e quibus illæ ducuntur.

Atque hanc quidem quæſtionem ab nemine adhuc diligentius, quam a Daniele Bernullio, tractatam fuiſſe plane affirmarem, niſi eamdem poſtea Vincentius Riccatus tractaviſſet. Is enim, quamvis ægre, nec niſi aliorum petitionibus & crebris & multis illam ſuſceperit, ſeque in ea Bernullium ſequi profeſſus ſit, totamque controverſiam, quod idem & Bernullius fecerat, ad unam mechanicorum legem revocaverit, vel ut de una ſtatueret, vel quod unius exemplo perſuadere etiam de aliis voluerit; tamen illam ipſam demonſtrationem, quam Bernullius tradiderat preſſius, dilatavit ipſe, eduxitque e calculis, & omnino fecit commodiorem; ac licet omnia ſynthetice ſit perſecutus, ſuis tamen locis, quo quidque modo ad ſimpliciſſimos calculos revocari poſſit, per interjecta ſcholia monere voluit, ut iis etiam ſatisfaceret, quos delectare nihil poteſt, præter calculos. Quod autem in re noſtra caput eſt, principia, unde illa omnis demonſtratio ducitur, quæ Bernullius anguſte admodum, ac prope exiliter propoſuerat, & hypotheſes nominaverat, explicavit ipſe latius, & in ſuas diviſit partes, & axiomata appellavit veriori fortaſſe nomine. Quæ a Bernullio ſuper ea re ſunt tradita, licet legere in primo tomo commentariorum Academiæ Petropolitanæ. Riccatus ſententiam ſuam in epiſtolam contulit, quam ad Dominicum Paverium e Societate Jeſu ſcripſit, acerrimo ingenio hominem, doctrina & moribus ſpectatiſſimum. Rogabat is jamdudum Riccatum, urgebatque impenſius, ut quid ſibi de mechanicis legibus videretur, an neceſſariæ ſint, an contingentes, ſcripto tandem aliquo declararet; ac cum rogandi finem numquam faceret, Riccatus ad ultimum illam, quam dixi, epiſtolam ſcripſit, vel ut amico ſatisfaceret, vel ut moleſtia ſe liberaret, eamque poſtea, etſi erat familiariter ſcripta, in Academia recitavit, nemine non approbante. Hanc ego opuſculis adjungam; ut quid ille in vulgatiſſima quæſtione ſenſerit ex ipſis

ipſius

ipſius verbis appareat. Hic tantum quæ lex ſit illa, quam demonſtrandam ſuſcepit, (una eſt enim, ut ſupra dixi, quam demonſtrare voluit) paucis monebo; tum principia ſive axiomata recenſebo, unde demonſtrationem duxit. Utrum lex, quæ his principiis demonſtretur, neceſſaria habenda ſit, an in contingentibus numeranda, aliorum judicium erit. Sed jam theorema explicemus, quod legem hanc continet; quodque eſt, ut mihi videtur, adeo clarum, ut tabulam non requirat.

Urgeant idem punctum potentiæ duæ in diverſa. Producantur directiones ambæ uſque dum potentias ipſas exprimant; compleaturque parallelogrammum. Tandem ab illo, quod dixi, puncto diagonalis linea ducatur. Dico, potentias duas uni omnino æquivalere: ei ſcilicet, quæ punctum ſecundum diagonalis directionem urgeat, quæque diagonali ipſa exprimatur. Idque eo valet, ut ſi punctum, quod duabus urgetur potentiis, mobile ſit ac liberum, diagonalem percurrere ipſam debeat, eamque eodem tempore conficere, quo latus utrumlibet confeciſſet, ſi illa tantum potentia, quæ ſecundum id latus urget, fuiſſet percitum. Huic theoremati adeo fidunt mechanici, ut univerſam motuum curvilineorum ſcientiam huic uni quaſi cuſtodiendam tradiderint.

Atqui id probant alii aliter, demonſtrationeſque quotidie novas quærunt; quo ſatis oſtendunt, ſe in nulla adhuc potuiſſe acquieſcere; iique vel maxime moroſi ſunt, qui nulla probabilitate contenti evidentiam eam poſtulant, unde legis, quæ demonſtratur, oriatur neceſſitas. His ergo ſatisfacere ſe poſſe Riccatus putat, demonſtrationem contexens, qua nihil evidentius, ut ipſe quidem judicat, fingi poſſit. Juvat principia cognoſcere, ſive axiomata, unde ea ducitur; in his enim, ut antea dixi, quæſtio vertitur tota; neque ſi in principiis quid nutet, ſperandum eſt, ut firma ac ſtabilia ſint reliqua. Hæc ergo principia videamus.

Principia, ſive axiomata, quibus Riccatus nititur, ſunt omnino novem, quæ referam modo meo; ac, ſi libuerit, e duobus tribuſve unum faciam; ſic quidem ut minuam numerum, rem non mutem. Riccatum ipſum legent, qui volent; velle autem debebunt quicumque rem totam accuratiſſime perveſtigare ſtudent.

Axioma primum illud ſit. Si potentiæ duæ idem punctum eadem directione urgeant, æquivalens eis erit potentia illa,

quæ

quæ duarum ſummam æquet; ſi directionibus urgeant contrariis, potentia illa, quæ duarum æquet differentiam. Qua de re ſi qui dubitant, haud ſane apparet, cur non iidem de illo etiam dubitent: totum eſt parte majus; aut de illo: quæ ad idem eamdem proportionem habent, æqualia ſunt.

Axioma alterum. Urgeant punctum quodpiam potentiæ duæ, ſitque angulus, quem directiones faciunt, quicumque libuerit. Fingamus animo potentiam tertiam, quæ motum omnem prohibens, punctum ſiſtat. Duabus primis potentiis æquivalens erit potentia illa, quæ tertiæ & contraria ſit & æqualis. Id, fateor, uti & alia ex his, quæ ſecuntur, vix intelliges, niſi animum paullo acrius intendas; quæ non idcirco tamen non axiomatum loco haberi debent. Riccatus quidem attentos docere vult, non oſcitantes, neque aliud agentes.

Axioma tertium. Si potentiæ duæ, quæ punctum urgent, æquales inter ſe ſint, quemcumque angulum ipſarum directiones faciant, potentia illis æquivalens eam habebit directionem, quæ hunc angulum bifariam dividet.

Axioma quartum. Potentiæ duæ punctum urgeant, earumque directiones angulum quemvis faciant; potentia autem his æquivalens eam directionem habeat, quæ hunc angulum dividat. His poſitis ſi potentiæ aliæ duæ punctum aliud urgeant, ſintque duabus illis, quas poſuimus, proportionales, ac directionibus ſuis eumdem, atque illæ, efficiant angulum, potentia quoque, quæ his æquivalet, proportionalis erit potentiæ, quæ æquivalet illis, & directionum angulum ſimiliter dividet. Videtur id ſane ipſum per ſe manifeſtum eſſe.

Axioma quintum. Potentia æquivalens pro altera æquivalente citra errandi metum ſubſtitui poteſt. Quod ſi potentiis æquivalentibus potentias addas æquivalentes, erunt æquivalentes ſummæ; ſi demas, differentiæ.

Axioma ſextum. Potentiis duabus punctum idem urgentibus ſi directionum angulus minuatur, potentia æquivalens augebitur; & contra minuetur potentia æquivalens, ſi directionum angulus augeatur.

Si qui ſunt, qui in his, quæ adhuc enunciavimus, veritatem agnoſcant, neceſſitatem vero, quam axiomata afferre ſolent, non ſentiant, hos iterum moneo, ut videant, quam ſe ſe attentos præbuerint. Etenim ſi animum intenderint, ſe ſeque totos in id dederint, confidit Riccatus fore, ut & vera

eſſe,

eſſe, quæ diximus, intelligant, & tamquam axiomata aſſumere non dubitent. Quibus hoc etiam addit. Potentiæ tres idem punctum urgeant, ſintque ipſæ æquales, ipſarumque directiones tres angulos faciant æquales; erunt hoc ipſo potentiæ ad æquilibrium compoſitæ. Facit nempe & potentiarum æqualitas & angulorum, ut ratio ſit nulla, cur punctum, quod urgetur, ad unam magis inclinetur partem, quam ad alteram.

His Riccatus expoſitis corollaria primum tria colligit, deinde vulgatiſſimam illam, quam ſupra poſui, mechanicorum legem per theoremata aliquot plane demonſtrat; calculos nuſquam adhibet; ſyntheticus totus eſt; nihil omnino dici poteſt elegantius; ut gratiæ Paverio, qui illi adeo moleſtus fuerit, ſint habendæ.

De ſphæra punctum extra ipſam poſitum attrahente.

CUm Franciſcus Maria Zanottus libellum quemdam componeret de viribus centralibus, de quo libello dicendum nobis erit alias, cupiebat appendicis loco nobiliſſimum theorema illud adjungere: ſphæra, ſi homogenea quidem ſit, datum quodvis extra ipſam punctum non ſecus trahit, ac ſi omnis ejus maſſa in centro ipſo ſita eſſet: utique ſi lex attractionis ea ſit, ut trahentes vires quadratis diſtantiarum reciprocentur; quæ lex cenſetur eſſe naturæ familiariſſima: ſed quoniam omnia, quæ in libro illo tractabantur, per carteſianos calculos explicaverat, eoſque tam breves, tamque ſimplices, vix ut calculi viderentur, voluiſſet hoc etiam, quod dixi, theorema expediri ſimiliter poſſe, vel etiam demonſtratione confici plane ſynthetica; fingebat enim ſe librum ſcribere adoleſcentulo, qui altiora aſſequi per ætatem nondum poſſet.

Omnia ergo, quotcumque habebat in manibus, mathematicorum ſcripta pervolvit, demonſtrationem quærens, quæ ſibi ſatisfaceret. Atqui nullam invenit. Nam primum non nulli ſunt, inque his Sigorgnius, eruditiſſimi ceteroquin viri atque doctiſſimi, qui theorema cum propoſuerint, illud uſque adeo non demonſtrant, ut videantur, ne voluiſſe quidem. Sic enim fere diſputant. Trahat ſphæra punctum aliquod extra ipſam poſitum. Fac jam omnem ſphæræ maſſam in ejus cen-

centrum colligi. Non eſt dubium, quin, ſi id fiat, aliæ ſphæræ partes ad punctum, quod trahitur, accedant, aliæ recedant; in accedentibus autem propter imminutam diſtantiam trahendi vis augeatur; in recedentibus propter diſtantiam auctam minuatur. Fit ergo compenſatio; ac propterea ſumma virium manet eadem; neque ad trahendum punctum quidquam intereſt, utrum ſphæræ maſſa per totum ſphæricum ſpatium diffuſa late ſit, an in centrum coacta. Et ſane qui ſic diſputant, ſi compenſationem fieri æqualem demonſtrarent, confecta res eſſet; quoniam vero id non demonſtrant, nihil efficiunt.

Alii deinde ſunt multo ingenioſiſſimi, in quibus regnat Joannes Bernullius. Hi per calculos rem expediunt. Atqui differentias adhibent infiniteſimas Leibnitianorum more, & integrationes admiſcent, ut mathematicos magnos agnoſcas, ſimplicitatem illam tantam, quam Zanottus quærebat, adhuc deſideres. Plerique autem ſic fere argumentando procedunt, ut a ſuperficie ſphærica initium ſumentes ad ſphæram ipſam perveniant. Sphæram quippe in ſuperficies ſphæricas infinitas, eaſque concentricas, reſolvunt; ac cum demonſtraverint, ſuperficiem ſphæricam quamlibet punctum extra ſphæram poſitum perinde ad ſe trahere, ut ſi tota in centrum collecta eſſet; cum hoc, inquam, demonſtraverint; id facile, quod in ſingulis ſuperficiebus demonſtraverunt, ad ſummam omnium transferunt, ideſt ad ſphæram ipſam.

Eamdem viam iniit Graveſandus, mathematicus excellens, idemque phyſicus experientiſſimus; demonſtrationemque contexuit, brevem admodum, ſi tantum legas; ſi comprehendere etiam velis, non admodum. Videatur autem ſynthetica iis, qui ſynthetici non ſunt; calculos quippe diſſimulat. Ceterum habet formulas, eaſque inter ſe comparat; & induſtriæ apparent aliæ, quæ a ſyntheticis adhiberi non ſolent; ex ipſa algebra fatentur ſe eſſe ortas.

Hos Zanottus, ſcriptoreſque alios cum fruſtra conſuluiſſet, tunc enimvero intellexit, quam difficile id factu eſſet, quod verſabat animo; minuſque jam ſperare cœpit de ſyntheſi; tamen Canterzanum forte nactus, maximo ingenio juvenem, ſibique amicitia conjunctiſſimum, a quo nihil non ſperandum eſſe videbatur, theorema ei propoſuit, rogavitque, ut ſi otioſus eſſet, & vellet, ingenii periculum in eo faceret, nihil ſibi gratius futurum, quam ſi demonſtrationem ejus ali-

quam

quam expromeret omnino ſyntheticam. Nullam rem tam difficilem eſſe Canterzanus exiſtimavit, quæ ſibi, amici tanti rogatu, non eſſet ſuſcipienda. Rem ergo, quam proponebat Zanottus, ſuſcepit alacriter, neque minus ſtrenue geſſit. Et quoniam in ſermonibus, qui ſibi antea cum amicis quibuſdam ea de re inciderant, dubitari cœptum erat, an, quod ſynthetice demonſtrari Zanottus vellet, verum id eſſet, demonſtrarique ullo modo poſſet, Canterzanus ut dubitationem omnem ſtatim tolleret, primum per integralem calculum rem expedivit, deinde omnibus abjectis calculis ſe vertit ad ſyntheſim. Brevi tempore demonſtrationes duas protulit. Altera ad eam proxime accedebat, quam ſupra e Graveſando indicavi: videbatur algebra hic quoque ſuas artes abſcondiſſe. Altera tam ſynthetica erat, quam quod maxime; ut poſſet hoc nomine vel Zanotto placere. Nihil calculorum. Nihil algebræ. Atque hæc illa eſt, cujus cauſa hunc ſermonem inſtitui, quamque opuſculis inſeram, ut quantum adhuc potuerit ſyntheſis in theoremate nobiliſſimo appareat.

Hic ne videar, narrans cetera, rem ipſam prætermiſiſſe, demonſtrationis viam, & quaſi inceſſum oſtendam. Convertit primum Canterzanus ſphæram in corpus aliud quoddam ſolidum, informe illud quidem, ſed ad rem aptum; idque fieri vult rotatione cujuſdam lineæ curvæ, quam accuratiſſime deſcribit, circa ſphæræ diametrum ſe convertentis. Tum oſtendit, corporis hujus maſſam, ſi tota in ſphæræ centrum transferatur, non ſecus trahere, quam ſphæram ipſam; quod ſi maſſæ accidit, qua corpus illud, quod dixi, conſtat; hoc ipſo jam intelligitur, idem & maſſæ debere accidere, qua conſtat ſphæra ipſa; ſunt enim maſſæ pares. Sic ſphæra in formam aliam converſa proprietatem denique prodit ſuam.

De motu corporum initiali.

Fecit adoleſcentis cujuſdam dubitatio, ut pulcherrimum Nevtoni lemma Franciſcus Maria Zanottus explicandum ſuſceperit diligentius fortaſſe, quam res ipſa poſtulabat, quippe quod ipſum per ſe ſatis planum eſſe videtur; itaque commentatores diligentiſſimi illud prætervolant. Tamen Varenus,

id nomen adoleſcenti eſt, inter legendum hæſerat, rogabatque dudum Zanottum per litteras, ut eum ſibi locum declarare vellet. Negare diutius Zanottus non potuit, præſertim cum ea de re ageretur, qua nihil gravius in univerſa mechanica eſſe poteſt; agitur enim in eo lemmate de initiali corporum motu, quo uno tota virium centripetarum ratio continetur. Epiſtolam igitur Vareno ſcripſit bene longam, in qua cum alia permulta tractavit, tum ad extremum explicationem lemmatis adjunxit neſcio quam. Epiſtolæ totius exemplum propter rerum, quæ in illa tractantur, vel elegantiam vel copiam conjiciam in opuſcula; hic extremam tantum partem attingam, in qua de lemmate agitur, & initialis corporum motus explicatur. Sed ante omnia, quid lemmatis illud ſit, ſcire convenit, quidque Varenus dubitaverit.

Nevtonus e lemmatis illis undecim, quæ univerſæ philoſophiæ præcedere voluit, in nono hoc ſtatuit. Si axis curvam ſecet, indeque abſciſſarum exordium capiatur, erunt abſciſſæ in ipſo curvæ initio proportionales ordinatis. Cum id poſuerit, ad lemma decimum tranſit, in quo hoc habet. Si finita vis quæpiam perpetuo corpus urgeat, indeque ſequatur motus, erunt tempora in ipſo motus initio proportionalia velocitatibus. Id autem quam breviſſime oſtendit ad hunc fere modum. Finge tibi curvam quampiam, cujus abſciſſæ exprimant tempora, ordinatæ velocitates. Hic ſane cum axis tum curva ex eodem ducentur puncto; ubi enim tempus nullum eſt, ibi quoque nulla eſt velocitas. Erunt ergo abſciſſæ in ipſo curvæ initio proportionales ordinatis: id quippe nono lemmate demonſtratum eſt. Erunt ergo etiam tempora in ipſo motus initio proportionalia velocitatibus; unde ſequitur, ut ſit initialis ille motus uniformiter acceleratus. Hæc Nevtonus ſtrictim, & preſſe, more ſuo.

Varenum autem hæc ſubiit dubitatio. Demonſtratum eſt utique in nono lemmate, ajebat Varenus, abſciſſas in ipſo curvæ initio proportionales eſſe ordinatis, ſed ita tamen ſi axis curvam ſecet, minime vero, ſi tangat. Quid ergo ſi curvam illam, quam mihi fingo, cujuſque abſciſſæ exprimunt tempora, ordinatæ velocitates, curvam, inquam, illam tangat axis, non ſecet? Quid quod Nevtonus in nono lemmate ea demonſtratione utitur, quam facile ad eam curvam accommodes, quæ ſit ad axem convexa, non facile ad eam tranſ-

tranſferas, quæ ad axem ſit concava. Quid ergo ſi curva, quam mihi fingo, concava ad axem ſit? Hæc Varenus.

Ut ſcrupulus levis eſſet, avellendum tamen ex animo adoleſcentis Zanottus putavit. Quare cum forte, ut ſupra dixi, ad eum ſcriberet, conſtituit in extrema epiſtola pauca addere, quæ ubi Varenus perlegiſſet, ſperabat fore, ut Nevtoni lemma explicare ipſe per ſe poſſet; commentatorum diligentiam non requireret. Quoque eſſent omnia expeditiora, ab evaneſcentibus, naſcentibuſque, ſic enim vocant, quantitatibus deflexit, & ad infiniteſimas, quarum communior eſt notio, ſe convertit, quod & Nevtoniani faciunt, ſi quando aut aliorum commodo ſervire volunt, aut ſuo. Quoniam vero tota Zanotti ratio paucis quibuſdam brevibuſque theorematis continetur, horum narrabo ordinem, demonſtrationes prætermittam; nam neque inſtituti noſtri eſt ſingula perſequi, eaſque Zanottus ipſe ſic explicat, vix ut brevius explicari poſſint. Hinc ordiar.

Si linea curva, ejuſque axis ab eodem puncto diſcedant, axis in illo puncto vel tanget curvam, vel ſecabit perpendiculariter, vel ſecabit oblique. Si tanget, erit curva ad axem convexa; ſi ſecabit perpendiculariter, erit curva ad axem concava; ſi ſecabit oblique, accidere utrumlibet poterit, ut ſit curva vel ad axem convexa, vel concava.

Jam vero initio ducto ab eo puncto, quod axi cum curva commune eſt, abſciſſa ſumatur infiniteſima, ducaturque illi ordinata. Si axis curvam tangit, erit abſciſſa infinite major, quam ordinata. Si axis curvam ſecat perpendiculariter, erit abſciſſa infinite minor, quam ordinata. Si axis curvam ſecat oblique, erunt abſciſſa atque ordinata ejuſdem ordinis; neque intererit, utrum curva ad axem convexa ſit, an concava. His cognitis theoremata duo ſua quaſi ſponte ſe produnt.

Primum eſt illud. Si axis curvam oblique ſecet, ſumanturque abſciſſæ duæ infiniteſimæ, eiſque ordinatæ ducantur, erunt abſciſſæ ordinatis proportionales. Neque proportionales eſſent, ſi axis curvam aut perpendiculariter ſecaret, aut tangeret.

Theorema ſecundum eſt hujuſmodi. Si axis curvam oblique ſecet, dividatur ipſe autem in infinitas partes, eaſque omnes inter ſe æquales; tum a ſingulis diviſionum punctis ordinatæ ad curvam ducantur, notenturque deinceps ordinatarum

rum differentiæ, erunt differentiæ hæ omnes ejuſdem ordinis, ſi axis quidem, ut modo dixi, curvam oblique ſecet. Non eſſent autem omnes ejuſdem ordinis, ſi axis curvam aut perpendiculariter ſecaret, aut tangeret.

Theoremata hæc duo haud difficilem habent demonſtrationem. Neque illud minus animadvertere promtum eſt; quod jam ſic explico. Urgeatur perpetuo corpus vi quapiam, unde motus ſequatur; fingamuſque animo curvam quampiam, cujus abſciſſæ exprimant tempora, ordinatæ exprimant velocitates. Ponamus præterea hujus curvæ axem in infinitas partes, eaſque inter ſe æquales, dividi; tum per omnia diviſionum puncta ordinatas duci, ac demum ordinatarum differentias omnes notari. His ita conſtitutis dubium non eſt, quin partes axis infiniteſimæ exprimant ſingulæ tempuſcula ſingula infiniteſima; ſingulæ vero ordinatarum differentiæ exprimant ſingulas velocitates, quas in tempuſculis ſingulis vis parit, & corpori addit. Et quoniam vires, quæ in ſingulis tempuſculis corpus urgent, proportionales ſunt velocitatibus, quas in iis tempuſculis pariunt, idcirco illæ, quas modo dixi, ordinatarum differentiæ exprimunt etiam vires, quæ in ſingulis tempuſculis corpus urgent.

His poſitis quæſtionem jam Zanottus conficit ad hunc modum. Si vis corpus urgens perpetuo finita eſt, quemadmodum Nevtonus ponit, vires etiam, quæ in ſingulis tempuſculis corpus urgent, finitæ erunt omnes, ideoque omnes ejuſdem ordinis; igitur erunt etiam ejuſdem ordinis ordinatarum differentiæ in ea curva, quam fingimus; ut quæ vires illas exprimunt; axis igitur ex his, quæ in theoremate ſecundo declaravimus, curvam ſecabit oblique, neque verendum erit, ne aut curvam tangat, quod metuebat Varenus, aut curvam ſecet perpendiculariter.

Quod ſi axis curvam oblique ſecat, erunt jam, ex theoremate primo, abſciſſæ duæ quævis infiniteſimæ, in ipſo ſcilicet curvæ initio, proportionales ordinatis; idque pariter valebit, ſive curva ad axem convexa ſit, ſive ſit concava; ergo etiam tempuſcula duo quævis infiniteſima, in ipſo ſcilicet initio motus, proportionalia erunt velocitatibus, ſi corpus quidem vi finita, quod in primis ponitur, perpetuo urgeatur; eritque propterea initialis motus uniformiter acceleratus. Sic Zanottus præclarum tuetur lemma, nec admodum a Nevto-

ni

ni demonſtratione diſcedit; infiniteſimis tantum differentiis liberius utitur.

Conſtat ergo initialem cujuſvis corporis motum eſſe uniformiter acceleratum, ita tamen, ſi vis urgens corpus ubique finita ſit. Quod qui minus animadvertunt, nihilque excipiunt, & quemcumque ſibi motum finxerint, eum ſtatim ſic habent, quaſi eſſet ab initio uniformiter acceleratus, erroris metu non carent. Etenim ſi quo in loco vis corpus urgens aut infiniteſima ſit, aut infinita, corpus autem ex eo loco proficiſcatur, nequaquam dicetur initialis motus uniformiter accelerari.

Quamquam ex his viribus, quas phyſici vulgo celebrant, nullam invenies, quæ non ubique finita ſit. Gravitas, quæ univerſis corporibus inhærere, tantoſque ciere motus dicitur, neque infinita uſquam eſt, neque infiniteſima. Quod idem dici poteſt etiam de vi elaſtica; quantumcumque enim elaſtrum conſtringas, numquam niſi finitam vim faciet. Atqui duabus his viribus, gravitate, atque elaſticitate, effici creduntur omnia, vel quod his ſolis natura utitur, vel quod phyſici eas ſolas naturæ tribuunt, quas ipſi norunt; itaque omnes naturæ motus in initio quidem uniformiter accelerati eſſe putantur, ſiquidem vis ubique finita omnes creat.

De motu corporum fune quopiam connexorum.

DIfficile admodum eſt cum alia permulta referre, tum illa maxime, quæ e reconditiori mechanica depromta ſunt; ea enim plerumque ſunt, quæ neque brevius dici patiantur, quam ut ab auctoribus ſunt dicta, neque aliter; velut illud, quod ſuperioribus hiſce annis Vincentius Riccatus in Academia protulit de motu corporum fune quopiam connexorum; quod argumentum, ut intelligere quiſque facile poteſt, omnes poſtulat & geometriæ & algebræ ſubtilitates. Sermonem, quem ea de re Riccatus fecit, rejiciam in opuſcula; hic tantum quo ſpectet, quæque in eo prima ſint, monebo, ut neque prorſus nihil, neque ſingula perſecutus fuiſſe videar; rem ergo indicabo magis, quam referam.

Initio problema unum propoſuit ſibi Riccatus. Hoc idem poſtea multis modis variando, ad alia delapſus eſt, atque ex uno

uno plura fecit. Unde illud prodeat, a quo pendent cetera, ſic explico. Funiculum tibi finge, cujus extremis duo quævis corpora adnexa ſint. Sit ille flexilis, ſed is tamen, qui neque diſtendi, neque longitudinem mutare ullo modo poſſit, inflectatur autem circa immobile punctum aliquod, circa quod ultro citroque trahi poſſit, neque ab eo tamen umquam diſjungi. Sic duæ ſemper funiculi erunt partes, quarum altera a puncto immobili ad unum ex adnexis corporibus protendetur, altera ad alterum; eruntque hæ partes modo æquales, modo inæquales pro eo ut funiculus plus minuſve aut hinc, aut illinc tractus fuerit; quem funiculum, ut idem iterum moneam, ejuſdem ſemper longitudinis eſſe volumus. His poſitis dignum eſt cognoſcere, qui motus corporum eſſe debeant, ſi vel unum vel ambo projiciantur; in quo quæſtiones oriuntur variæ, quas antequam pono, placet pauca quædam animadvertere, quæ quaſi aditum aperiunt ad omnes.

Puta in præſens, alterum ex adnexis corporibus ſecundum directionem quamlibet, & velocitate qualibet projici. Non poterit id ſane moveri uſquam, quin funiculum trahat, quem funiculum ſequetur corpus alterum; hoc autem feretur recta, ea nempe linea, quæ ipſum cum dato puncto conjungit; projectum vero corpus curvam quampiam ingredietur. Quod cum ita ſit, oportet ſane, vim illam, qua unum corpus projicitur, cum altero ſtatim communicari, eamque velocitatum diſtributionem puncto temporis fieri, per quam, corpore uno procedente, alterum ſic ſequatur, ut ne funiculi mutetur longitudo.

Hic primum Riccati ſe prodit induſtria. Ubi enim projectum corpus ſpatiolum confecerit infiniteſimum in ea directione, ſecundum quam projectum eſt, facile colligit, quantum funiculus ex ea parte eodem tempore productus fuerit; & quoniam quantum funiculus ex una parte producitur, alterum tantum retrahatur oportet ex altera, corpuſque alterum adducat; hinc facile apparet, quantum ſpatii eodem tempore hoc quoque corpus confecerit; cognitis porro ſpatiis, quæ ambo corpora eodem tempore percurrunt, proportio quoque velocitatum, & illa, quam dixi, diſtributio cognoſcitur. Id ſcilicet Riccatus expedit & eleganter, & breviter. Tum ad quæſtionem primam accedit, cujus cauſa hæc omnia præmiſſa ſunt, quæque eſt hujuſmodi.

Cum

Cum corpus projectum curvam quampiam lineam, ut modo dixi, percurrere debeat, quæritur, quæ ea curva ſit, & quam in quovis puncto velocitatem corpus obtineat. Neque minus quæritur, quam velocitatem obtineat corpus alterum in quovis puncto lineæ illius rectæ, quam percurrit. In hanc quæſtionem ingreſſus Riccatus tum ex actionis principio, de quo alias expoſuerat, tum ex illa, quæ inter vim centripetam & vim centrifugam intercedit, æqualitate varias ſibi æquationes comparat, eaſque permiſcens modis variis & nectens, mira dexteritate rem explicat.

Id cum fecerit, non nihil addit, & quæſtionem mutat. Adhuc enim ſic omnia propoſuerat, ut duorum corporum, projecto uno, ferri alterum per lineam rectam & poſſet, & deberet; nunc quærere inſtituit, futurum quid ſit, ſi hoc quoque corpus lineam quamdam curvam inire cogatur. Quis non putet, hoc addito, quæſtionem fieri difficiliorem? Facit tamen Riccatus, eamdem ſcilicet methodum retinens, qua in ſuperiori quæſtione uſus fuerat, ne difficilior, quam illa, videatur.

Idem difficultates quærens, quo & rem illuſtret, & ingenium exerceat, quæſtionem primam repetit, ac potentias novas invehit. Adhuc enim tenacitate tantum funiculi ambo corpora cohiberi finxerat; nunc tenacitati potentias addit, quibus corpora ad illud punctum trahantur, circa quod funiculum inflecti diximus. Ea quæſtio induſtriam poſtulat, ſubtilitatemque majorem, quam mire præſtat Riccatus, remque expedit eadem methodo, ſive corpus alterum lineam rectam teneat, ut in quæſtione prima poſuimus, ſive cogatur ſequi curvam, ut in ſecunda.

Et quoniam in laboribus delectatur; ſibi indulgens, quæſtionem adhuc magis implicat; nam primum cum duorum corporum unum tantum projici antea voluerit, nunc projici ambo vult; deinde non unum tantum corpus cum altero per funiculum unum jungi, ſed duo per funiculos duos. Quæ omnia longioribus calculis conficiuntur, quos nemo aſſequatur, niſi & patientia multum valeat, & ſit peritiſſimus. Omnino videtur homo maxime induſtrius rem maxime induſtriis explicare voluiſſe.

De

De viribus centralibus.

HIc vero non unum ſermonem aliquem aut ad Academiam delatum, aut in ea ortum, ſicut meus mos eſt, ſed librum quemdam exponere aggredior, anno jam milleſimo ſeptingenteſimo ſecundo & ſexageſimo Bononiæ editum. Nam quamvis ex Academia prodiiſſe ſe liber ipſe neget; illi tamen cognitiſſimum ſe eſſe ait, quod in ea ſæpe de ſe ſermo fuerit, ſeque ab eo conſcriptum eſſe profitetur, qui illius eſt a ſecretis. Humanitatis ergo eſſe arbitror, hunc quaſi hoſpitem in commentarios recipere, præſertim cum ea forma prodierit, ut opuſculis facile adnecti poſſit, ſeque ipſe opuſculum nominet.

Libro titulus hic eſt. *De viribus centralibus, quibus corpora per ſectiones conicas volvuntur, centro virium in foco manente, opuſculum*. Hujus opuſculi auctor eſt Franciſcus Maria Zanottus, de cujus conſilio primum dicam; deinde ad librum ipſum veniam.

Voluit Zanottus Torquatum Varenum, adoleſcentulum ingenioſum & nobilem elementis inſtruere doctrinæ illius reconditioris, quæ de viribus centralibus tradi ſolet. Cur vellet, id ei cauſæ fuit. Varenus geometriam, primamque algebram vix attigerat; philoſophiam tenebat, ut puer ſtrenuus e ſchola; cumque inchoatam quamdam in animo haberet cæleſtium converſionum imaginem, ea ſcire vehementer cupiebat, quæ ad illas demonſtrandas ſatis eſſent. Audiverat e Zanotto ſæpius, ea in virium centralium ſcientia contineri; pauca eſſe, & brevia; neque difficilia, ſi modo ab eo tractentur, qui a facilioribus exorſus, ad difficiliora paulatim aſcendat; contra quam plerique faciunt, qui ad ea ſtatim ſe conferunt, quæ penitioris geometriæ notitiam poſtulant, neque exemplis a ſublimiori aſtronomia ductis abſtinent; qua re fit, ut qui neque aſtronomos, neque geometras magnos ſe eſſe ſentiunt, ſtudium illud totum ſtatim abiiciant, & quoniam non omnia poſſunt aſſequi, ne illa quidem aſſequantur, quæ poſſent. Auditis his ſæpius, rogabat Varenus Zanottum, inſtabatque, ut ea ſibi ſcripto aliquo declarare vellet, quæ ipſe poſſet aſſequi. Repugnare diutius Zanottus non potuit, fecitque hunc librum, quo de agimus, in quo nihil novi afferre ſe profitetur, ſed communia tantum docere; quamquam ea

ſic docet, ut ipſa docendi ratio non communis videatur. Hactenus Zanotti conſilium expoſui. Ad librum ipſum nunc venio.

Dividitur liber in capita omnino ſex, quibus concluſio quædam brevis adjungitur. Præcedunt prolegomena non nulla, & brevis ad Varenum epiſtola, quæ ad reliquum libri quaſi viam muniunt. Exordiar ab epiſtola.

Hic Zanottus Varenum ſuum monet, quæ ipſum ſcire oporteat, antequam ad librum legendum accedat. Sunt perpauca. Non ipſum fugiant communia geometriæ elementa. Sectionum conicarum definitiones, primaſque proprietates tantum non ignoret; nam ſi quæ erunt, quas cognoviſſe oporteat, quaſque verendum ſit, ne adoleſcens nondum viderit, eas ſe ſuis locis declaraturum eſſe Zanottus pollicetur. Præterea in Carteſianorum algebra tantum profecerit, ut incognitam quam vocant, in breviſſimis utique ſimpliciſſimiſque æquationibus, ſeparare promte poſſit. Et quoniam infiniteſimorum methodum nuſquam Zanottus refugit; quam methodum vel illi ſecuntur, qui minus laudant; idcirco ne hujus quidem Varenum ſuum omnino expertem eſſe vult. Mirum autem, quam pauca illi ex hac methodo ſunt ſatis. Sciat Varenus primum illud. Infiniteſimum quidquid eſt, pro nihilo haberi poſſe, ſi cum eo comparetur, ad quod infiniteſimum eſſe dicitur. Deinde illud, quod proxime ſequitur. Lineam quamvis curvam tamquam polygonum ſumi poſſe infinitorum laterum infinite parvorum; atque hæc latera, ſi producantur, ejuſdem curvæ lineæ tangentes eſſe. Si hæc tantum ex infiniteſimorum methodo Varenus teneat, nihil Zanottus requirit amplius. Hæc fere habet epiſtola.

Epiſtolam ſecuntur prolegomena. Hæc autem eo ſpectant, ut ſi qui communis mechanicæ ſit plane rudis, eum ad reliquum libri præparent. Titulis quatuor diſtinguuntur. Primus eſt de motu corporum generatim. Alter de motu compoſito. Tertius de vi attractiva. Quartus demum de gravitate conſtanti.

Sub primo titulo de motu agitur, ac formulæ quædam parantur, quæ poſtea uſui erunt. Has breviter indicabo. Velocitas æſtimari vulgo ſolet tum ſpatio, quod a corpore conficitur, tum tempore, quo ſpatium conficitur; ſic quidem ut tanto eſſe major cenſeatur, quanto vel ſpatium majus eſt, vel tempus minus. Recte ergo exprimetur velocitas dividendo

ſpatium per tempus. Sit ſpatium $= S$. Tempus $= T$. Exprimetur velocitas ponendo $\frac{S}{T}$. Quod ſi ponatur velocitas $= V$, exſiſtet æquatio $V = \frac{S}{T}$. Quo ſtatim apparet, & ſpatium exprimi velocitate in tempus ducta, & tempus exprimi ſpatio diviſo per velocitatem. Si eſt enim $V = \frac{S}{T}$, erit etiam $S = TV$; neque minus $T = \frac{S}{V}$. Porro vis motrix, quatenus tantum motrix eſt, & velocitatem in corpore creat, tanto eſſe major cenſetur, quanto major eſt vel velocitas, quam creat, vel maſſa corporis, in quo illam creat; exprimitur ergo velocitate in maſſam ducta. Quare ſi ſit maſſa $= M$. Velocitas $= V$, erit vis motrix $= MV$. Quo ſtatim intelligitur, & maſſam haberi, ſi vis motrix per velocitatem dividatur; & velocitatem, ſi dividatur per maſſam. Hæc fere ſub primo titulo continentur.

Sub titulo altero id unum traditur de motu compoſito, quod ad vires centrales explicandas ſatis ſit. Eſt autem illud ſimpliciſſimum. Vires duæ idem corpus urgeant in diverſa. Ab eo puncto, in quo corpus urgent, ſumantur in ipſis virium directionibus lineæ duæ, quæ vires ipſas exprimant. Compleatur parallelogrammum, atque ab eo, quod dixi, puncto ducatur linea diagonalis. Feretur corpus per hanc diagonalem, eamque conficiet eodem tempore, quo utrumlibet latus confeciſſet, ſi utrilibet virium urgentium obtemperaſſet. Idque tenet, ſi vires dent corpori motus æquabiles; neque minus tenere putabitur, ſi eos dent motus, qui pro æquabilibus haberi poſſint. Satis conſtat, tres illos motus, de quibus nunc ſermo eſt, eum nempe, qui fit per diagonalem, quique compoſitus appellatur, & eos, qui e ſingulis viribus, ſi ſolæ eſſent, fierent per latera, quique componentes dicuntur; tres, inquam, hos motus, ſeu velocitates, eam inter ſe habere proportionem, quam inter ſe habent diagonalis & latera.

Hinc ad tertium titulum properatur, qui eſt de vi attractiva. Hæc nempe ſumma eſt. Vis attractiva ad univerſas materiæ partes æque diffunditur; pars ergo quælibet quamlibet trahit; eſtque illa trahendi vis tanto major, quanto major eſt vel pars illa, quæ trahit, vel illa, quæ trahitur. Exprimitur ergo ducendo maſſam unius in maſſam alterius. Corpus A trahat ad ſe corpus B. Sit maſſa corporis $A = M$. Maſſa

cor-

corporis B $= m$; erit vis corporis A ad trahendum B $= Mm$; eademque vis erit corporis B ad trahendum A; valet enim in utroque par ratio. Atque id quidem ſic habet, niſi ſi præter maſſas cauſæ intercedant aliæ, quibus trahendi vis major, minorve fiat; cujuſmodi multæ fingi poſſunt; ſed invaluit diſtantia; putant enim hanc etiam attendendam eſſe; eſſeque trahendi vim tanto majorem, quanto eſt minus quadratum diſtantiæ, quæ inter corpora intercedit; ad hanc ergo vim perfecte abſoluteque exprimendam, ductis in ſe invicem maſſis, erit productum per quadratum diſtantiæ dividendum. Cum ergo vis, qua corpora A & B ſe mutuo trahunt, nulla diſtantiæ ratione habita, ſit, ut ſupra monui, $= Mm$; ponatur jam diſtantia $= D$, ejuſque, uti convenit, habeatur ratio; erit trahendi vis $= \frac{Mm}{DD}$. Atque his facile intelligitur, quales velocitates illæ ſint, quas trahentia ſe mutuo corpora A & B primas accipiunt. Quoniam enim, diviſa vi per maſſam, habetur, ut ſupra docui, velocitas, cum vis, qua afficitur corpus A, ſit $\frac{Mm}{DD}$, ejuſque maſſa ſit M, erit velocitas, quam ſtatim accipiet, $= \frac{m}{DD}$. Eademque ratione erit velocitas, quam primam accipiet corpus B, $= \frac{M}{DD}$.

Sed jam ad quartum titulum, qui eſt de gravitate conſtanti, tranſeamus; quem locum expediam ad hunc modum. Quidquid trahitur, gravitare in id dicitur, a quo trahitur. Ut ergo attractionis, ſic gravitatis infinita genera fingi poſſunt. Hic autem unum tantum conſiderare placet, illudque ſimpliciſſimum, quo ponitur gravitas, quantacumque eſt, eadem ubique eſſe, nihilque propter diſtantiæ varietatem variare. Hæc gravitas, ſive attractio, conſtans dicitur; cujus exemplum habemus in corporibus, quæ a terra attrahuntur, quæque idcirco, ſi ſint libera, in terram decidunt, & vulgo gravia dicuntur; hæc enim, ubicumque ſint, & quantumcumque a terra diſtent, quatenus experimentis fidendum eſt, eamdem habent gravitatem. His ergo corporibus, quorum conſtans eſt gravitas, ſcire convenit, quid accidat, ſi cadant; quæ ſpatiorum ſit ratio, quæ temporum, quæ velocitatum. Ac de his quidem pauca admodum ſub hoc titulo proponuntur; eaque ipſa ſunt, quæ vulgo de cadentium corporum motu tradi

ſolent; nam neque plura, neque alia opus eſſe videntur ad condendas formulas, quarum deinde uſus erit. Quæ autem proponuntur, ſunt hujuſmodi. Spatia quadratis temporum proportione reſpondent; velocitates temporibus ipſis. Velocitas, quam corpus obtinet in fine deſcenſus, dupla eſt velocitatis deſcenſus ipſius. Atque hæc quidem ad formulas condendas ſatis ſunt.

Nam primum ex his ſatis liquet, ſpatium, quod corpus cadendo percurrit, tanto eſſe majus, quanto & gravitas major eſt, & majus eſt quadratum illius temporis, quod cadendo inſumitur; recte igitur exprimi ducendo quadratum temporis in gravitatem. Sit gravitas $= G$. Tempus, quod cadendo inſumitur, $= T$. Exprimetur ſpatium ponendo GTT. Ac ſi fiat ſpatium $= S$, exſiſtet æquatio $S = GTT$; unde $G = \frac{S}{TT}$.

Erunt qui malint $G = \frac{2S}{TT}$; non illi quidem reprehendendi. Nam gravitas, corpus urgens tempore T, velocitatem deſcenſus in illo creat, quæ eſt utique $\frac{S}{T}$. Neque minus creat velocitatem illam, quam corpus habet in fine deſcenſus, quæque eſt $\frac{2S}{T}$. Nihil autem refert, utra velocitate utaris, eamque per tempus T, uti convenit, dividens gravitatem ipſam definias. Quod ſi prima uti volveris, erit tibi $G = \frac{S}{TT}$, ſi altera, erit tibi $G = \frac{2S}{TT}$. Quamquam, illud utique cavendum erit, ut qua ſemel velocitate uſus fueris, eadem poſtea ſemper utaris; quod cum ubique Zanottus ſervet, omni erroris metu ſe liberat. Sinamus ergo eum velocitate, qua vult, uti, ſuamque ſequi formulam, quæ brevior eſt & commodior.

Porro hanc ſecutus ſtatuit, tempus eſſe radicem ſpatii diviſi per gravitatem, ſi enim eſt $S = GTT$, erit etiam $T = \sqrt{\frac{S}{G}}$.

Quod ſi velocitas deſcenſus, quæ eſt utique $\frac{S}{T}$, exprimenda ſit per S & G; erit ea ſane radix gravitatis ductæ in ſpatium; quod manifeſtum erit, ſi in locum T ſubſtituas $\sqrt{\frac{S}{G}}$, fiet enim $\sqrt{GS}$.

Erit-

Eritque tandem velocitas ultima, quam corpus habet in fine deſcenſus, $2\sqrt{GS}$, quippe quam velocitatis deſcenſus duplam eſſe oportet.

Atque has formulas ſuo modo mutabunt quicumque primam illam $S = GTT$ mutare voluerint; iique, ſi reliqua etiam, ut opus erit, mutaverint, eodem revolventur.

Hactenus prolegomena expoſui, quibus Zanottus quidquid ſibi ad centrales vires explicandas e communi mechanica opus erat, adeo preſſe demonſtravit, ut in eo feſtinaſſe videatur. Ut ut eſt, commodiſſimas certe formulas comparavit, chartis non plus tribus complexus omnia. Nunc ad id venio, in quo totius libri ſumma verſatur, a capite primo, ut res ipſa poſtulat, initium capiens.

Caput primum de curvilineo motu eſt generatim accepto. Quæ hic proponuntur, ſtatim exſequar: primum cauſas, unde curvilineus motus oritur, deinde vocum quarumdam declarationem; ad extremum theoremata nonnulla. Cauſas ſic explico. Minime dubium eſt, quin corpus, per curvam quampiam lineam incedens, quocumque in puncto verſetur, vim faciat, ut per tangentem excurrat, quæ vis dicitur tangentialis. Ut ne ergo per tangentem abeat, utque curvam ſequatur, neceſſe eſt, ut vi alia quapiam trahatur ad punctum aliquod, quod intra curvam ipſam ſit poſitum; ſic quidem, ut viribus duabus percitum, motu compoſito per laterculum curvæ ſe immittat. Fit ergo duabus viribus, ut corpus per lineam curvam quamlibet feratur, vi tangentiali, & vi alia, quæ ad punctum tendit intra curvam poſitum.

Hic jam ſcire convenit nominum quorumdam ſignificationem. Si vis, quam modo dixi, ad idem punctum perpetuo tendit, id punctum dicitur centrum virium; vis ipſa, quæ ad id tendit, centripeta. Quod ſi a centro virium ad punctum illud, in quo corpus verſatur, lineam rectam duxeris; dicetur hæc radius vector. Duo, quæ reliqua ſunt nomina, explicari vix poſſunt, niſi res prius ipſa paulo accuratius explicetur; quamquam figuram, ut puto, non deſiderat. Sume laterculum illud curvæ, quod corpus, ubicumque eſt, percurrere jam jam debet, atque ab altero hujus laterculi extremo duc lineam rectam, laterculo illi, quod corpus noviſſime percurſum habet, parallelam. Hæc ſane linea abſcindet parti-

culam

culam quamdam radii vectoris. Ex hac ergo linea, atque ex hac particula parallelogrammum confice, cujus diagonalis erit ſine dubio ipſum curvæ laterculum. Particula porro illa, quam dixi, radii vectoris exprimet vim centripetam, latus alterum vim tangentialem, diagonalis demum vim illam, qua corpus motu quodam compoſito per laterculum ipſum fertur. Huc ſcilicet ea pertinent, quæ ſupra de motu compoſito ſunt tradita; ſunt hic enim componentes motus vel ambo æquabiles vel ii certe, qui pro æquabilibus haberi poſſint. Sed jam ad nomina me refero. Particulam illam, quam dixi, radii vectoris ſpatiolum attractionis appellabo; motum, quo corpus per laterculum curvæ fertur, motum converſionis. Hæc mihi in reliquo ſermone erunt vocabula.

Vocibus explicatis veniunt theoremata, quæ antequam declaro, placet viam oſtendere, quam Zanottus in his demonſtrandis tenet, quamque deinde per totum librum ſequitur; ut appareat, unde illi brevitas tanta orta ſit, ſimplicitas tanta, tanta perſpicuitas. Primum quas vires ſolas natura adhibet, tangentialem nempe & centripetam, ad curvilineos quoſque motus peragendos; has ſolas ille adhibet ad explicandos; has ſibi ſumit, tamquam primas; hinc ducit omnia. Itaque vim centrifugam, qua plerique videntur conficere velle quidlibet, toto libro ne nominat quidem; ac ſimiliter cum vim inertiæ, quæque de ea diſputantur, ubique ſilentio prætereat, facit, ut vires duæ, multis magniſque contentionibus claræ, prope inutiles videantur. Huc accedit, quod elementum temporis perpetuo conſtans illi eſt, quo fit ut velocitates ac vires numquam non lineolis, quas corpus in unoquoque tempuſculo percurrit, exprimantur. Atque hæc illi ita cedunt, ut oſculatorum circulorum radiis, quibus omnes pœne ad omnia paſſim utuntur, ipſe nuſquam utatur.

Sed jam ad theoremata veniamus, quorum primum tam facile eſt, ut, ſi uſum tollas, contemnatur; neque ſchemate ante oculos poſito opus habet; id enim ſibi cogitatione fingere nihil negotii eſt.

Theorema autem eſt hujuſmodi. Sit corpus in puncto quolibet curvæ percurrens laterculum R L; feraturque ex R verſus L. Perpendiculares duæ ducantur, altera ex L ad radium vectorem, eaque ſit L Q; altera e centro virium F ad tangentem puncti R, eaque ſit F T. Hic jam exſiſtent triangula

gula

gula duo RLQ, RFT ſimilia, eritque FR, FT :: RL, LQ; ideoque $LQ = \frac{FT \times RL}{FR}$. Quare cum lineola RL, ut ante monui, exprimat velocitatem, qua corpus eam percurrit; ſi hæc velocitas ponatur $= u$, licebit pro RL litteram u ſubſtituere; eritque $LQ = \frac{FT \times u}{FR}$. Quod theorema quam ſit utile, ex his, quæ ſequentur, cognoſcetur.

Theoremata reliqua ingenii plus poſtulant; ſed ea ſunt tamen, quæ vulgo jam traduntur ab omnibus. Ut prima ac præcipua intelligantur, putandum eſt, corpus, quo tempore per curvam lineam convertitur, eodem tempore lineam quamdam rectam ſecum ducere, ceu filum quoddam, fixo cuidam puncto ex altera parte adnexum. Hoc nempe filum in illa corporis converſione areas deſcribet alias atque alias, quæ omnes ad illud punctum, cui ipſum adnexum eſt, terminabuntur. De his areis mechanici accuratiſſimi ſic ſtatuunt. Si punctum illud fixum, cui filum adnexum eſt, ſit centrum virium, areæ, quæ deſcribuntur, proportionales erunt temporibus, quibus deſcribuntur; & viciſſim, ſi areæ, quæ deſcribuntur, proportionales ſint temporibus, quibus deſcribuntur, punctum illud fixum, cui filum adnexum eſt, erit centrum virium.

His illud addamus. Verſetur corpus in quovis puncto R ejus curvæ, per quam volvitur. Velocitas, quam habet in puncto illo R, ſic exprimetur. A centro virium F ducatur perpendicularis ad tangentem puncti R; eaque perpendicularis ſit FT. Pone $\frac{1}{FT}$; hæc ſcilicet formula velocitatem tibi exprimet, quam corpus habet in puncto R. Hæc atque alia Zanottus tractat ſatis breviter & dilucide. Concludit tandem caput enumerando ea, quæ corpus neceſſario adigunt ad certam curvam percurrendam, quæque ſi adſint, nequeat corpus non illam percurrere. Quam id ſit utile animadvertiſſe, res ipſa ſuo loco declarabit.

Venio ad ſequentia tria capita, ſecundum nempe, tertium, & quartum. In ſecundo agitur de converſione corporis per circulum, vi centripeta ad ipſum circuli centrum perpetuo tendente. In tertio de converſione corporis per ellipſim, vi centripeta ad focorum alterum perpetuo tendente. In quarto de converſione corporis vel per parabolam, vel per hyperbolam

lam vi centripeta ad focum, interiorem quidem, ſi de hyperbola ſermo ſit, perpetuo tendente.

Hic jam erunt fortaſſe, qui mirentur, ſua ſingulis converſionibus capita tributa eſſe; nam poterant utique generalibus formulis ſimul omnia comprehendi, & ad unam ſimpliciſſimamque ſectionis conicæ notionem revocari, quam quiſque poſtea deduceret ad ſectiones ſingulas arbitratu ſuo. Neque negandum eſt fuiſſe id quidem ad ſcribendum cum brevius, tum commodius; ſed legentibus tamen plus moræ attuliſſet, ac laboris; quos ſane, ſi rem percipere plane vellent, oportuiſſet ea per ſe ſingulatim quærere, quæ ſingulatim perſequi ſcriptor noluiſſet. Zanottus ergo legentium commodo conſulere maluit, quam ſuo; eaſdemque formulas ad ſingulas ſectiones conicas tribus deinceps capitibus accommodavit; quibus perlectis nemo non facile intelliget, quam late formulæ illæ pateant, potuiſſeque ſectiones omnes conicas tractari, tamquam unam. Quod cum ille facere juſta de cauſa noluerit; mihi tamen librum ejus referenti dabit, credo, hanc veniam, ut brevitatis cauſa ad generalem ſectionis conicæ notionem me vertam, ac tria libri capita quaſi in unum colligam. Id quod exſequar ad hunc modum.

In curvilineis motibus explicandis illud primum ac præcipuum eſt, ut formula conſtituatur vim centripetam exprimens. Id quemadmodum Zanottus in ſectionibus conicis exſequatur, cum centrum virium in foco ipſo poſuerit, videamus. Supra monui, lineolam illam, quam ſpatiolum attractionis appellavi, exprimere vim centripetam; quæ ergo formula lineolam illam exprimet, eadem & vim centripetam exprimet. Hanc ſibi formulam Zanottus comparat in hunc modum. Volvatur corpus per ſectionem quamvis conicam, feraturque a puncto R in L, percurrens laterculum infiniteſimum RL. Sit punctum F ſectionis conicæ focus, idemque centrum virium. Ducatur tandem e puncto L perpendicularis linea ad radium vectorem FR, eaque perpendicularis ſit LQ. Conſtat, parametrum primariam ſectionis conicæ, quæcumque ea ſectio ſit, ita eſſe ad LQ, uti eſt LQ ad ſpatiolum attractionis. Fac ergo parametrum primariam eſſe P; erit jam ſpatiolum attractionis $= \frac{LQ^2}{P}$: quæ formula, uti ſpatiolum attractionis, ſic etiam exprimet vim centripetam.

At-

Atqui hæc ipſa formula $\frac{\overline{LQ}^2}{P}$, ſi ea repetamus, quæ ſupra docui, in aliam verti poteſt commodiorem. Supra docui, ſi a centro F perpendicularis F T ducatur ad tangentem puncti R; velocitas vero, qua corpus percurrit laterculum R L, ponatur $= u$; docui, inquam, eſſe $LQ = \frac{FT \times u}{FR}$. Erit ergo $\overline{LQ}^2 = \frac{\overline{FT}^2 \times uu}{\overline{FR}^2}$. Subſtitui ergo id poterit pro $\overline{LQ}^2$. Quod ſi fiat, vertetur jam formula $\frac{\overline{LQ}^2}{P}$ in hanc $\frac{\overline{FT}^2 \times uu}{P \times \overline{FR}^2}$; quæ & ſpatiolum attractionis exprimet, & vim centripetam, eritque una in ſectionibus omnibus conicis commodiſſima; quod facile intelligent quicumque eam experiri voluerint in ſingulis.

Videamus nunc, quo modo ea ſe vertat, ſi circulo applicetur, ac theoremata pauca colligamus; liberius deinde per ſectiones conicas omnes vagabimur. Volvatur corpus per circuli circumferentiam, vi centripeta ad circuli centrum perpetuo tendente. In quovis puncto verſetur, vis ejus centripeta per formulam exprimetur $\frac{\overline{FT}^2 \times uu}{P \times \overline{FR}^2}$. Atqui eſt F T radius ipſe circuli, neque minus F R, ideoque ſunt F T & F R æquales; vertetur ergo formula in $\frac{uu}{P}$. Quo ſtatim apparet, vim centripetam corporis, quocumque in puncto verſetur, eſſe quadratum velocitatis diviſum per diametrum; eſt enim P diametros ipſa.

Si ſit ergo vis centripeta $= G$. Velocitas $= V$. Diameter $= D$, erit $G = \frac{VV}{D}$. Hinc theoremata profluunt nonnulla, quæ uſus commendat. Hæc paucis peragam, ubi illud quaſi lemma poſuero. Velocitas corporis volventis ſe per circuli circumferentiam, ſi vis quidem centripeta, uti nunc volumus, ad centrum perpetuo tendat, conſtans ubique eſt; nam generatim velocitas corporis, per curvam quamlibet ſe volventis, eſt, ut ſupra monui, $\frac{1}{FT}$, quæ quantitas ut in aliis curvis variet, in circulo certe conſtans eſt.

Quare cum ſit vis centripeta $G = \frac{VV}{D}$, facile conſtat,

ipſam quoque conſtantem eſſe; eſt enim conſtans, ut modo dixi, velocitas V; neque minus diameter D.

Illudque pariter conſtat, velocitatem eſſe radicem diametri in vim centripetam ductæ, ideſt $\sqrt{DG}$. Si eſt enim $G = \frac{VV}{D}$, erit etiam $V = \sqrt{DG}$.

Conſtat illud etiam, tempus periodicum, ideſt tempus illud, quo ſuam corpus converſionem abſolvit, eſſe radicem diametri diviſæ per vim centripetam, ideſt $\sqrt{\frac{D}{G}}$. Id ſic explico. Tempus generatim, ut in prolegomenis monui, eſt ſpatium diviſum per velocitatem. Hic autem ſpatium eſt circumferentia ipſa, in cujus locum ſubſtitui diameter D poteſt, quippe quæ illi proportionalis eſt; velocitas vero eſt, ut modo oſtendimus, $\sqrt{DG}$; erit ergo tempus $\frac{D}{\sqrt{DG}}$, ideſt $\sqrt{\frac{D}{G}}$.

Profectus ab his Zanottus ad theoremata tranſit nobiliora; in quibus demonſtrandis experiri voluit, quam brevis ſine artificio eſſe poſſet; nempe ut Varenus intelligeret, potuiſſe ſe e veſtigio illa eadem demonſtrare; ſi id egiſſet, & in id animum intendiſſet. Ex his theorematis unum proferam, aut alterum, ut exemplo ſint.

Primum ſit illud. Volvantur duo corpora per circumferentias duas duorum circulorum viribus centripetis ad centra tendentibus, ſintque vires centripetæ reciproce proportionales quadratis diſtantiarum ideſt quadratis radiorum, pro quibus radiis diametri, ſi placuerit, ſubſtitui poterunt. His poſitis dico, quadrata temporum periodicorum eſſe proportionalia cubis diſtantiarum ſive diametrorum. Id autem ſic oſtendo.

Sit in uno circulo diameter $= D$. Vis centripeta $= G$. Erit, ut paulo ante dixi, velocitas $= \sqrt{DG}$; tempus periodicum $= \sqrt{\frac{D}{G}}$, cujus quadratum $= \frac{D}{G}$. Sit in circulo altero diameter $= d$. Quoniam volumus, vires centripetas eſſe reciproce proportionales quadratis diametrorum, erit in altero hoc circulo vis centripeta $= \frac{DD \times G}{dd}$; eritque, ſi illa ſequimur, quæ modo docuimus, velocitas $= \sqrt{\frac{DD \times G}{d}}$, ac tempus

pus periodicum $= \sqrt{\frac{d^3}{DD \times G}}$, cujus quadratum $= \frac{d^3}{DD \times G}$. Hic jam quis eſt, quin ſtatim intelligat, eſſe $\frac{D}{G}, \frac{d^3}{DD \times G} ::$ D^3, d^3; quadrata ſcilicet temporum periodicorum ita inter ſe eſſe, uti inter ſe ſunt cubi diametrorum? Id, quod erat oſtendendum.

Theorema alterum ſit illud. Volvatur corpus per circulum vi centripeta ad circuli centrum tendente; ac vis centripeta prodeat a maſſa quapiam, quæ in centro poſita corpus, e communi naturæ lege, ad ſe trahat. His poſitis dico, centralem maſſam eſſe proportionalem cubo diametri diviſo per quadratum temporis periodici; nempe, ſi ſit maſſa centralis $= M$; diametros $= D$; tempus periodicum $= T$, demonſtrare oportet, eſſe $M = \frac{D^3}{TT}$. Id jam ſic exſequor.

Hic utique vis attrahens maſſæ M eadem plane eſt, ac vis centripeta. Quo modo vel hæc vel illa exprimenda ſit, videamus. Vis attrahens, ut in Prolegomenis docui, ſi maſſa quidem attracti corporis negligatur, eſt maſſa ipſa M diviſa per quadratum diſtantiæ, ideſt radii, pro quo radio ſubſtituere diametrum D poſſumus. Eſt ergo $= \frac{M}{DD}$. Vis centripeta, ut paulo ante monui, eſt quadratum velocitatis diviſum per diametrum D; in quo pariter volventis ſe corporis maſſa neglecta eſt. Quare cum ſit velocitas circumferentia ipſa, pro qua ſubſtituere diametrum D poſſumus, diviſa per tempus T, ideoque ſit $= \frac{D}{T}$, cujus quadratum $= \frac{DD}{TT}$, ſi hoc diviſeris per D, erit vis centripeta $= \frac{D}{TT}$. Cum ſint ergo vis attrahens, & vis centripeta omnino æquales, licebit æquationem ponere $\frac{M}{DD} = \frac{D}{TT}$, unde ſtatim efficitur $M = \frac{D^3}{TT}$. Quod oſtendere oportebat.

Hæc in circulo, calculis tam brevibus demonſtrata, demonſtrat deinde Zanottus generatim in ellipſi quavis brevius, & ſine ullo calculo. Neque illa difficilius peragit, quæ communia ſunt, & univerſim per ſectiones omnes conicas, ellipſim, parabolam, hyperbolam, vagantur. Velut illud. Volvente ſe

 cor-

corpore per ſectionem quamlibet conicam, ſi modo centrum virium ſit ipſe focus, (quod cum poſitum initio fuerit, idem ubique poſtea retinemus) vis ejus centripeta numquam non reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ invenietur.

Et illud. Quodcumque punctum attigerit corpus, quod per ſectionem conicam volvitur, ſi ad ejus puncti tangentem perpendicularis linea a foco ducatur, ſitque hæc perpendicularis F T, parameter vero ſectionis conicæ ſit P, erit in tali puncto velocitas corporis $= \frac{\sqrt{P}}{FT}$.

Et illud. Si duo corpora per ſectiones duas conicas volvantur, habeantque vires centripetas, inter ſe, reciproce proportionales quadratis diſtantiarum, erunt areæ, quas pari tempore conficient, proportionales radicibus parametrorum.

Et illud. Si duo corpora per ſectiones conicas volvantur, habeantque vires centripetas, ut etiam ſupra poſui, inter ſe, reciproce proportionales quadratis diſtantiarum, erunt tempora, quibus duæ quævis areæ deſcribuntur, proportionalia areis ipſis diviſis per radices parametrorum. Et alia id genus, quæ vel uſus commendat, vel elegantia.

In his unum eſt, quod plerique in circulo tantum oſtendunt, Zanottus ad ſectiones conicas alias transfert, eadem in omnibus uſus methodo. Prætermittere id nolo, ne cui videar, quanti res ſit, non ſatis agnoviſſe. Problema hoc ponitur. Putemus corpus, quod per ſectionem conicam volvitur, ſtatim ut attingit punctum R quodlibet, tangentialem vim omnem amittere, vim vero illam centripetam, quam habet in puncto R, perpetuo & conſtanter retinere, eaque urgente recta ferri ad focum F. Quæritur ſpatium, quo confecto eamdem corpus velocitatem obtinebit, quam per ſectionem conicam ſe volvens habebat in puncto R.

Hic apparet, quanti ſit formula $\frac{\overline{FT}^2 \times uu}{P \times \overline{FR}^2}$, qua ubique Zanottus utitur ad vim centripetam exprimendam. Hanc enim formulæ innectens alteri, quam de gravitate conſtanti agens in prolegomenis expoſuerat, facillimam ſibi viam aperit ad quæſtionem propoſitam diſſolvendam. Demonſtrationem non exſequar; nam neque inſtituti noſtri eſt exſequi omnia; & hæc, quæ monui, attentis ſatis erunt. Tantum quo evadat, in-

indicabo. Præter rectam FR intelligatur perpendicularis ducta a foco F ad tangentem puncti R, eaque perpendicularis ſit FT. Sit præterea P parameter primaria ſectionis illius conicæ, in qua ſit quæſtio. Spatium nempe, quod quæritur, erit $= \frac{P \times \overline{FR}^2}{4 \times \overline{FT}^2}$; erit ergo quarta pars parametri ad ipſum, uti $\overline{FT}^2$ ad $\overline{FR}^2$.

Hinc, ſi in circulo quæſtio ſit, nihil erit promtius, quam colligere, ſpatium illud, quod quæritur, eſſe quartam ipſam diametri partem. Eſt enim in circulo $FR = FT$, reditque formula ad $\frac{P}{4}$. Eſt autem P ipſa diameter. Idque proprium eſt circuli. Ceterum ſi formula ad univerſas ſectiones conicas transferatur, experimentumque fiat in ſingulis, ea ſe prodet ſpatii longitudo, ut facile intelligas, corpus e curvæ puncto verſus focum cadens, propoſitam velocitatem tunc demum obtinere, cum focum ipſum attingit, ſi curva quidem, e qua decidit, ſit parabola; ſin autem ſit ellipſis, antequam ad focum perveniat; ſin hyperbola, poſtea quam focum præterierit. Qui ordo eſt elegans, & curvarum illarum naturæ conſentaneus.

Quæ adhuc propoſui, Zanottus explicat chartis fere undecim, quibus ſecundum libri caput, & tertium, & quartum continentur. Antequam feratur ad quintum, appendicem interſerit, illuſtrem mehercule, ſi rem ipſam, qua de agitur, ſpectes, & dignam, quæ litteris mandetur. De hac etiam exponam breviter, ut potero, & dilucide.

Problema vetus eſt, & multorum mathematicorum ſtudio nobilitatum: invenire curvam lineam, quam projectum corpus percurret, ſi a centro quopiam tranſverſim trahatur, eaque vi trahatur, quæ ſit reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ. Demonſtravit Nevtonus, eam lineam ſectionem eſſe conicam; idque adeo preſſe, ut viſus Bernullio ſit non demonſtraviſſe. Ad Bernullii ſententiam videtur Hermannus acceſſiſſe. Itaque demonſtrare idem aliter voluit, & differentias miſcuit, & calculos omne genus; ac ne ipſe quidem Bernullio plane ſatisfecit; qui demonſtrationem exinde aliam in medium protulit, ingenii, induſtriæque pleniſſimam, ſed calculis adeo

mul-

multis implicitam, ut ſit in eo etiam patientia laudanda. Hi demum, qui Mathematica philoſophiæ naturalis Principia perpetuo commentario tanta cum laude illuſtraverunt, in quæſtionem eamdem ingreſſi, ad Nevtoni ſimplicitatem brevitatemque redierunt; ſed illi, cum lineam, de qua quæritur, ſectionem eſſe conicam probe oſtenderint, Nevtoni locum ſe explanaſſe ſatis habent; nihil præterea adjungunt; neque ejus lineæ deſcribendæ rationem docent, neque genus monſtrant, neque poſitum; idque ipſum, quod oſtendunt, non ſine oſculatoribus circulis oſtendunt. Zanottus comprehendere omnia problemate uno voluit; ac cum ſimplicitatem ſummam ſecutus ubique eſſet, noluit eſſe uno in loco minus ſimplex. Itaque viam novam perveſtigavit, qua quæſtio hæc tota quam commodiſſime diſſolvi poſſet, ſi poſſet.

In id ſtudium ingreſſus ſtatim ſenſit, nihil difficultatis rem habituram, ſi prius ſibi problema quoddam explicaretur, cujus erat ſolutio non ex mechanicorum fontibus, ſed ex ipſo geometriæ ſinu petenda. De hoc problemate prius dicam, tum ad quæſtionem mechanicam veniam, cujus cauſa propoſitum illud eſt. Problema eſt hujuſmodi. Data quævis recta FR efficiat cum recta indefinita RT angulum quemvis datum FRT. Sectionem conicam deſcribere oportet, cui tria hæc ſint: primum focum habeat in puncto F; deinde ſic tranſeat per punctum R, ut recta RT ſit ejus tangens; nempe in puncto ipſo R; tertio demum parametrum habeat longitudinis datæ.

Spes erat Zanotto, ut in tanta problematum multitudine, de quibus Viri doctiſſimi, & in ſectionibus conicis exercitatiſſimi memoriæ mandarunt, id etiam, quod ipſe proponebat, inveniri facile poſſet. Rogavit ergo Sebaſtianum Canterzanum, quo familiariter utebatur, juvenem cum ingenio & moribus, tum mira in mathematicis rebus dexteritate ſpectatiſſimum, ut auctores, quotcumque poſſet, pervolvens, problema propoſitum, ſi qua occurreret, notaret. Ille cum multos ſtatim, ut eſt diligens, pervolutaſſet; idque fruſtra; maluit tandem ingenio ſe committere. Fecitque brevi tempore, ut problemate univerſo in ſuas partes, uti opus erat, diſtributo, ſingulas ordine explicaret, ſine ullo calculo, tam breviter, tamque ſimpliciter, ut Zanotti ſpem vicerit.

Is ergo appendicem, quam capiti quarto adjungere conſtituerat, Canterzani ſtudio primum ornavit, ac problema

geo-

geometricum, ut explicatum ab illo eſſet, docuit, non demonſtrationem quidem ipſam aperiens, ſed viam tantum atque inceſſum oſtendens; deinde ad quæſtionem mechanicam, cujus gratia propoſitum illud fuerat, ſe contulit. Atque hic ea repetens, quæ ſupra de corpore e puncto curvæ libere verſus focum decidente tradiderat, confeſtim eam curvam depromſit, quam percurrere projectum corpus debeat, ſi vi trahatur, ut initio poſuimus, reciproce proportionali quadrato diſtantiæ; eamque curvam ſectionem eſſe conicam demonſtrat, ſimulque & genus docet, & axis poſitum, & verticem, & parametrum, breviſſime expediens omnia, ac nullo prope artificio; ut felicitas in eo quædam magis appareat, quam ingenium.

Poſtquam appendicem abſolvit, tranſit Zanottus ad caput quintum, explicandaſque ſuſcipit converſiones duorum corporum, quæ trahentia ſe mutuo in diverſa projiciantur, viribus æqualibus, directionibuſque contrariis quidem, ſed inter ſe parallelis. Res ad ſpeciem difficilis; ſed ſi ordine tractetur, facillimos habet aditus, quos fecit Zanottus faciliores. Hos curſim oſtendam; & quando idem adhuc feci, verbis declarabo omnia; ſchemata prætermittam; nam & lector ea facile ſibi finget, ſi modo attentior fuerit; neque nos hæc ſcribimus, niſi attentiſſimis.

Quoniam ergo corpora illa duo, de quibus nunc ſermo eſt, duabus aguntur viribus, utrumque enim vi quadam projicitur, & vi quadam trahitur, libet has vires ſeorſim prius conſiderare. Ac primum quidem quod ſpectat ad vires illas, quibus corpora projiciuntur, dubitari non poteſt, quin, cum æquales ponantur, velocitates corporibus tribuant, maſſis reciproce proportionales; id quippe æqualitas virium poſtulat, ut eſt in prolegomenis declaratum; ideoque lineæ, quas corpora ex his viribus percurrent æquali tempore, erunt & ipſæ reciproce proportionales maſſis. Quod vero ad vim ſpectat, qua corpora ſe mutuo trahunt, ſatis liquet, vim hanc in utroque corpore, quæcumque trahendi lex ſit, æqualem eſſe; id etiam in prolegomenis demonſtratum eſt; velocitates ergo, ex hac vi ortæ, erunt & ipſæ maſſis reciproce proportionales; neque minus lineolæ ſingulæ, quas corpora in tempuſculis ſingulis ex hac vi percurrent.

His animadverſis haud difficile erit lineolas ſingulas perſequi, quas deinceps utrumque corpus, motu ſcilicet e duobus com-

compoſito ingredietur, curvarumque linearum, quas ambo percurrent, imaginem quamdam ſibi fingere. Ac vel leviter attendenti illud ſtatim occurret: ambo corpora ſic ferri debere, ut commune gravitatis centrum in eodem ſemper loco maneat. Et illud: ambo corpora circa commune gravitatis centrum per lineas curvas volvi inter ſe plane ſimiles. Et illud: ambo corpora in ſuis curſibus perinde haberi poſſe, ut ſi ab ipſo communi gravitatis centro ea vi traherentur, qua trahunt ſe mutuo. Quæ citius comprehenduntur animo, quam verbis declarantur.

Atque hæc univerſim tenent, quæcumque trahendi ſit ratio. Quod ſi corpora ea ratione ſe mutuo trahant, quæ naturæ familiariſſima eſt, quamque hic potiſſimum ſpectari volumus, ut ſcilicet ſit vis attrahens quadrato diſtantiæ reciproce proportionalis, tunc vero proprie hoc accidet. Nimirum trahentia ſe ad hunc modum corpora ſectiones quaſdam conicas percurrent, communem focum habentes, iſque focus erit ipſum commune centrum gravitatis.

Et vero ſi illa, quam dixi, vis reciproce proportionalis eſt quadrato diſtantiæ, quæ inter corpora intercedit, erit eadem proportionalis reciproce etiam quadrato diſtantiæ, quæ intercedit inter corpus utrumlibet, & commune centrum gravitatis. Id nempe qui volent, & breviter demonſtrabunt, & labore prope nullo. Quare cum corpus utrumlibet in ſuo illo curſu perinde haberi poſſit, ut ſi a communi gravitatis centro traheretur, illud ſane ſequitur, ut ſectionem quamdam conicam percurrere debeat, hujuſque ſectionis focus in centro ipſo gravitatis conſiſtat.

Neque unum tantum ſectionum conicarum genus has corporum converſiones excipiet; fiet enim pro vario pulſu, quem primum corpora a projiciente vi acceperint, ut per ellipſes modo, modo per parabolas vertantur, modo per hyperbolas, & ſua erit in unoquoque genere varietas. Jucundum ſane erat ſingulos caſus conſectari, & quod cuique ſectionis genus conveniret, quæ ratio, quæ forma, cognoſcere. Neque erat longum. His tamen Zanottus ſuperſedit. Noluit, credo, hanc Vareno ſuo voluptatem præripere.

Adhuc peregi caput quintum; cui Zanottus appendicem quamdam adnectit, quæ prætermitti ſine jactura non poteſt. De hac ſic referam. Theorema eſt cum phyſicis, tum mechanicis

nicis omnibus cognitiſſimum, punctum quodvis extra ſphæram poſitum a ſphæra ipſa perinde trahi, ut ſi ſphæræ maſſa tota in centro ſita eſſet: quod utique valet, ſi & ſphæra homogenea ſit, & ea trahendi ſit ratio, ut ſint vires ubique quadratis diſtantiarum reciprocæ. Id ſcilicet Zanottus in hac appendice demonſtrandum proponit.

Videtur autem hoc loco a ſimplicitate ſua voluiſſe deflectere non nihil; nam quamvis theorematis demonſtrationem haberet in manibus, quam Canterzanus rogatu ejus compoſuerat, elegantiſſimam, &, quod novum in tali argumento eſt, omnino ſyntheticam; ipſe tamen integrali ſupputatione expedire rem maluit vel brevitatis cauſa, vel ut Vareno deſiderium ejus calculi injiceret. Ceterum demonſtrationem adhibuit haud ſane difficilem, ac, ſi quid ſimplex ex illo calculo duci poteſt, ſimpliciſſimam.

Hactenus quinque libri capita expoſui. Reliquum eſt, ut ſextum exſequar, quod prioribus Zanottus adjicit elegantiæ magis cauſa, quam ut phyſicorum ſerviat commodis. Eſt enim totum hoc caput de vi repulſiva, quam phyſici vix agnoſcunt; eamque, ſi quid valet, in particulis tantum minimis, minimiſque diſtantiis valere putant. Sunt tamen non nulli acutiſſimi, qui ex unoquoque materiæ puncto vim primum repulſivam exire contendunt, quæ deinde ad certum ſpatium propagata in attractivam convertitur; eamque rurſus in repulſivam vertunt, deinde in attractivam; & has vices ſæpius mutant; atque hi quidem vim attractivam longiſſime vagari ſinunt, vi repulſivæ ſpatia aſſignant parviſſima. Ut ut eſt, vires centrales generatim tractanti non erat de vi repulſiva prætermittendum; nam & ipſa ſub centralium virium genus cadit; ac licet, quæ ſupra in attractiva vi animadverſa ſunt, eadem in repulſiva recurrant, eodemque fere modo demonſtrentur; erat idipſum tamen adoleſcenti præſertim declarandum. Quid quod multa ſunt, quæ ſi ab attractiva vi ad repulſivam transferantur, breviora fiunt atque elegantiora; idque cognoſcere dignum eſt.

Caput hoc totum, quod chartis continetur omnino quatuor, titulis tribus diſtinguitur. Commodum erit hos titulos perſequi ex ordine. Ad primum titulum revocantur ea, quæ univerſim de vi repulſiva acturus in ipſo hujus tractationis aditu Zanottus poni vult. Sit primum vis repuſiva omnibus ma-

teriæ partibus æque communis; ideoque nulla materiæ pars ſit, quæ partem aliam repellens non ab ea repellatur. Præterea tanto major minorve ſit vis repellens, quanto major minorve eſt maſſa vel repellentis corporis vel repulſi, in eoque vim attractivam imitetur; exprimaturque amborum corporum maſſis in ſe mutuo ductis, ſi nihil quidem præter maſſas conſiderare oporteat. Repellant ſe mutuo duo corpora A & B; ſitque alterius maſſa $= M$, alterius $= m$; erit vis repellens, ſi maſſis tantum æſtimanda ſit, $= Mm$.

Atqui conſentaneum eſt, diſtantiæ quoque rationem habere; quæ ratio quoniam infinitis modis variare poteſt, idcirco hoc etiam nomine poteſt vis repulſiva in infinita genera diſpertiri. Proclive eſt autem illud maxime genus conſiderare, in quo ponitur, vim repellentem tanto eſſe majorem, quanto minus eſt diſtantiæ quadratum; vel quod ea proportio cenſetur eſſe commodiſſima, vel quia vis attractivæ ſimilitudo delectat. Erit ergo vis repellens exprimenda producto maſſarum diviſo per quadratum diſtantiæ. Sint maſſæ corporum ſe mutuo repellentium, ut modo poſui, M & m; diſtantia vero $= D$, erit vis repellens $= \frac{Mm}{DD}$. Quæ formula attractivam etiam vim continet.

Quamquam quid fiat corpori, ſi ea vi repellatur, quæ pro quadrato diſtantiæ variat, melius intelligetur, ſi modo prius intelligatur, quid illi accidat, ſi ea vi repellatur, quæ perpetua ſit & conſtans. Qui locus nihil difficultatis habet, ſi ea modo repetantur, quæ ſupra de gravitate conſtanti dicta ſunt. Quod enim corpus ex una parte pellitur, perinde ſe habet, ut ſi pari vi traheretur ad partem contrariam; quapropter ſi perpetuo quodam & conſtanti pulſu feratur, perinde erit, ut ſi vi quadam traheretur conſtanti. Ita ad formulas relabimur, quas ſupra propoſuimus, cum eſſet gravitas conſtans. Sit ſpatium, quod corpus vi conſtanti repulſum percurrit, $= S$. Sit tempus, quo id percurrit, $= T$. Vis ipſa repellens ſit $= G$. Erit ſcilicet $S = GTT$. Quare exprimi tempus poterit radice ſpatii diviſi per vim repellentem; nam cum ſit $S = GTT$, erit $T = \sqrt{\frac{S}{G}}$. Eritque idcirco illius curſus velocitas $= \sqrt{GS}$; quippe quæ eſt ſpatium ipſum S di-

diviſum per tempus $\sqrt{\frac{S}{G}}$. Quam velocitatem ſi duplicaveris, ac poſueris $2\sqrt{GS}$, eam denique habebis velocitatem, quam corpus in ejuſdem curſus fine obtinebit.

Sed jam ad titulum ſecundum pergo, qui eſt de motu curvilineo e repulſiva vi orto, quem motum ſic explicare conabor, ut qui attentius hæc legerint, deſiderare ſchemata non debeant. Exordiar in hunc modum. Feratur corpus a puncto quovis R recta verſus punctum quodvis T; atque interim tranſverſim agatur vi repulſiva alicujus puncti F directione FR. Deflectet profecto corpus ab linea, quam tenebat, RT; ac motu quodam compoſito ingredietur lineam aliam RL. Sic puncto F perpetuo pellente, directionem corpus perpetuo mutabit, & curvam quamdam lineam deſcribet. Quod ſimiliter faceret, ſi a puncto F traheretur; hoc uno diſcrepans, quod, ſi traheretur, curvam lineam deſcriberet verſus F concavam, ſi in contrariam partem pellatur, curvam lineam deſcribet verſus F convexam.

Punctum F centrum repulſionis appellabitur. Recta FR, quam volumus extremo altero in centro F perpetuo hærere, altero adhærere corpori, atque ipſum, quacumque feratur, ſequi, radius vector dicetur. Quod ſi arcum infiniteſimum RL ſumſeris, ac per L lineam rectam duxeris parallelam tangenti RT, hæc ſane e radio vectore, producto ſcilicet ultra R, particulam quamdam minimam abſcindet. Hanc particulam ſpatiolum repulſionis vocabo. Neque vero dubium eſt, quin completo parallelogrammo, cujus diagonalis erit RL, ſpatiolum repulſionis exprimat vim repulſivam, latus alterum parallelogrammi exprimat vim tangentialem; diagonalis RL exprimat motum, velocitatemque converſionis.

Ubi hæc finxeris, ac plane deſcripta in animo habueris, non enim tabula indigere videntur, recurrent ſtatim theoremata illa eadem, quæ in curvilineo motu, ab attractiva vi orto, quaſi prima ſunt. Ordiar ab illo, quod contemnerem, niſi uſu probaretur. A puncto L duc perpendicularem lineam ad FR, eaque perpendicularis ſit LQ. Item a puncto F duc perpendicularem lineam ad tangentem RT, eaque perpendicularis ſit FT. Hic jam facile, vel nullo monente, intelliges, eſſe FR, FT :: RL, LQ, ideoque eſſe $LQ = \frac{FT \times RL}{FR}$; quod

cum ita ſit, quoniam arcus ipſe RL exprimit velocitatem, quam in eo percurrendo corpus habet, ſi hæc velocitas ponatur $= u$, poterit jam u pro RL ſumi, eritque tandem $LQ = \frac{FT \times u}{FR}$

Illa vero quam facile a vi attractiva ad repulſivam, ſi te vel paululum attentum præbueris, quam commode transferas! Primum areas, quæ a corpore, dum per curvam volvitur, deſcribuntur, proportionales eſſe temporibus, quibus deſcribuntur. Deinde velocitatem, quam corpus in quovis puncto R obtinet, cum ſit FT perpendicularis ducta a centro F ad tangentem puncti R, eſſe $= \frac{1}{FT}$; quæ formula eſt ſimpliciſſima. Tum alia, quæ hoc loco Zanottus explicat breviter, &, ut mihi quidem videtur, admodum dilucide.

Venio ad titulum tertium, quo explicanda proponitur converſio corporis per hyperbolam ex vi repulſiva foci; quem ſane focum exteriorem eſſe oportet; ſi enim interior ille ſit, ad quem hyperbola ubique eſt concava, ſtatim liquet, fieri nequaquam poſſe, ut ex hujus vi repulſiva hyperbola percurratur: eamdemque ob cauſam neque parabola, ſi vis quidem repellens in foco ſedeat.

Repulſivam vim ergo in hyperbola explicemus, quam corpus percurrit ex repulſione foci exterioris, & quod primum in hujuſmodi converſionibus quæri ſolet, formulam conſtituamus, quæ repulſivam foci vim exprimat. Eam Zanottus ſic ponit. Finge tibi hyperbolam quamdam, cujus focus exterior ſit F. Projectum corpus per hanc volvatur ex repulſione foci F; jam jamque ſe immittat ex R in L per laterculum RL. A puncto L duc perpendicularem ad radium vectorem FR; eaque perpendicularis ſit tibi LQ. Hic Zanottus demonſtrat, parametrum hyperbolæ ita eſſe ad LQ, uti eſt LQ ad lineolam illam, quam ſupra ſpatiolum repulſionis appellavimus. Si ſit ergo parameter $= P$, erit ſpatiolum repulſionis $= \frac{\overline{LQ}^2}{P}$. Atqui ſpatiolum repulſionis exprimit vim repulſivam, ut ante monui; igitur formula $\frac{\overline{LQ}^2}{P}$ repulſivam etiam vim exprimet.

Ac poteſt hæc ipſa formula in aliam verti commodiorem.

Ete-

Etenim ſi ſit FT perpendicularis ducta a foco F ad tangentem puncti R, ſitque velocitas, qua corpus percurrit arcum RL $= u$, erit, ut paulo ante demonſtravi, $LQ = \frac{FT \times u}{FR}$, qui valor ſi pro LQ adhibeatur, vertetur jam formula $\frac{\overline{LQ}^2}{P}$ in hanc $\frac{\overline{FT}^2 \times uu}{P \times \overline{FR}^2}$. Quæ eadem formula ex his, quæ ante declaravimus, attractivæ etiam vi convenit; ut mirari facile quis poſſit, vires duas, quæ adeo inter ſe differunt, ut altera in ſectionibus conicis regnet omnibus, altera non niſi in hyperbola, quod infra oſtendemus, ſe prodit, ambas tamen una eademque formula contineri.

Atqui alia prope omnia communia habent; quod juvat in paucis animadvertere. Nam primum quemadmodum in vi attractiva compertum eſt, debere eam eſſe reciproce proportionalem quadrato diſtantiæ, ſi ipſa quidem in foco ſedeat, corpus autem ex illa attractione ſectionem percurrat conicam; ſic idem in vi repulſiva reperietur, ſi corpus quidem percurrat hyperbolam, vis autem repellens in foco ipſo exteriori ſita ſit. Neque diverſa eſt demonſtratio. Eſt enim, ut in vi attractiva, ſic etiam in repulſiva, quemadmodum ſupra docui, velocitas $u = \frac{1}{FT}$, ideoque $uu = \frac{1}{\overline{FT}^2}$, qui valor ſi pro uu adhibeatur, jam formula $\frac{\overline{FT}^2 \times uu}{P \times \overline{FR}^2}$, vim repulſivam exprimens, in hanc abibit $\frac{1}{P \times \overline{FR}^2}$, abjectaque P, quæ eſt conſtans, in hanc $\frac{1}{\overline{FR}^2}$. Quo ſtatim patet, vim repulſivam quadrato diſtantiæ FR reciproce reſpondere.

Neque vero illuſtre illud omittam, quod cum pariter in utraque vi proponatur, explicationem habet eamdem. Problema eſt hujuſmodi. Putemus corpus, dum per hyperbolam volvitur, ſimul atque attingit punctum R, tangentialem omnem vim amittere, repulſivam tantum retinere, qua ſane fiet, ut repulſum a foco F recta in contrariam partem excurrat. Putemus etiam vim repulſivam in toto illo excurſu perpetuam

eſſe

eſſe & conſtantem. Quæritur ſpatium, quo confecto obtinebit corpus velocitatem parem illi, quam ſe volvens per hyperbolam habuerat in R. Huc nempe recurrunt illa eadem, quæ in ſimili problemate de vi attractiva diximus, eademque redit formula ſpatium exprimens, quod quæritur. Etenim cum ſit FT perpendicularis ducta a foco F ad tangentem puncti R, ſitque hyperbolæ parameter $= P$, conſtat ſpatium, quod quæritur, eſſe $= \frac{P \times \overline{FR}^2}{4 \times \overline{FT}^2}$.

Huc jam facile nobiliſſima illa quæſtio transfertur, quam ſupra ex appendice capitis quarti declaravimus. Ut enim illic quærebatur, quam curvam lineam percurrere corpus debeat, ſi, projectum cum fuerit, a puncto quopiam tranſverſim trahatur, eaque vi trahatur, quæ ſit reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ; idem nunc ſimiliter quæri poteſt, ſi projectum corpus non trahatur quidem, ſed repellatur. Atque huc artificium recurrit idem; vel eadem potius ſimplicitas; locus enim nullus, ſi Zanottum ſequimur, minus habet artis. Eoque tandem quæſtionis totius ſolutio ſpectat, ut, ſi corpus trahatur, pro varia projectionis vi ſectiones conicas varias poſſit percurrere, modo ellipſim, modo parabolam, modo hyperbolam; ſi repellatur, non niſi hyperbolam, quæcumque projectionis vis ſit. Sic Zanottus ſexto capiti, vel potius toti libro finem ponit, mira brevitate quæſtionem ſolvens, judicio omnium, perdifficilem, &, ſi qua eſt alia, nobiliſſimam.

Capitibus ſex brevem quamdam concluſionem addidit, non ut rem perficeret, videbatur jam enim, quod propoſuerat, perfeciſſe, ſed ut ornaret. De hac etiam referamus. Verebatur Zanottus, ne quos forte offendiſſet, quod de viribus centralibus generatim diſputans mentem animi ab omni certo corpore abſtraxiſſet; videreturque idcirco de rebus in cogitatione tantum poſitis verba feciſſe. Sunt enim jam multi, qui ad experimenta & obſervationes properari in omnibus velint, ac niſi de ſingularibus rebus, eiſque, quæ ſub ſenſum cadunt, agatur, nihil agi putent. Quos miror, cur non illos etiam reprehendant, qui in euclideis elementis perdiſcendis tantum ſtudii ponunt; quamdiu enim in his hærent, nullum ſingulare corpus conſiderant. Varenum ergo ſuum, ne his induci ſe pateretur, neve eum pœniteret ſi quid operæ in librum hunc con-

contuliſſet, duo monet. Primum non omnia, quæ cogitatione tantum comprehenduntur, eſſe contemnenda; nam & hæc vere ſunt; ac ſi nulla omnino eſſent, ne illa quidem eſſent, quæ eſſe dicuntur. Deinde has res ipſas, de quibus adhuc diſputatum eſt, non uſque adeo in cogitatione conſiſtere, ut non facillime ad ſingularia corpora traducantur: quippe quæ, ſi obſervationes modo pauculæ acceſſerint, expreſſiſſimam adſpectabilis mundi formam exhibent. Quod ut manifeſtum fiat, præcipuas cæleſtium orbium converſiones commemorat, ut appareat, quam hæ facile explicari poſſint, ſi ad ea, quæ ipſe docuit, non nihil adjunxerit obſervatio.

Ac primum ſi obſervatione conſtet, conſtat autem certiſſime, planetas omnes per ellipſes quaſdam verti, quæ communem focum habeant, in quo ſedeat ſol; eſſeque areas, quas planeta quiſque deſcribit, quæque in ſole ipſo terminantur, proportionales temporibus, quibus deſcribuntur; quis non ex iis, quæ tradita ſunt, ſtatim colligat, non ſolum planetam quemlibet perpetua quadam vi urgeri verſus ſolem, ſed etiam hanc vim reciproce proportionalem eſſe quadrato diſtantiæ, quæ inter planetam & ſolem intercedit?

Et quoniam illud etiam conſtat, planetas binos quoslibet circa ſolem ſic verti, ut ſint quadrata temporum periodicorum proportionalia cubis majorum axium, hoc ipſo intelligi ſtatim poterit, vires etiam, quibus planetæ duo quivis verſus ſolem urgentur, eſſe inter ſe reciproce proportionales quadratis diſtantiarum a ſole, unumque eſſe virium genus, quo planetæ aguntur omnes.

Atque hæc quidem in planetis primariis valent, qui circa ſolem volvuntur, obſervationibus conſentientibus; neque minus valent in ſecundariis, qui volvuntur circa primarios; nam ſuus cuique primarius pro ſole eſt, jovis ſatellitibus jupiter, ſaturni ſaturnus, lunæ terra; quippe lunam, tamquam ſatellitem, terræ adjungunt, qui terram numerant in planetis. Apparet ergo communem quamdam gravitatem eſſe tum primariis in ſolem, tum ſecundariis in primarios; ac cum lunam non alia ratione gravitare in terram conſtet, quam qua ligna, & lapides, & terreſtria quæque corpora gravitant; idcirco dicuntur omnia appetere ſeſe mutuo & complecti gravitate una. Hinc illa attractionis opinio orta eſt, quam plerique ſub Nevtono ſecuntur præceptore longe maximo;

eam-

eamque cum in aliis valere putant, tum vero etiam in cometis; neque obſervationes diſſentiunt.

Jam vero cum primarii circa ſolem, ſecundarii circa jovem, & ſaturnum vertantur, quos luna imitatur, terram ambiens; obſervatione autem conſtet, quæ converſionum ſint tempora, quique orbitarum axes, nihil expeditius erit, quam jovis, ſaturni, ſolis maſſas cognoſcere, eaſque cum inter ſe, tum etiam cum terræ maſſa comparare; ſic enim inter ſe ſint, oportet, ex iis, quæ ſupra demonſtrata ſunt, quemadmodum cubi majorum axium, ſi per quadrata temporum periodicorum dividantur.

Porro cognitis planetarum maſſis, quoniam & magnitudines ex obſervationibus cognoſcuntur, ſtatim etiam, quæ cujuſque planetæ ſit denſitas, apparebit. Quibus facile intelligetur & quæ dati cujuſvis corporis aut in jove ſit gravitas, aut in ſaturno, aut in ſole; & quæ cadentium in unoquoque horum ſit celeritas, & qua longitudine pendula eſſe debeant, ut ne a noſtris diſſentiant. Aeris etiam, ſi qui illic eſt, denſitatem licebit perquirere, & aquarum curſus metiri, & alia id genus proponere, quibus venuſtiores quidam phyſici oblectantur, & ingenioſe tempus fallunt. Hæc ſunt fere, quæ de viribus centralibus mira brevitate Zanottus ſcripſit, cujus nitorem, atque elegantiam, nam his etiam valere dicitur, ſi minus aſſecutus fuiſſe videar, haud ægre feram me ab illo vinci.

ASTRO-

ASTRONOMICA.

De Veneris congreſſu cum Sole.

ANno milleſimo ſeptingenteſimo ſexageſimo primo, die quinto menſis junii id demum accidit, quod aſtronomi jamdudum omnes exſpectabant avidiſſime, ut venus ſcilicet cum ſole congrederetur. Videbatur enim obſervatio ad parallaxim ſolis definiendam, nodoſque ipſius veneris cognoſcendos aptiſſima; neque antiquioribus, ſi quæ ſunt, obſervationibus ſatis fidebant; nam & perpaucæ ſunt, nec tam accuratæ, quam præſens poſtulat aſtronomia; quæ poſtquam inſtrumentis uti cœpit perfectioribus, & locupletior evaſit, moroſior eſt facta.

Huic tantæ totius europæ exſpectationi Euſtachius Zanottus, qui bononienſi ſpeculæ præeſt, deeſſe noluit. Eodem ſtudio exarſit is, qui illi in eo munere eſt ſocius, Petronius Matteuccius. Hi ergo cum inſtrumenta omnia, & quidquid opus erat, paraſſent, eo, quem dixi, die in ſummam Inſtituti ſpeculam ſe contulerunt. Eodem tempore ſpectatum venerant permulti, quorum tres præterire non debeo; quippe qui non ut rei tantum novitate oblectarentur, uti fit, illuc convenerant, ſed etiam ut obſervationem ex aſtronomorum conſuetudine inirent. In his fuit Paullus Friſius e Clericis Regularibus S. Paulli, mathematicus in primis magnus, regiarum prope omnium academiarum præmiis nobilitatus. Is ex Hetruria obſervationis cauſa Bononiam ſe contulerat. Huic acceſſerunt Gregorius Caſalius, & Sebaſtianus Canterzanus, ſocio illo digni. Atque hi tres in inferiorem ſpeculæ partem ſe receperunt. Obſervatione deinde peracta, Zanottus omnia, quæcumque vel a ſe cum Matteuccio, vel a Friſio cum ſociis duobus obſervata fuerant, ſcripto quodam, nec ita longo, complexus eſt, quod cum Academia haud multo poſt communicavit. Id referam in opuſcula, ut rei memoria maneat apud poſteros.

Hic, ne muneri meo deeſſe videar, pauca colligam, quæ phyſicis potius, ſi paullo curioſiores ſint, quam aſtronomis ſatisfaciant; nam aſtronomi quidem, quos delectat ſubtilitas, opuſculum ipſum legant, volo, in quo Zanottus ſic omnia expoſuit, ut neque brevius exponi poſſint, neque, ſi perſpicuitatem quærimus, fortaſſe aliter. Ut ea colligam, quæ phyſico ſatis ſint; res ſic abiit. Obſervationem, quæ non niſi orto die inſtitui poterat, objectæ nubes ad dimidiam fere horam diſtulerunt. Diſiectis nubibus venus in ſole apparuit pulcherrima. Hic tum omnes teleſcopia intendere, ſitum veneris curſumque definire, notare tempora, nihil denique eorum prætermittere, quæ ad illam exſpectatiſſimi planetæ trajectionem pertinerent. Antequam ſe venus ſoli ſubduceret, horæ fere quatuor abierunt. Cum alii vero e ſuperiore loco, ut ſupra diximus, alii ex inferiore in rem eamdem ſtudium intenderent, non eadem omnes uſi ſunt methodo. Et illi quidem, qui infra ſubſederant, quod vererentur, ne quam ſibi refractiones luminis fallaciam facerent, exſpectare coacti ſunt, dum ſol altius aſcenderet; quare obſervationem paulo ſerius inierunt. Ceterum quamvis teleſcopia, quorum in illa obſervatione uſus fuit, nec ejuſdem longitudinis eſſent omnia, nec eodem modo inſtructa, mira tamen fuit obſervationum conſenſio. Quas poſtea Canterzanus, juvenis ſupra quam dici poteſt ingenioſus & diligens, in ſchema contulit, atque omnia ſic congruere animadvertit, ut calculos non deſideraverint.

Sed jam de nodis dicamus, quæ præcipua in planetis quæſtio eſſe ſolet. Etenim cum planetæ omnes, quæ communis aſtronomorum ſententia eſt, per plana totidem circa ſolem vertantur, illud accidit, ut in ſua quiſque converſione eclipticæ planum bis tranſeat, ſemel a ſeptemtrionibus deflectens ad meridiem, tum iterum a meridie deflectens ad ſeptemtriones. Ea vero puncta, in quibus hi fiunt tranſitus, planetæ nodi appellantur, deſcendens ille, in quo planeta ad meridiem tranſit, aſcendens, in quo ad ſeptemtriones. Neque vero dubium eſt, quin duo hi nodi duobus adverſis zodiaci punctis reſpondeant. Ita ſi punctum zodiaci cognoſcatur, quo nodus unus ſit referendus, ignorari punctum non poterit, quo referendus ſit alter. Zanottus cum veneris per ſolem labentis ſemitam omni, quo potuit, ſtudio notaviſſet, impoſitis tandem

calculis, nodum ejus deſcendentem ad primum fere & trigeſimum minutum retulit ultra decimum & quartum gradum ſagittarii. Aſcendens ergo nodus ad geminos ex adverſo ſpectabit.

Cognitis nodis proximum erat, ut etiam orbitæ inclinatio cognoſceretur. Etenim cum planeta quiſque convertatur, ut modo diximus, circa ſolem in plano quodam, quod eclipticæ planum ſecat, totam illius converſionis rationem ignorari neceſſe eſt, ſi angulus ignoretur, quem plana hæc duo faciunt. Is autem angulus inclinatio orbitæ appellatur. Zanottus cum omnia, quæ ad id pertinerent, in venere collegiſſet, eum, quem dixi, angulum invenit graduum non amplius trium adjectis minutis primis fere viginti. Sic orbitæ inclinationem conſtituit, exiguam illam quidem, ſed minime pro aſtronomorum ſubtilitate contemnendam.

Atque hæc quidem, quod iter ſit veneris circa ſolem, demonſtrant; nunc pauca dicamus, quæ venerem ipſam, qualis ſit, oſtendant. Sed ante omnia de apparente ejus diametro dicendum eſt, quam diametrum angulo illo metiuntur, quem lineæ duæ efficiunt, a ſpectatoris oculo ad duo veneris extrema puncta, eaque inter ſe oppoſita, perductæ. Zanotto hic angulus, cum venerem in ſole ſpectaret, minutum fere unum adæquare viſus eſt. Idem deinde calculi confirmarunt. Hæc ergo illi tum fuit apparens diametros veneris.

Jam vero ubi de veneris diſtantia conſtiterit, quæ non ex una obſervatione, ſed ex multarum comparatione duci debet, non apparens tantum diametros, ſed etiam vera innoteſcet; his ergo, qui minime dubitant, quin forma veneris vel ſit plane ſphærica, vel ad ſphæricam proxime accedat, vera diametro cognita, volumen quoque ejus & magnitudo cognoſcetur. Optandum erat, ut venus, planetarum aliorum exemplo, ſatellitem circumferret aliquem, qua de re, cum obſervationis tempus inſtaret, rumor inceſſerat neſcio qui. Fuiſſet id cum aſtronomis opportuniſſimum, tum vero phyſicis ad oblectandum otium aptiſſimum. Sic enim & maſſam veneris, & gravitatem cognoſcerent, & experimentorum, ſi qua ibi cadentium corporum fierent, exitum ſcire poſſent, & planetæ illius commentarios deſcribere. Sed fuit rumor de ſatellite incertus, ſine auctore; ut illum ne exſpectandum quidem, aut quærendum, Zanottus aliique exiſtimaverint.

Quando de veneris diametro diximus, non eſt de figura prætermittendum, quæ, ut adhuc incerta erat, omnium animos exſpectatione ſuſpenderat; videbatur enim fore, ut ea vel maxime ſe proderet, ſi venus contra ſolem ſpectaretur. Nemo quiſquam ignorat, quam libenter opinionem illam phyſici acceperint, ut putent, figuram terræ minime eſſe ſphæricam, ſed ellipticam, polis aliquantum compreſſis; quæ opinio multorum, ac præſertim Gallorum, difficillimis, longiſſimiſque itineribus eſt confirmata. Boſcovickus tamen, cum menſuras in italia ceperit, turbavit nonnihil; Caillius multo plus; qui ad caput bonæ ſpei in africam ſe contulit. Quamquam ne hi quidem, cum terræ figuram mutent, ſphæricam faciunt. Placeret ergo omnibus ne planetas quidem ſphæricos apparere, ut eſſet exemplum, unde argumentum de terra peti poſſet; jam enim terram planetarum ſimillimam eſſe judicant. Atqui venus ſpem fefellit, cum enim adverſus ſolem ſpectaretur, quod erat tempus ad formam ejus dignoſcendam aptiſſimum, ſic plane rotunda viſa eſt, ut, ſi oculorum judicio liceat fidere, dubitatio omnis ſublata eſſe videatur.

Neque eos minus fefellit venus, qui atmoſphæræ argumenta exſpectabant. Sunt enim multi, qui cum hanc, quam incolimus, terram craſſiori aere, & vaporibus quamplurimis obvolutam eſſe videant, ſi idem planetis accidat, in ſimilitudine delectentur, ſimplicitatemque naturæ collaudent, quod orbes omnes, qui circa ſolem volvi dicuntur, ejuſdem modi eſſe voluerit. Atqui ſi tempus ullum fuit, quo vapores ſe prodere circa venerem, & aer craſſior, debuerint, id certe fuit, cum ea in ſole ſpectaretur; oportebat enim illa aeris denſitate, & vaporum craſſitudine, quamplurimos ſolis radios intercipi, ut appareret circa venerem obſcuritas neſcio quæ. Tamen nulla apparuit, quamvis & qui ſpectabant viſu ſatis valerent, & oculos, quantum poſſent, intenderent, & eſſent in exſpectatione. Qui ergo atmoſphæram in venere ſibi fingunt, ingenio indulgent plus fortaſſe, quam oportet.

His adhuc ſcriptis, ecce tibi quæſtio oritur, haud illo digna, ut mihi quidem videtur, qui eam movit. Non eſt propter hominis famam prætermittenda. Pingreus, homo gallus, mathematicus in primis clarus & nobilis, cum hanc, quam Zanottus cum ſociis quibuſdam ſuis habuerat, obſerva-

va-

vationem legiſſet, erat jam enim emiſſa, nihili faciendam duxit; quod eam ſcilicet cum illa conferens, quam habuerat ipſe in Gallia, & ad calculos revocans, minime conſentientem invenerat.

Hunc quidem teleſcopia ipſa, ſi loqui poſſint, coarguant; nam cum ille teleſcopio longiori uſus ſit; Zanottus, ejuſque ſocii, teleſcopiis pluribus, nec eadem longitudine omnibus; homo comparandarum obſervationum cupidus ad illa ſtatim ſe vertit, quæ ſunt teleſcopio breviſſimo a Zanotto ſociiſque obſervata; quæ teleſcopiis longioribus, præterit; quaſi nihil in his comparationibus interſit, quæ teleſcopiorum longitudo ſit, idemque ſit a breviore, quod a longiore, poſtulandum. Et etiam de anticipatione quadam temporis queritur. Quis ignorat, in hoc etiam teleſcopiorum differentia quantum valeat? Quid ergo erat, cur Pingreus, teleſcopio uſus non brevi, eas deinde inter Zanotti ſociorumque obſervationes ad comparandum ſeligeret, quæ teleſcopio peractæ ſunt breviſſimo, pedes longo non amplius duos ſupra dimidium?

Atqui haſce obſervationes Zanottus ipſe quam pauci fecerit, ſatis ſuperque declaravit; quippe qui totum veneris iter colligens, & parallaxim quærens methodo a ſe tum primum excogitata & plane ſua, non has ſecutus eſt obſervationes, ſed alias, eas nempe, ad quas teleſcopio uſi fuerant pedum duorum ſupra viginti. Quo ſane docuit, & quæ ſibi ex illis obſervationibus potior eſſet, & quam debuiſſet Pingreus ad comparationem ſeligere.

Quid quod Pingrei ratio alio etiam nomine in magnam erroris ſuſpicionem cadit. Nam ille, cum ad id, quo maxime intendit, differentiam certam ponere opus habeat, quæ inter meridianos vel Lutetiæ, vel Bononiæ circulos intercedit, eam ponit, quæ minus tuta eſt. Minus certe tuta Zanotto & Canterzano viſa eſt, ad celeberrimorum Aſtronomorum obſervationes, certiſſimoſque calculos ſe referentibus. Hi ergo differentiam aliam ponunt, quam ſi ſequamur, omnis Pingrei cadat ratio. Neque vero eſt, cur differentiæ, quam Pingreus ponit, multum tribuamus, cui ne ipſe quidem ſatis fidit; quippe quod illam ſibi ſuſpectam eſſe poſt deinde oſtendit, eamque mutat, & prope jam ad illam accedit, quam Canterzanus probat & Zanottus. Quid ergo

hunc

hunc ſequamur, qui ſe ipſe non ſequitur? Sed jam de his ſatis multa. Epiſtolam, quam de re tota Canterzanus ad Saladinum ſuum ſcripſit, elegantem & doctam conjiciam in opuſcula.

Nonnulla indicantur ad aſtronomiam pertinentia.

ASTronomiæ tribuam, quæ nuper Rogerius Joſephus Boſcovickus e Societate Jeſu, mathematicus tota Europa clariſſimus de dioptrica tradidit recentiſſimis phyſicorum inventis perficienda. Si qui hæc phyſicæ tribui malint, non repugnabo; modo intelligant, fuiſſe hæc aſtronomiæ præſertim cauſa excogitata, nihilque in his fere agi, niſi ut teleſcopia perficiantur, quibus inſtrumentis jamdudum utitur aſtronomia tamquam ſuis. Neque aggrediar tamen Boſcovicki ſermonem referre; qui commodiſſime ſcriptus, legi ipſe poſtulat in opuſculis, neque in commentarios hos noſtros veniat, niſi invitus. Faciam nihilominus, ut quo ſpectet, paucis indicem; & ſumma quædam capita, quæ proſpici, ut ita dicam, longius poſſunt, oſtendam.

In teleſcopiis communibus duo inſident vitia; quorum unum Carteſius animadvertit, & emendare ſtuduit, nec potuit; alterum Nevtonus, qui illud ne emendare quidem ſtuduit, quippe nullam ſpem habens. Quæ illa ſint, dicamus. Ad ſummam teleſcopii perfectionem illud in primis requiritur, ut omnes radii, quotcumque ab uno eodemque objecti puncto proveniunt, & in lentem cadunt, ſic refringantur, ut, ubi ipſam trajecerint, in unum idemque punctum coeant. Id fieri non poſſe animadvertit Carteſius, ſi ſit lens ſphærica, ut eſſe ſolet. Alias ergo figuras philoſophus ſummus excogitavit, ad quas ſi lentes conformarentur, poſſent ſatisfacere. Carteſii ingenium vitrariorum vicit induſtriam; hi enim tales numquam lentes perficere potuerunt, quales Carteſius deſideraverat.

Nevtonus phyſicus longe omnium perſpicaciſſimus, cui lux videtur ſe totam aperuiſſe, animadvertit, unumquemque lucis radium radiolis componi innumerabilibus, varie coloratis,

tis, neque hos refringi æque omnes, ſed pro vario, quo afficiuntur, colore alios aliter; itaque non refringi ſolum, ſed etiam diſtrahi a ſe invicem. Ea re comperta facile ſenſit, hac etiam de cauſa fieri, ut provenientes ab uno objecti puncto radii, ubi lentem trajecerint, coire in unum punctum non poſſint; idque incommodum multo eſſe gravius, quam quod Carteſius emendare voluerat. Voluiſſet profecto Nevtonus pro diligentia ſua vitium, quod compererat, tollere; ſed cum duo in animum induxiſſet, eaque haberet, tamquam naturæ leges: diſtractionem radiorum eadem ubique ratione fieri: neque eam vitari poſſe, ubicumque refractio eſſet aliqua: ſpem abjecit; ſeque ad ſpecula conferens novum quoddam teleſcopiorum genus e catoptrica petivit, longe nobiliſſimum. Sic deſperans plus pene fecit, quam ſi id feciſſet, de quo deſperavit.

Poſt Nevtonum nemo phyſicus tentare quidquam audebat. Eulerus tamen, cum quæſtio prope jam derelicta obſoleviſſet, ad eam rediit, & ſperare aliquid viſus eſt; quippe anno milleſimo ſeptingenteſimo ſeptimo & quadrageſimo in Berolinenſis Academiæ Commentariis opuſculum edidit, in quo calculos nectens varios, & analogia neſcio qua ductus, conjecit, lentes utique poſſe fieri binis vitris aquam continentibus, in quibus non eſſet radiorum diſtractio metuenda. Formulas etiam adhibuit, quibus ſtatim cognoſceretur, quæ utrilibet vitro ſphæricitas conveniret, & quo modo eſſent ambo inter ſe componenda. Ingenioſiſſima excogitatio, Eulero digna. Sed Dollondus, artifex in Anglis doctiſſimus, clariſſimuſque, formulas non probavit, quarum cum periculum feciſſet, exitus non reſpondit; maluitque Nevtono adhærere, qui ſuas leges per experimenta probaret, quam Eulero, qui per calculos.

Inter hæc Clingeſtierna, geometra inter Svecos nobiliſſimus, commentatiunculam ſuam edidit, qua contendit, Nevtonum in hoc argumento non ſibi admodum conſentire; pugnare inter ſe aliquando duo illa, quæ ipſe tamquam perpetua ponit; videndum etiam atque etiam eſſe, quo id modo ſe habeat, locumque diligentius adhuc tractandum. Hæc per Clingeſtiernam ſubtiliter demonſtrata Dollondum commoverunt; qui dum rem totam ſecum ipſe perpendit, & experimenta capit alia atque alia, forte fortuna accidit, ut vitra

illi

illi duo in manus venerint, quæ dum experitur, comperit radiorum coloratorum diſtractionem non pariter in utroque fieri, majoremque in uno eſſe quam in altero proportione ad ſubducendos calculos commodiſſima. Ea re cognita facile intellexit homo acutiſſimus, priſmata & lentes ita ex his vitris conformari poſſe, ut, ſi apte jungerentur, ſic ſe mutuo radiorum refractiones compenſarent, ut nulla tandem eſſet diſtractio; habereturque, quod fieri non poſſe Nevtonus putaverat, refractio colorum expers. Quod ut re comprobaret, lentes illico ex iis, quæ dixi, vitris, quales ſibi in animo propoſuerat, confecit. Belliſſime reſponderunt. His deinde teleſcopia condidit, quorum unum cum Boſcovickus in Anglia vidiſſet, vix quidquam fieri perfectius poſſe judicavit. Sic Dollondus duobus adhibitis vitrorum generibus id vitium teleſcopiis ademit, quod illis e coloratorum radiorum diſtractione inſidebat.

Reliquum erat, ut illud etiam demeretur, quod forma parit; nam cum lentes vix aliam accipere formam poſſint, niſi ſphæricam, facit forma hæc, ut radii ab uno objecti puncto prodeuntes, vel ſi nulla fiat coloratorum diſtractio, nequaquam tamen poſſint omnes in unum punctum colligi. Huic malo ſuccurrit Clairautius, mathematicus gallus, ſummis adnumerandus. Speravit is, ut, ſi ſphæricitates diverſæ apte inter ſe componerentur, vitium, quod reliquum erat, tolleretur; neque id ſperavit ſolum, ſed etiam perfecit. Nam cum varios vitrorum modos, lentiumque genera quam varie jungi poſſent, ſecum ipſe perpendiſſet, atque omnia in formulas conjeciſſet, vitra undique perquiſivit, ſi qua eſſent in Gallia, quæ cum illis, quibus Dollondus utebatur, poſſent comparari. Quærenti fortuna non defuit. Vitra ergo, qualia ſibi optaverat, nactus, lentes Pariſiis fieri juſſit ad id, quod volebat, aptiſſimas, & teleſcopia confecit, quibus nihil eſt adhuc illuſtrius. Expoſuit deinde hæc omnia eleganti ſermone in Pariſienſis Academiæ Commentariis annorum, quinquageſimi ſexti, & quinquageſimi ſeptimi ſupra milleſimum ſeptingenteſimum. Modo, cum hæc ſcriberem, pro amicitia, quæ illi cum Boſcovicko intercedit, ei per litteras ſignificavit quoddam ſe vitri genus reperiſſe e Germania advectum, a quo radiorum coloratorum diſtractio duplo eſt major, quam quæ a vitris communibus eſſe ſolet; hac pro-

por-

portione miram iis formulis, quas ipſe tradiderat, ſimplicitatem addi.

Hæc Dollondi & Clairautii inventa. Dignus erat, qui his ſuccederet, Boſcovickus. Is ergo, in provinciam jam occupatam veniens, aggredi id voluit, quod erat reliquum, quodque eſt maxime in invento quovis deſiderandum; ut omnia nempe, quæcumque antea ſunt tradita, in unum colligantur, iiſque & brevitas addatur, & ſimplicitas. Id ille ſcilicet in recentiſſimo hoc invento mire præſtitit, ut jam videatur res tota ab eo magis petenda eſſe, qui illam illuſtravit, quam ab iis, qui invenerunt; id quod novum non eſt in pleriſque inventis recens editis. Sermonem ergo fecit doctiſſimum, quem qui attentius legerint aliorum ſermonibus non indigebunt. Opuſculis inſeram. Hoc ille Clairautii formulas complexus eſt elegantiſſimas, demonſtrationeſque formulis dignas; quippe hæ ſummam continent. Ac ne nihil de ſuo, præter brevitatem, ſimplicitatemque, addidiſſe videretur, deſcriptionem in extremo adjunxit inſtrumenti cujuſdam mirabilis, ac plane novi, quo facile cognoſcatur, quæ cuique vitro vis ſit ad radios vel refringendos, vel diſtrahendos. Hoc inſtrumentum, ut quod ſuum eſt, arbitratu ſuo appellavit, dixitque vitrometrum. Hyalometrum fortaſſe dixiſſet, ſi græcis auribus ſervire voluiſſet. Latinis maluit, & noſtris,

Paullus Friſius, e Clericis Regularibus S. Paulli, mathematicus in paucis profecto numerandus, aſtronomiam excolit, ac ne ipſe quidem diſcedit a phyſica; cœpit jam enim aſtronomia ipſa, ex quo virium centralium doctrina aucta eſt, phyſicam ſe dici velle, eamque cæleſtem. Sint ergo aſtronomi, quando ſic volunt, cæleſtes phyſici. In his cæleſtibus Friſii eluxit induſtria, qui ſermones duos ſcripſit, & ad Academiam detulit, medius fidius doctiſſimos, alterum de motu orbium planetarum, alterum de planetarum ipſorum accelerationibus retardationibuſque, omniaque e virium centralium legibus ſumma ingenii dexteritate petivit; quæ mihi numquam ſatis recte ſcribi videbuntur, ſi aliter ſcribantur, atque ab ipſo ſunt ſcripta. Utrumque ergo ſermonem referam in opuſcula.

Neque minus in opuſcula referam Euſtachii Zanotti ſermonem, perbrevem illum quidem, ſed minime contemnendum. Aſtronomis certe ſe utilem fore pollicetur. Paucis me

expediam; quippe res ipſa referri negat. Hæc ſumma eſt. Eo ſermone agit Zanottus de ſupputandis æquationibus in orbitis planetarum; methodum tradit facillimam, ſimpliciſſimamque; ac demum tabulam addit, ut ſi qui ſunt, quos exemplo quopiam confirmare oporteat, his etiam conſulat.

Atque, ut ad Friſium redeam, exſtabit etiam in opuſculis ſermo ejus elegantiſſimus, doctiſſimuſque, de inæqualitatibus motus vel terræ vel lunæ circa axem, ut aſtronomorum hypotheſes ferunt. Nec non ejus epiſtola ad Franciſcum Mariam Zanottum, humanitatis doctrinæque pleniſſima, qua de opere ſuper gravitatis legibus a ſe edendo cum Zanotto amice communicat.

Et quoniam res phyſicas ad aſtronomiæ commoda tranſferre cœpi, recenſebo hic etiam ſermonem Boſcovicki alterum, quo argumentum, quod ſermone primo tractaverat, ornare pergit; rationemque tradit, qua quivis lucis colores e priſmate ducti alii cum aliis jungi poſſint, duobus tribuſve adhibitis vitrorum generibus. Sermonem hunc etiam licebit legere in opuſculis.

Sed ad ea revertamur, quæ aſtronomiæ ſunt propria. Non eſt hic profecto reticendus Franciſci Mariæ Zanotti ſermo, quo ſermone homo minime aſtronomus bene de aſtronomia mereri voluit. Obſervationem in eo narrat, quam gallice ſcriptam mathematicus longe præſtantiſſimus de la Lande ad Academiam miſerat. Inæqualitatem ſcilicet in ſaturni converſionibus diligentiſſimus Gallus compererat plane mirabilem, quam explicare illi vix poſſint, quibus tanta eſt ab attractione felicitas. Id erit ſermonem Zanotti ipſum legentibus, quippe hunc etiam opuſculis adjiciam, manifeſtum. Sed jam commentariis his noſtris finem faciamus.

VINCENTII RICCATI.

Additamentum ad Epiſtolam de potentiarum æquivalentia.

FRANCISCO MARIÆ ZANOTTO

Bononienſis Scientiarum Inſtituti Præſidi

VINCENTIUS RICCATUS S. P. D.

QUum nuper accepiſſem tomos duos opuſculorum *Alemberti Geometræ maximi, incidi in tomi primi opuſculum quintum, quod inſcribitur:* Demonſtratio principii compoſitionis potentiarum. *Ut primum legere incepi, ſtatim cognovi, illud penitus convenire cum epiſtola mea, quam ante ſeptem aut octo annos in Academiæ conventu recitavi, & quæ duobus abhinc annis formis impreſſa eſt prodiitura in Academiæ tomo, qui, pace tua dicam, diutius fortaſſe, quam par eſt, deſideratur. Eam autem ita inſcripſi:* De æquivalentia potentiarum per principia metaphyſica demonſtrata. *Ambo demonſtrationem Danielis Bernoullii Viri Celeberrimi, quæ longos implicat, & difficiles calculos analyticos, per ſola geometriæ principia maxime ſimplicia perficimus. Hoc ſolum inter nos intereſt, quod quum ſeries demonſtrationis poſſit incipere cum ab angulo recto, tum ab angulo grad.* 120, *ego utramque perſequor; at Alembertus ſecunda ſerie contentus eſt, quæ numerum propoſitionum unitate minuit. Præterea Alembertus addit facilem, & elegantem demonſtrationem propoſitionis:* Si duarum potentiarum æqualium augetur angulus, minuitur æquivalens; *quam propoſitionem tamquam probationis non indigentem ego inter axiomata collocavi. In cæteris prorſus convenimus, quia aliqua præparationis diverſitas naturam demonſtrationis non mutat. Quocirca ſi res integra eſſet, epiſtolam meam in publicam lucem non amplius emitterem.*

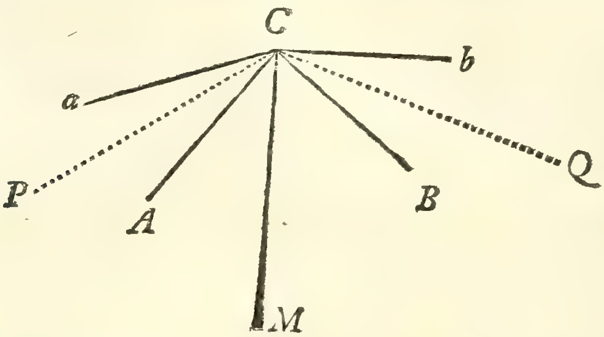
Quod nos ſynthetica methodo, id analytica duplici modo demonſtrat in ſecundo Taurinenſis Academiæ tomo Vir Doctiſſimus Eques Daviet de Foncenex. Primam demonſtrationem, quæ magis ſimplex, & univerſalis videtur, tametſi calculum integralem includat, placet hic paucis addere, ut palam fiat, utramque methodum ad veritatem pervenire. Præcipuam dumtaxat propoſitionem oſtendam, ex qua reliquæ facillime conſequuntur, quæ eſt hujuſmodi: Æquivalens duarum potentiarum æqualium quemcumque angulum efficientium, quæ ſine dubio angulum bifariam partitur, exprimitur per diametrum rhombi, cujus ipſæ ſunt latera.

Si æquales potentiæ, quarum quælibet $= a$, *coincidant ſeu angulum faciant nullum, ſcimus, æquivalentem* $= 2a$. *Si eædem faciant angulum infiniteſimum* $= \frac{2d\varphi}{r}$, *æquivalens minuetur, & fiet* $= 2a - \mu$. *Quantitas* μ, *per quam æquivalens decreſcit, non poteſt dependere niſi a con-*

 ſtan-

ſtante a, *&* *a ſemiangulo infiniteſimo* $\frac{d\phi}{r}$. *Ponatur itaque* $\mu = a.\left(\frac{k\,d\phi}{r}\right)^m$; *ſpecies* k, m *erunt deinceps determinandæ: ergo ſi potentiarum angulus* $= \frac{2\,d\phi}{r}$, *æquivalens erit* $= 2a - a.\left(\frac{k\,d\phi}{r}\right)^m$.

Potentiæ CA, CB, *ſingulæ* $= a$, *efficiant angulum* $ACB = \frac{2\phi}{r}$;



ducantur Ca, Cb *prioribus æquales efficientes angulos* ACa, $BCb = \frac{2\,d\phi}{r}$, *ut angulus* $aCb = \frac{2\phi + 4\,d\phi}{r}$. *Dividant* CP, CQ *bifariam angulos* ACa, BCb, *ut* $PCQ = \frac{2\phi + 2\,d\phi}{r}$. *Æquivalens potentiarum æqualium debet exprimi per potentiam ductam in functionem anguli, ſeu ſemianguli ab ipſis effecti; quæ functio exprimatur littera* F. *Quare* CM *æquivalens duabus* CA, CB *erit* $= a.F.\frac{\phi}{r}$, *& æquivalens duabus* Ca, Cb *erit* $= a.F.\frac{\phi + 2\,d\phi}{r}$: *ergo æquivalens quatuor* CA, CB, Ca, Cb *erit* $= a.F.\frac{\phi}{r} + a.F.\frac{\phi + 2\,d\phi}{r}$. CP *æquivalens duabus* CA, Ca *facientibus angulum* $= \frac{2\,d\phi}{r}$ *poſita eſt* $= 2a - a\left(\frac{k\,d\phi}{r}\right)^m$: *idem dic de* CQ *æquivalente duabus* CB, Cb. *Igitur quæ æquivalet duabus* CP, CQ, *ſeu quatuor* CA, CB, Ca, Cb *fiet* $= 2a - a\left(\frac{k\,d\phi}{r}\right)^m . F.\frac{\phi + d\phi}{r}$. *Igitur valebit æquatio* $F.\frac{\phi}{r} + F.\frac{\phi + 2\,d\phi}{r} = \overline{2 - \left(\frac{k\,d\phi}{r}\right)^m}\,.F.\frac{\phi + d\phi}{r}$.

Jam vero ponatur $F.\frac{\phi}{r} = y$; *erit* $F.\frac{\phi + d\phi}{r} = y' = y - dy$, *&* $F.\frac{\phi + 2\,d\phi}{r} = y'' = y' - dy' = y - 2\,dy + ddy$. *His valoribus ſubſtitutis æquatio in hanc convertitur* $y + y - 2\,dy + ddy = \overline{2 - \left(\frac{k\,d\phi}{r}\right)^m}$

$.y$

$\overline{.y - dy}$, *quæ deletis delendis in hanc mutatur* $ddy = -y.\left(\frac{kd\varphi}{r}\right)^m + dy\left(\frac{kd\varphi}{r}\right)^m$. *Quicumque ſit valor m, manifeſtum eſt, ultimum terminum reſpectu antecedentis minimum eſſe; ergo æquatio fit* $ddy = -y.\left(\frac{kd\varphi}{r}\right)^m$. *Quoniam* ddy *eſt in ſecundo infiniteſimorum ordine, in eodem debet eſſe* $d\varphi^m$; *ergo* $m = 2$; *ergo æquatio* $ddy + y.\left(\frac{kd\varphi}{r}\right)^2 = 0$. *Fac advertas, in hypotheſi* $\frac{\varphi}{r} = 0$, *eſſe* $\left(\frac{kd\varphi}{r}\right)^m = dy$: *ergo* $dy : \frac{d\varphi}{r}$ *in eadem hypotheſi erit in ratione minori quacumque data.*

Integratio completa æquationis inventæ eſt $y = A.\frac{Cc.k\varphi}{r} + B.\frac{Sc.k\varphi}{r}$. *Si fiat* $\varphi = 0$, *unde* $Sc.k\varphi = 0$, *&* $Cc.k\varphi = r$, *debet eſſe* $y = 2$; *ergo* $2 = A$. *Ad determinandam B differentia formulam integratam* $dy = A\frac{dCc.k\varphi}{r} + B\frac{dSc.k\varphi}{r} = -\frac{Akd\varphi Sc.k\varphi}{rr} + \frac{Bkd\varphi Cc.k\varphi}{rr}$; *ergo* $\frac{rdy}{d\varphi} = -\frac{AkSc.k\varphi}{r} + \frac{BkCc.k\varphi}{r}$; *ſed facto* $\varphi = 0$, *unde* $Sc.k\varphi = 0$, $Cc.k\varphi = r$, *debet eſſe ex probatis* $\frac{dy}{d\varphi} = 0$; *ergo* $0 = Bk$, *&* $B = 0$. *Igitur vera integralis eſt* $y = \frac{2.Cc.k\varphi}{r}$. *Tandem ſi* $\frac{\varphi}{r}$ *ſit rectus, &* $\frac{2\varphi}{r}$ *æqualis duobus rectis, debet* $y = 0$; *ergo* $\frac{Cc.k\varphi}{r} = 0$: *quæ æquatio vera eſſe non poteſt, niſi* $k = 1$, *quia anguli ſuperantes duos rectos ad rem non faciunt. Igitur æquivalens* $= \frac{2a.Cc.\varphi}{r}$, *ſeu diametro rhombi, cujus latus* $= a$. *Ex duabus demonſtrationibus analytica laudem ſibi vendicat brevitatis: at ſynthetica, quum innitatur principiis claris, & geometricis, videtur plurimum commendanda.*

Scriptor idem ingenioſiſſimus Daviet de Foncenex contendit demonſtrare per principia metaphyſica legem vectis, incipiens a propoſitione, ex qua reliquæ conſequuntur, nimirum Si duæ potentiæ *A*, *B* perpendiculares



vecti æquediſtent a fulcro *C*, eodem modo premunt hoc punctum, ac ſi utraque eidem eſſet applicata. *Hujuſcemodi utitur analyſi. Singulæ potentiæ ſint* $= a$, *diſtantiæ* $CA = CB = x$. *Patens eſt, preſſionem fulcri C unice dependere poſſe a potentiis* $= a$, *& a diſtantiis* $= x$: *quare generatim exprimetur per* $2a.F.x$. *Seca AD, BE æquales CA, CB, & quatuor concipiantur potentiæ in punctis D, E, C, C. Ex hypotheſi fulcrum C a quatuor potentiis patietur preſſionem* $= 2a + 2a.F.2x$. *Punctum A a duabus potentiis D, C ſuſtinet preſſionem* $= 2a.F.x$; *idem dic de puncto B: ergo ab his duabus fulcrum C ſuſtinebit preſſionem*

$=$

$= 4a . \overline{F.x}^2$: *ergo oritur æquatio* $1 + F . 2x = 2 . \overline{F.x}^2$.

Æquationem hanc, quæ in dubium nequit revocari, aſſerit Auctor, verificari non poſſe, niſi $F . x = F . 2x = 1$. *Sine dubio valor iſte æquationi ſatisfacit; ſed dubitari poteſt, utrum alii quoque ſatisfaciant. Negat Auctor, atque hoc facili calculo conſtare ſcribit. Sed quomodo calculus inſtituendus ſit, non percipio. Verum calculus oſtendere non poteſt, quod eſt alienum a veritate. Nam ſi fiat* $F . x = \frac{Ch . x}{r}$, & $F . 2x = \frac{Ch . 2x}{r}$, *inventa æquatio ſubſiſtet. Fit enim* $1 + \frac{Ch . 2x}{r} = 2 . \frac{\overline{Ch . x}^2}{rr}$, *ſeu* $r^2 + r Ch . 2x = 2 . \overline{Ch . x}^2$; *atqui* $r Ch . 2x = \overline{Ch . x}^2 + \overline{Sh . x}^2$; *ergo* $r^2 + \overline{Ch . x}^2 + \overline{Sh . x}^2 = 2 . \overline{Ch . x}^2$, *vel* $r^2 = \overline{Ch . x}^2 - \overline{Sh . x}^2$, *quæ æquatio ſemper, & univerſaliter vera eſt. Potuiſſem idipſum demonſtrare de* $F . x = \frac{Cc . x}{r}$, *in qua pariter verificatur æquatio inventa. Sed hæc functio perducit ad hypotheſim abſurdam, in qua preſſio puncti C, creſcente x, primum decreſceret, & evaderet = o, tum fieret negativa, deinde iterum tranſiens per o evaderet poſitiva, atque ita deinceps alternantibus potentiis poſitivis, & negativis. At* $F . x = \frac{Ch . x}{r}$ *ducit ad hypotheſim, in qua, creſcente x, augetur ſemper puncti C preſſio ita, ut, facta x infinita, ipſa quoque evadat infinita. Præter has utrum aliæ exiſtant functiones, quæ inventam æquationem ſervent, neſcio: ego certe nullam eſſe aliam, affirmare non auderem. Quæ quum ita ſint, lex vectium per principia metaphyſica nondum probata eſt.*

Hanc occaſionem nactus palam tibi, Vir Clariſſime, & omnibus facio, me non ſolum non ſcripſiſſe, ſed ne ſuſpicatum quidem fuiſſe, ex mea penu quidquam ſurripuiſſe Doctiſſimum Alembertum. Dum autem in ſecundo opuſculorum tomo dixi, blandiri me mihimetipſi, quod methodum, quam ego primum in Academia Bononienſi typis mandavi, ipſe deinde in Berolinenſi produxerit, illud me ſolum intellexiſſe profiteor, quod idem Alembertus in ſuorum opuſculorum tomo primo pag. 245 de Celeberrimo Eulero ſcribit. Non detraho, inquit, Eulero laudem hujuſce animadverſionis; ſed quoniam Magnus hic Geometra dignam judicavit, quam cum eruditis communicaret, reor, mihi reliquum eſſe jus obſervandi, in eamdem me primum incidiſſe.

De his omnibus certiorem te facere volui, Zanotte Ornatiſſime, rogans, ut breviſſimæ huic epiſtolæ in tomo, qui nondum lucem aſpexit, locum concedas, quo quiſque cognoſcere poſſit, quemadmodum res geſta fuerit. Valetudinem tuam liberalium artium, & Academiæ bono, jubeo, te curare diligenter.

Ex Collegio S. Luciæ X. Kal. Maji 1767.

ACADEMICORUM QUORUMDAM
OPUSCULA
VARIA.

ACADEMICORUM QUORUMDAM OPUSCULA *VARIA*.

JACOBI BARTHOLOMÆI BECCARII

De Lacte.

OPtabile in primis, & omnium commendatione digniſſimum ſemper habitum eſt genus illud philoſophandi, quod cum ſpecie utilitatis aliqua ſit conjunctum. Utilis vero præ ceteris, & fructuoſa cenſetur ea inveſtigatio, quæ circa res verſatur ad quotidianum vitæ uſum pertinentes. Quamvis enim nulla ſit cognitio, a qua emolumentum aliquod ſperari tandem non poſſit; attamen ea ſpes multo certior eſſe videtur, ac propior, ſi res, quas inveſtigandas ſuſcepimus, ad vitæ commoditatem jucunditatemque communi uſu fuerint jam comparatæ. Quod cum ſemper mihi fuerit alte animo impreſſum, non minimam partem chemicorum laborum in hæc potiſſimum conſumpſi, quæ mortalium ſuſtentamento, & ſalubritati provida natura conceſſit. Itaque multa, quæ ciborum cauſa ſumuntur, aut quæ humanæ valetudini præſidio ſunt, aut etiam ſolatio & oblectamento, examinare, nec indiligenter, ut puto, conatus ſum. Frumentum ergo, jurium varia genera, eaque in primis, quibus Medici ad ſuas curationes frequentius utuntur, vinorum diverſæ naturæ, & alia ejuſmodi pars magna fuerunt mearum diſquiſitionum. Præclare autem mecum eſſe actum exiſtimavi, quod ſtudia hæc probatiſſimis viris probata fuerint. Siquidem non defuerunt inter ipſos, qui ad celebres illas de victu, ut ajunt,

Pythagorico quæſtiones dirimendas obſervationes meas de duplici frumenti parte glutinoſa, & amylacea plurimum conferre poſſe cenſuerunt. Pujatus vero illuſtris apud Patavinos Profeſſor has ipſas duas partes ad eam conſiderationem tranſtulit, quæ in optimo victu febricitantibus conſtituendo verſatur. Carnium quoque jura, poſtquam de ipſorum diverſis facultatibus multa diſſerui, non ſine delectu a Medicis præſcribi cæperunt, cum antea promiſcuus nonnullorum ſaltem uſus eſſet, & alterum alteri ſubſtitueretur, quod uno genere contineri omnia, & iiſdem viribus pollere crederentur. Nobis igitur placere noſtra cæperunt poſtquam præclariſſimis viris placuerunt. Propterea factum eſt, ut ejuſmodi ſtudia tam fauſtis auſpiciis ſuſcepta deinceps non omnino dimiſerim. Nempe mihi perſuaſum fuit novæ huic induſtriæ fructum aliquem non eſſe defuturum; ſaltem novis iſtis laboribus alterutrum eventurum eſſe, ut vetera inventa illuſtrarentur magis, aut novis etiam acceſſionibus auctiora fierent. Neque optato ſucceſſu caruit hæc mea cogitatio. Quemadmodum enim in triticea farina, quæ vegetabilis indolis tota eſſe credebatur, duas partes inveneram, quarum altera vegetabilis quidem, altera vero animalis eſſet naturæ, ita in lacte, cujus pariter indoles tota penitus ad vegetabilem naturam pertinere cenſebatur, nonnihil ineſſe animalis ſubſtantiæ comperi, quæ ſagaciſſimorum chymicorum accuratiſſimas inveſtigationes effugerat. Boerahavius certe, qui multum induſtriæ ac diligentiæ poſuit in lacte examinando, pronunciare non dubitavit, lac bubulum, in quo ſe potiſſimum exercuit, nec acidi quidquam habere, nec alcali, vix ſalſum eſſe, nec ſpiritus ullos deſtillando fundere. Lac enim recentiſſime mulctum, admixto alcali ſive fixo, ſive volatili, aut affuſo acido quovis, non effereſcere, quod contrarii ſalis præſentiam teſtaretur, ſed tantummodo perturbari, & aliquatenus ſpiſſeſcere. Similiter ex lacte per vitrea puriſſimaque vaſa deſtillante aquoſum liquorem aſcendere comperit, qui nihil haberet cum fermentatis vegetantium ſpiritibus comune, qui neque alcali, neque acidum ullum admiſtis oppoſitis ſalibus exhiberet, qui demum ſalini cujuſcunque imaginem præſeferret ſive olfactu, ſive guſtatu, ſive inſtillatione in oculos facta, & inde orta mordicatione percipiendum. Sed neque in maſſa poſt abſolutam deſtillationem in cucurbita remanente aliquid latuiſſe, quod acidæ,

aut

aut alcalicæ indolis eſſet, exiſtimavit, hac præcipue ratione ductus quod eam maſſam pinguem, dulcem, & linguam grato ſapore delinientem inveniſſet. Atque hic ſubſtitit in lacte reſolvendo Boerahavii diligentia. Neque enim maſſam nunc memoratam ulteriori perſcrutationi commiſit, & ſpiſſamentum acidorum alcalicorumque ſalium admiſtione ortum intactum reliquit. Aliquanto longius in perſcrutando lacte progreſſus eſt chymicus Gallus pariſienſis Academiæ ſodalis Macquerus. Is lacti ſpatium dedit, ut ante in tres illas vulgo notiſſimas partes ſecederet, butyrum, caſeum, & ſerum. Singulas, ut moris eſt, diſtillatione reſolvit. Principia, in quæ reſolutæ ſunt, exquiſite, & ſolerter examinavit. Summa obſervationum fuit: nihil ſalis in tota lactea materie inventum eſt, quod in acidorum claſſem non eſſet referendum; nihil quod volatilis alcali vel leve indicium daret. Quæ obſervationes quantum a noſtris diſtent, cum ejus maſſæ, quæ a ſimplici lactis deſtillatione remanet, tum caſei reſolutio demonſtrabit. Materiem a lactis deſtillatione reſiduam cum Boerahavius non attigiſſet, rem minime inutilem exiſtimavimus nos eſſe facturos, ſi eam deſtillationis experimento ſubjiceremus. Non enim pro inutili habendus eſt labor ille, quem necdum quiſpiam ſuſceperit, & ad utilis ſtudii complementum, & perfectionem conferre aliquid poſſit. Macquerus certe lactis notitiam haberi non poſſe perfectam exiſtimavit niſi butyri, & caſei reſolutio inſtitueretur, quæ duo præcedentium Scriptorum obſervationem effugerant. Serum vero examinare non eſt aggreſſus, quod ejus analyſim a Godofredo ſodali ſuo ante aliquot annos perdiligenter factam, & in monumenta Regiæ Academiæ relatam, exactiſſimeque deſcriptam inveniſſet. Itaque, ut ad propoſitum redeamus, operam noſtram in iis rebus examinandis Macqueri exemplo inſtituimus, quarum obſervatio a Scriptoribus, qui nos in ſuſcepto lactis reſolvendi ſtudio præceſſerunt, fuiſſet prætermiſſa.

Noſtrorum igitur experimentorum initium cepimus a maſſa illa, quam a lactis deſtillatione reſiduam eſſe diximus, pingui, dulci, ſapore gratiſſima. Hanc porro e cucurbita, in qua reſederat, in retortum vas luto munitum tranſtulimus. Duæ tantummodo huius vaſis tertiæ partes repletæ ſunt. Aptato ad ejus collum, & rite agglutinato excipulo ſimiliter vitreo, & ſatis capaci, retortum vas in furno locavimus, &

incluſam in eo materiam calore primum leni, deinde paulatim, atque, ut ajunt, per gradus aucto urgere cæpimus. Exiit primum aquoſus liquor, & limpidiſſimus, inſipidus omnino. Hunc ſecutus eſt alter coloris nonnihil citrini, aciduli ſaporis, odoris etiam acidum ſpirantis. Tertius multo coloratior fuit, atque acidior; omnium vero maxime quartus. Color omnis & omnis ejus varietas ab admiſtione olei ortum habuit, quod cum acidis liquoribus una exiit. Oleum autem iſtud tenue initio fuit, leve admodum, & citrini coloris; dein ſpiſſeſcere magis magiſque cæpit, atque impenſius colorari; tandem ſumme denſum fieri, atrum, & empyreuma graviter olens. Poſt hæc omnis fere deſtillatio ceſſare viſa eſt. Quare calorem intendi, ac fortaſſe ad ſummam vehementiam deduci oportere admoniti ſumus, ſi quid adhuc ex aduſta maſſa prolicere vellemus. Enim vero igne aucto vapores albi e retorto vaſe prodire cæperunt, & intra excipuli cavum circumagi, & partim in liquorem denſari, partim vaſis parietibus adhæreſcere ramorum elegantiſſimam imaginem efformantes. Interea denſiſſimum, & fœtidiſſimum oleum ſubjecto liquori ſupernatare viſum eſt, quod finem operi fecit. Relictus eſt in vaſis fundo ſicciſſimus carbo, atque nigerrimus.

Hæc circa maſſam, quæ poſt lactis deſtillationem remanſerat, peracta ſunt. Tranſitus inde ad ſerum factus eſt. Hujus certa quantitas in amplum vas, & patuli oris infuſa eſt. Blandiſſimus calor deinceps adhibitus, ut leniſſime aquoſus humor evaporaret. Atque, ut comodius & ſine ambuſtionis metu id fieret, lignea ſpatula liquorem agitare non deſtitimus. Humore omni, qui blando ejuſmodi calore abigi potuit, exhalato, maſſa quædam in vaſis fundo ſuper fuit, quæ a nonnullis ſaccharum lactis nominatur, appellatione ſcilicet a dulci ſapore ducta, quo ſaccharum æmulari videtur Saccharum igitur iſtud in vas retortum immiſimus, tertia tantum ejus parte repleta, ne forte inter deſtillandum tumeſcens materia per vaſis collum in excipulum deflueret, & liquorem per deſtillationem ibi collectum inquinaret. Igne leniter, ac per gradus adminiſtrato, quemadmodum in præcedenti operatione factum eſt, aquoſus primum liquor prodiit, quem alii deinceps colorati, & acidi ſecuti ſunt, eodem plane ordine, quem ante deſcripſimus cum de lactis reſiduo ſimili ratione tractato

to ageremus. Neque vero diſſimilis fuit præſentis analyſis finis. Poſtquam enim ceſſare a deſtillando viſi ſunt acidi iſti liquores, noſque de intendendo igne admoniti ſumus, auctis caloris gradibus, erumpere vapores albi cæperunt, qui tandem in liquorem ſalinum, acrem, & penetrantis odoris abierunt, craſſo, nigricante, ac fætente oleo comitati.

Hactenus enarratæ analyſes altera totius lactis, altera ſeri, minime dubitare nos ſinunt & lac integrum, & ſerum ab eo jam ſeparatum alcalici volatilis ſalis vim aliquam, eamque non modicam, in ſe recondere. Namque in primo ſatis manifeſtam ſe præbuit ramoſa illa, & concreta ſpecie, qua excipuli cavum adeo eleganter ornavit. In altero autem non obſcura de ſe indicia dedit tum albis illis vaporibus, qui per ſummam ignis vehementiam e vaſis retorti collo erumpere viſi ſunt, ac per excipulum circum volitare, tum collecti liquoris penetrantiſſimo odore, tum demum ceteris notis quas cum præcedentis deſtillationis poſtremo liquore communes habuit.

Verum his ſolis indiciis contenti ſatis non fuimus. Placuit rem omnem certiſſimis experimentis confirmare. Itaque liquores omnes ante memoratos, tum eos videlicet, qui ſub primis deſtillationibus, tum qui ſub extrema ignis tortura prodierunt, novis periculis tentavimus, ut naturam quiſque ſuam luculentiſſime patefacerent. Illi ergo cum alcalicis ſalibus mixti notabiliter efferbuerunt, & ſyrupi violarum cæruleum colorem mutarunt in rubrum, quæ duo ad acidam indolem ſignificandam ſatis fuiſſent, niſi eam plane manifeſtam ſapor ipſe jam feciſſet. Hi vero cum acidis in fervorem acti ſunt, violarum ſyrupo virorem amæniſſimum induxerunt, Mercurium denique ſublimatum ex aqua, in qua ſolutus fuerat, candidiſſimi pulveris forma præcipitavit. Porro hæc alcalini ſalis, ejuſque volatilis, præſentiam ita declarant, ut ſi quis hæreret adhuc in ea definienda, is rerum chemicarum rudem ſe omnino, atque imperitum oſtenderet.

Lac ergo, & liquida ejus pars ſerum alcalicio volatili ſale fœta cum ſint, præſumi non ſine ratione poterat etiam caſeum, denſam, & concretam lactis partem, ejuſmodi ſale non eſſe deſtitutum, contra quam a ſupra memoratis Scriptoribus traditum fuit. Verum tantorum virorum aſſertis, immo potius obſervationibus non conjecturas ſolum ab Analogia du-

ductas, ſed obſervationes item, & facta opponenda eſſe judicavimus. Quapropter ad experimenta devenire decrevimus. De quibus adornandis dum cogitaremus, animum ſubiit glutinis cujuſdam recordatio, quod e caſeo conficitur, & fabris lignariis cognitum eſt immo etiam uſitatum; par enim ſibi aliud non habet ad lignea opera firmiſſime conglutinanda. Hujus autem recordatio memoriam in nobis alterius glutinis excitavit, cujus mentio facta eſt initio ſermonis hujus, quodque ex triticea farina certa ratione ſubacta paratur. Triticeum hoc gluten poſtquam ab omni amylo ſecretum eſt, tantum a vegetabili natura diſtare compertum eſt, quantum animalis quævis materia. Quemadmodum enim animantium partes omnes firmæ, omnes item humores, ſi lac ſolum excipiatur, magnam ſalis alcalici volatilis, & olei a vegetantium oleis peculiari fætore diſtinguendi copiam fundunt, ita quoque frumentarium iſtud gluten in ſimilia elementa reſolvitur univerſum. Idem ergo de caſei glutine augurati ſumus; quo factum eſt, ut ad ipſum potius quam ad caſeum experimenta noſtra converteremus. Itaque glutine hocce ſemiſicco, & in fruſtula conciſo repletum eſt vas retortum fere ad collum uſque. Aptatum eſt excipulum juſtæ capacitatis; vas retortum furno impoſitum eſt; ignis adminiſtratus, ut in præcedentibus deſtillationibus, initio lenis, dein gradatim intenſior, ad extremum vehementiſſimus. Stillavit primum liquor pene limpidus, excolor, & gluten ipſum nonnihil olens, caſeum etiam ſubobſcure. Secutus eſt turbidulus alius liquor, atque ob admiſtum ſubtilius oleum lacteolus, penetranti odore nares feriens, quemadmodum alcalici volatiles ſales faciunt, urinoſi vulgo nominati. Cœpit deinde vaporibus excipulum repleri, atque obnubilari. Horum magna pars excipuli parietes ſalis concreti forma obduxerunt, reliqui ſoluti ſunt in liquorem acrem, penetrabilem, ſpiritibus alcalinis ex animantium partibus ſtillantibus quam ſimillimum. Exiit cum his omnibus aduſtum oleum, quod uſque & uſque craſſius, & nigrius factum opus univerſum terminavit. Sicciſſima, & ſumme aduſta maſſa in vaſe retorto inventa eſt. Id autem notabile in hac operatione fuit, nihil apparuiſſe in toto ejus progreſſu, quod ad ſalium acidorum genus referri ullo modo poſſet. Ab ipſo initio uſque ad extremum finem quidquid elicitum eſt, alcalinam indolem, & volatilem quidem præferre

ferre viſum eſt. Quod porro mirabile, nec immerito, videri poteſt conſiderantibus, gluten, de quo experimentum captum eſt, ex caſeo prodiiſſe, a quo nihil obtinuit Macquerus, quod acidum non eſſet. Multo autem magis admiratio creſcet, ſi conſideretur quam levi artificio gluten iſtud ex caſeo extrahatur. Sola caſei coctura, ſolo excoctæ maſſæ preſſu, ejuſdem ſola compactione totum opus continetur. Atqui coctura, preſſus, compactio, & quodvis aliud ejuſmodi, opus ſunt omnino mechanicum, quo certe compoſitorum corporum miſtio non mutatur, ſive componentium elementorum numerum augendo vel minuendo, ſive proportionem variando. Solus poſitus, ſolus ordo, adunatio ſola miſtarum molecularum, ex quibus totius corporis compoſitio reſultat, ſola hæc mechanicis illis actionibus mutari poſſe videntur. Itaque cogitandum eſt, dum gluten conficitur, eas moleculas adunari, atque in ejus compoſitionem venire, quæ paratæ jam ſint atque diſpoſitæ ad ignis actionem eam ſuſcipiendam, per quam earum elementa concurrant in ſalis alcalici volatilis formationem. Etenim ejuſmodi ſales ſuam tantummodo materiem habent in miſto, formam vero ſuam igni omnino debent. Atque hoc illud eſt, quod vulgo de ſalibus quibuſcunque alcalicis dicitur, eos non formaliter in miſtis, ſed materialiter ſolum exiſtere.

At vero hic alia quæſtio incidere poteſt, an ejuſmodi materia, e qua volatiles alcalici ſales ignis ope tandem exſurgunt, ita ſit in miſto corpore determinata, & certa quantitate definita, ut nec augeri, nec minui mechanicis artificiis poſſit; an potius contrarium ſit ſtatuendum. Ad hanc porro quæſtionem diſſolvendam nihil mihi præſto eſſe fateor, quod accurato rerum harum indagatori ſatisfacere poſſit, ſi præſertim de caſei glutine res agatur. At de frumenti glutine hoc fidenter poſſum aſſerere, certam ejus & determinatam copiam in certa item, & determinata farinæ contineri; quæ porro in eodem tritici genere non mutetur, quicunque tandem modius in conficiendo glutine adhibeatur. Hanc obſervationem incomparabili ſodalis noſtri Jacobi Zanonii diligentiæ, ac dexteritati debemus. Diverſa tritici genera homo accuratiſſimus examinavit. Ex eodem genere eamdem conſtanter glutinis quantitatem, ex diverſis diverſam eduxit. Maxima fuit, quam frumentum illud largitum eſt, quod noſtris *Marzolino* appel-

appellatur; minimam triticum dedit, quod vulgo *acciarino* dicitur; mediam commune. Farinæ ad ejuſmodi experimenta æquali pondere adhibitæ ſunt omnes, unciarum ſcilicet trium. Primum autem farinæ genus decem glutinis drachmas dedit; alterum quinque, tertium octo. At ſi Zea inter frumenta numerari debeat, ea poſt triticum *Marzolino* dictum glutinis ditiſſima reputanda erit. Namque ex ejus unciis tribus drachmæ novem cum dimidia obtentæ fuerunt.

Huic argumento ex conſtanti glutinis quantitate ducto aliud quodpiam meo quidem judicio non minus validum addi poteſt. Ex eo autem id ſumi poſſe exiſtimo, quod glutinis materies certis rebus obtemperet, quæ definitam habeant ſolvendi vim, & certis tantummodo corporibus accommodatam. Etenim ſi triticeæ farinæ vitellus ovi admiſceatur, utrumque autem manibus bene depſetur; convenienti aquæ vi addita, nihil glutinis inde obtinebitur, ſolutis videlicet a vitello ejus componentibus partibus, quæ una cum amylo elabuntur ad fundum vaſis, in quo hæc omnia elutriantur. Idem quoque continget, ſi amygdalarum, pinearum, piſtaciorum, & ſimilium ſeminum pulpa cum paſta, e qua eliciendum ſit gluten, miſceatur. Hujus enim materies omnis e manibus hominis paſtam ſubigentis effluet eliquata, & cum decidente amylo confuſa. Verum de his hodierno die ſatis. Cetera, quæ nobis circa hæc ſuperſunt dicenda, & quorum ſubſidio tum lactis, tum frumenti, tum aliorum quorundam vegetabilium ſpecialior natura, tum ſalium alcalicorum ex iis ortus, tum quorundam in animalium corporibus liquorum mutatio illuſtrari poſſe videntur; hæc, inquam, omnia opportuniorem in poſterum nobis dabunt, ſi Deus optimus maximus opem tulerit, philoſophandi, & diſſerendi occaſionem.

FRAN-

FRANCISCI BIBIENÆ

Spicilegium de Bombyce.

Caput I.

De ſerico humore.

CUm alii bombycibus exitiales ſunt morbi, tum ille inprimis, quo hujuſmodi animalculorum corpora ſic contrahuntur, rugoſa fiunt, & obdureſcunt, ut partim colore, partim duritie, univerſa demum extrinſeca forma in lapideam quaſi naturam, ſive in calcis, aut gypſi concrementum quodpiam converſa eſſe primo aſpectu videantur. Hæc tanta mutatio ſæpe hominum non modo vulgarium, ſed politiorum etiam admirationem commovit. Immo non defuerunt qui crederent, rem omnem extra naturæ ordinem, & ſingulari quadam ſupremi numinis indignatione, quaſi oſtentum quoddam accidiſſe. Id ipſum equidem aliquot ante annos miratus ſum, cum nonnullos hujuſmodi bombyces ex Cremonenſi agro allatos primum inſpexi; poſtea vero multos vidi, qui anno 1749 ab hoc ipſo noſtro Bononienſi agro mihi redditi ſunt.

Non id quidem cauſæ alicui ſupra naturam poſitæ tribuendum eſſe exiſtimavi; ſed tamen inuſitatum quidpiam, & ulteriore ſtudio inveſtigandum mihi viſus ſum in mutatione iſta agnoviſſe. Cumque animum ad ejuſmodi inveſtigationem applicuiſſem, forte accidit, ut clariſſimi Viri Antonii Valliſnerii ſcripta pervolutanti occurrerit diſſertatio ejus quædam in qua & factum narratur, & cauſsa depromitur a rerum natura, unde morbi hujus ſeries univerſa aptiſſime deducatur.

Quæ porro cauſa, etſi vero ſimillima eſt, atque ex ipſis principiis viventia ipſa conſtituentibus ducta; locum tamen dare viſa eſt novis ſtudiis, quibus non modo confirmari (quo tamen minime opus eſse intelligebam poſt tanti viri conatus); ſed aliis etiam obſervationibus poſſet illuſtrari, quæ ſi

nihil aliud, hoc ſaltem efficerent, ut præſidia invenirentur aliqua huic bombycis morbo opportuniora. Conſtitui ergo interiorem animalculorum iſtorum ſtructuram diligenter, quantum in me erat, ſcrutari. In quo ſummos iſtarum rerum indagatores, Malpighium in primis & Reaumurium duces mihi, & præmonſtratores delegi. Neque aliter incedendum eſſe putavi homini, qui vellet in morbum, ideſt in partium, & humorum a naturali ſtatu aberrationem inquirere. Morboſi enim ſtatus cognitio ab ejus, qui ſecundum naturam eſt, cognitione omnino eſt repetenda. Factum eſt autem, ut inſecti hujus viſcera, & partes magis abſconditas curioſius perluſtrans, propoſiti mei pene oblitus fuerim. Multa quippe in horum animantium organis deprehendi a ſapientiſſima natura fabrefacta, quæ ſenſim me a morbi, cujus gratia labor hic omnis ſuſceptus fuerat, conſideratione abduxerunt. Hæc dilucide, quoad potero, accurate certe vobis, Sodales ornatiſſimi, proponam, cætera, quæ ad morbum pertinent alio tempore, cum occaſio dabitur, enarraturus.

Diſſectis itaque ſecundum longitudinem bombycis jam adulti tegumentis, apertoque ventre, id quod primum occurrit, ſunt vaſa, quæ materiam continent, ſeu mavis humorem, aut ſuccum ſericis ſtaminibus formandis comparatum. Occupant hæc magnam partem ventris; inde ad poſteriora minutis flexibus producuntur, efformantque canales binos perfecte ſimiles, quorum unuſquiſque duos habet terminos, unum quidem, eumque exiguum ad oris confinia in *b. b.* (*fig.* 2.), alterum vero in partibus inferioribus, ideſt in *e. e.*, qui Malpighio cæcus eſt. Canales iſtos ſericam materiam continentes ſi quis diſtincte conſpicere, atque a cæteris partibus ſejunctos habere deſideret, id commode faciet animal integrum ante in vini ſpiritu per diem unum, vel alterum macerando. Sic Reaumurius præcepit. Hac ratione ex diſſecto animali facile canales educentur, contrectationi reſiſtent, ſeque explicari patientur, ut omnes eorum partes obſervatoris oculis ſubjiciantur. Hoc mihi ſemel atque iterum, ac ſæpius jucundum ſpectaculum fuit.

Partes iſtas in duas licebit diſtinguere, quamvis unum, & continuum ductum efficiant. Altera ex his partibus eſt portio canalis præ altera gracilis, incipiens a cæco illo Malpighiano termino, atque in varios gyros, ſive cincinnos contorta

torta. *d. d. d.* Similitudo aliqua eſt cum animalium inteſtinis in gyros circumvolutis, & vero inteſtinula a Malpighio non ſemel nominantur. Sequitur hæc inteſtinula pars altera canalis, quæ ſenſim aucta flectitur, poſt primum flexum augetur adhuc, dum ſummam capacitatem habeat *c. c. c. c.*, inde iterum flectitur contendens ad alterum extremum, quod ad os ſitum eſſe diximus; ad quod extremum quo magis accedit, eo magis extenuatur. Memoratæ canalium partes non ſolum tenuitate differunt, ſed etiam colore, ut infra demonſtrabitur.

Docent ergo clariſſimi viri, quos hactenus ſequutus ſum, liquorem his canalibus concluſum nihil aliud eſſe, niſi ſuccum quendam viſcidum, glutinoſum ad inſtar gummi, ut ait Reaumurius, quod mollitum fuerit ad ſyrupi denſioris, vel paſtæ mollis denſitatem. Ejus color partim aureus, partim flavus quidem, ſed pallidior, partim denique ſubalbus diverſo modo in diverſis canalium portionibus diſtribuitur pro varia componendi folliculi textura, & qualitate. Notavit Malpighius eum ſuccum nec aqua elixatum ſolvi, nec igne liqueſcere. Aliqua tamen in aqua ſolutio fieri viſa eſt Reaumurio, ſi humor ipſe ſuis adhuc canaliculis incluſus digitis aliquantum contrectetur. Verum imperfecta eſt, eodem fatente, ejuſmodi ſolutio. Quanquam enim aqua ex contrectato humore flaveſcit, turbida tamen efficitur, multumque amittit ſuæ perſpicuitatis; quod ſane argumento eſt, ſolutionem hanc minime perfectam eſſe. Qualis tamen cunque ſit, illud ſaltem oſtendit, humorem illum gummoſæ indolis eſſe, non reſinoſæ; cum rerum gummoſarum ſit in aqua, non vero in oleoſis liquoribus, diſſolvi. Revera canales iſti, eodem obſervante Reaumurio, in vini ſpiritum, atque in alia oleoſa ſolventia immiſſi non modo nihil, quod vere ſolutum dici poſſet, exhibuerunt, ſed potius indureſcere, atque coagulari viſi ſunt.

Multa demum animadvertit in eam rem vir ingenioſiſſimus, quæ phyſici admirentur. Statim enim ac e corpore inſecti exit liquor in ſerica fila diductus, promptiſſime ſiccatur; ſiccatus vero flexibilitatem eam retinet, quam fruſtra in aliis tenacibus corporibus, dum exſiccantur, requiras. Præterea nec a calore quidquam patitur, nec ab humoris attactu. Has dotes ſi aliud quodpiam gummi haberet, profecto elegantiſſimæ vernici materiem præberet aptiſſimam. Eos pro-

pterea, qui artium perficiendarum ſtudio tenentur, etiam atque etiam hortatur Reaumurius, ut in hac ſerici materia, & aliis eidem affinibus examinandis operam ſuam, atque induſtriam locare non recuſent. Sperari enim poſſe, ut gummi aliquod ſive in vilioribus erucis, ſive in aliis corporibus inveniatur, quod ſi minus in fila duci poſſit ſericorum elegantiam æmulantia, vel fruſtra adhuc quæſitam in bombycino glutine vernicem ſuppeditet, at certe qualitatibus ſuis ad illius præclaras dotes accedere aliquo modo exiſtimetur.

His ergo tanti viri adhortationibus non potuit animus meus jam ad hæc ſtudia propenſus non magnopere ad progreſſus incitari. Principio autem clariſſimorum virorum, qui me in ejuſmodi labore præceſſerunt, tentamina repetere mihi propoſui, ut tutior eſſet ab his quaſi primis gradibus ad novas inveſtigationes progreſſio. Exordium ergo a ſimplicioribus ſumens, aquam, liquorem omnium ſimpliciſſimum, & macerationem, artificium videlicet non minus ſimplex, adhibere ante cætera conſtitui. Quum igitur canales ſericum gummi continentes in aquam infudiſſem, illud mihi contigit obſervare, gluten illud ſponte, ac paullatim e membranulis ſuis exire, via ſibi facta per eas præſertim canalium particulas, quæ læſæ nonnihil fuerant, dum ab inſecti corpore extrahebantur. Videbatur ergo ſerica materies turgidior facta ex iis locis exitum ſibi quærere, quæ minus ipſi reſiſterent. Sæpe autem ita promptus eſt ejuſmodi exitus, ut vix aliquot minuta ſecunda expectet; plerumque tamen intra horam integre abſolvi obſervatur. Interea vero dum viam ſibi parat glutinoſus hic ſuccus, membranæ ad aquæ ſuperficiem elevantur; ipſe autem ſuſpenſus aliquandiu manens figuram retinet fere cylindricam, eam videlicet, quam ante habebat, cum ſuis involucris adhuc reconderetur.

Dum hæc in ſerica materie obſervabam, duas in ea portiones contigit animadvertere, quas Auctores non ſatis diſtincte videntur deſignaſſe. Harum altera colorata eſt, altera vero perſpicua omnino, & cryſtallina. Has ita deprehendi. Cum e ſuis membranis gluten illud exiret, perſæpe accidit, ut coloratæ portionis particulas quaſdam relinqueret interioribus parietibus adhærentes; quaſdam vero alias ſecum ferret, quæ convexam cryſtallinæ perſpicuæque portionis ſuperficiem obducerent. Cryſtallina portio, quæ interior eſt, mole, ac craſ-

craſſitudine multo major eſt, quam colorata, ſiquidem hæc quaſi tenue quoddam velum alteram extrinſecus tegit. Neque me quiſquam arrogantiæ inſimulet, quod dixerim, Auctores non ſatis diſtincte has duas portiones deſignaſſe. Nam Leeuvenoechius exterioris quidem ab interiore parte ſeparationem a ſe factam, & illius colorem luteum commemorat, ſed nihil addit præterea de interiore iſta, ejuſque perſpicuitate, qua præcipue ab illa diſtinguitur. In ea ſcilicet Epiſtola, quam ad Carolum Haſſiæ Landgravium ſcripſit, de his ipſis canalibus verba faciens, *organa*, inquit, *ſeu potius vaſa craſſiore ſui parte flammeum exhibent colorem, at microſcopii ope obſervata non niſi luteum colorem præſeferunt, cum autem partem interiorem ab exteriore ſepararem, pars exterior nudo oculo conſpecta apprime flavum colorem repræſentabat.*

Cæteros vero auctores dum legimus, aſſerentes ſerici materiam in alia ſuorum canalium parte flavi coloris eſſe, albeſcentis vero in alia, facile hac loquendi ratione induci poſſumus ut exiſtimemus, iis in locis, in quibus flavedo illa conſpicitur, materiam luteos illos tractus occupantem ejuſmodi colore omnem eſſe ſuffuſam, cum revera in exteriore ſuperficie color totus conſiſtat; reliqua vero interior ſubſtantia, ut ante dictum eſt, limpida ſit omnino, & perſpicua. Immo tantæ interdum perſpicuitatis eſt, ut ab aqua ipſa, in qua natat, quod ſæpe animadvertere mihi contigit, non facile diſtinguatur; ac ſæpe viſum fugeret, niſi ejus denſitas, & aliqua coloratæ portionis veſtigia, quibus adhuc infecta eſt, de ipſius præſentia ſpectatorem admoneret.

Hæc igitur nobis exhibet vaſculorum in aqua maceratio, eaque ad tempus quandoque non admodum longum perducta. Quod ſi ea diutius continuetur, ſericum gluten e ſuis membranis exire omne obſervabitur, atque ad aquæ imum deſidere. Itaque hoc ſimpliciſſimo artificio illud obtinebitur, quod optaſſe viſus eſt Reaumurius, ut ſericus humor a membranis, quibus obvolvitur, ſeparetur. Neque id ſolum in bombycina eruca, ſed in alio quovis genere, quod ſericos habeat canaliculos, maceratio pari facilitate præſtabit. Calor autem, ſub quo hæc contingunt, erit is, qui gradum illum Reaumuriani Thermometri attingat, qui per æſtivam tempeſtatem, qua noſtras obſervationes habuimus, a Thermometri liquore attingi conſuevit.

Mace-

Maceratione diutius adhuc protracta, & ſub indicato caloris gradu, materia ſerici glutinis incipit jam male olere, a fundo, ad quem deſederat, muci cujuſdam in modum, elevari, liquor ipſe colorem flavum præſeferre. Facile autem cuipiam fuerit ex ejuſmodi colore judicare, coloratæ portionis ſolutionem factam eſſe. Verum aliter ſe rem habere, ac totum hoc, quod ſolutio videtur, putrefactionis opus eſſe, accuratior obſervatio mihi oſtendit. Enimvero liquore, in quo materia illa continetur, ita commoto, ut tota materies per ipſum diffundatur, turbida omnia fiunt, & flavo colore ſuffuſa. Quiete liquori conceſſa, mucoſum, & albicans ſedimentum ad fundum deiicitur. Supernatans liquor turbidulus adhuc, & flaveſcens in alterum vas effuſus, non multo poſt ſedimentum aliud flaveſcens deponit, ſupernatante aqua cryſtallinam ſuam claritatem recuperante. Quod ſane illud oſtendit, quod paulo ante dixi, coloratam portionem laxatam quidem, ac minus cohærentem effectam; minime vero ſolutam fuiſſe. Quapropter concludendum eſſe videtur, aquam menſtruum non eſſe eidem ſolvendæ accommodatum. Neque hoc mirum videri debet, ſi ad ejus materiæ naturam attendamus, quæ cum fuerit exſiccata, nec ab aqua poteſt amplius, uti notavit Reaumurius, neque ab alio quovis ſolvente emolliri.

Huc uſque ſericum liquorem aqua tentavimus in eo caloris gradu conſtituta, quem ab aere ambiente contraxerat. Quid aqua mutationis induxerit ad ſummum fervorem adducta, nunc enarrabo. Plures ergo ſericos canaliculos e grandioribus, & jam maturis bombycibus exemptos in pluvialem aquam infudi. Tum igne ſubdito, ac ſenſim aucto, materiam excoquere ſum aggreſſus. Poſtquam aqua ebullire cæpit, exire paulatim viſus eſt pellucidus limpiduſque humor e ſuis canaliculis, qui deinde ab aqua ſe ita ſivit penetrari, ut totus fere in ſpumam abierit copioſam, & ſatis tenacem. Sic a fervente aqua interior ſericæ materiæ portio in ejuſmodi ſpumam converſa eſt. Ad exteriorem autem, ſeu coloratam portionem quod attinet, hæc partim intra canaliculorum cava permanſit, partim e canaliculis egreſſa iiſdem extrinſecus adhæſit, ſed nihil mutata vel ſoluta. Enimvero aqua poſt ejuſmodi coctionem ad horæ dimidium protractam reſidua, omnino fere decolor ac perſpicua remanſit. Iterum ac tertio experimentum inſtauratum eſt eodem ſucceſſu.

Cu-

Curioſius autem ejus ſpumæ texturam obſervare perrexi, poſtquam ſcilicet ſponte ſiccata eſt. Erat ergo ſiccata hæc materies ex multis quaſi fibris conflata partim in longum, partim etiam tranſverſim productis. Harum aliquæ internis vaſis parietibus ſic adhærebant, ut univerſam ſpumæ compagem ſuper aquam fere immobilem ſuſtinerent. Aliæ vero ſic erant diſpoſitæ, ut ſpumoſæ illius materiæ ſtructuram efficerent quaſi ſtriatam, proindeque cum ſtructura, quæ fungorum pedunculis eſt, non male comparandam, cumque ſtriarum candicans eſſet, atque ad argenteum accedens color, idcirco etiam amianti extrinſecam faciem quodammodo præſeferebat.

Ex dictis illud confirmari poſſe videtur, coloratam ſerici portionem in aqua, ne bulliente quidem, diſſolvi; limpidam vero, & perſpicuam, etiamſi penetrari ſe ab aqua ebulliente ſinat, ne hoc quidem modo ſolutionem, quæ talis vere dici poſſit, ſubire, ut propterea Malpighii dictum adhuc ſubſiſtat, liquorem ſericum aqua elixatum non ſolvi.

Hactenus aqua uſi ad noſtra experimenta ſumus, liquore omnium ſimpliciſſimo, ac maxime blando. Res ipſa poſtulare videbatur, ut ad menſtrua tranſitus fieret naturæ acrioris, atque in primis ſalinæ. In his autem alcalica eſſe duxi præ cæteris ſeligenda, eaque tum fixa, tum volatilia. Neque enim ignorabam, acida menſtrua in ſuccos animales coagulationem potius inducere conſueviſſe, quam ſolutionem. Ex eodem bombyce ſericis canaliculis eductis, alterum in oleum tartari, alterum in ſalis armoniaci ſpiritum infudi, eoſque non prius extraxi, quam dies decem tranſacti eſſent. Poſt eos igitur dies, materiem canaliculis incluſam diligenter examinavi. Atque in canaliculo, quem in oleo tartari ſervaveram, interiorem ſericæ materiæ portionem duriuſculam inveni, ac tranſparentem quidem, ſed ab exteriore colorante portione circumundique tinctam. Alcalicus vero tartari liquor nec ullum contraxerat colorem, nec de ſua perſpicuitate quidquam amiſerat, ut manifeſto appareret, nihil coloratæ portionis ab eo ſolutum fuiſſe. Non idem omnino accidiſſe vidimus alteri canaliculo, quem ſalis armoniaci ſpiritus maceraverat. Interior utique ſerici liquoris portio & ipſa induruerat, quin ab exteriore colorata portione coloris quidquam recepiſſet; perſpicuitatem autem ſuam non modo non

reti-

retinuit, ſed penitus amiſit. Cæterum hic quoque ſalis armoniaci ſpiritus, perinde ac de oleo tartari dictum eſt, colore, ac perſpicuitate nihil mutatus eſt. Ex quibus iterum colligi poſſe videtur, ne hunc quidem ſalem idoneum eſſe ad ſericum ſuccum diſſolvendum, ac generatim alcalicos ſales, ſive fixi, ſive volatiles fuerint, nullam habere in memoratum ſuccum diſſolvendi poteſtatem.

A ſalinis liquoribus ad oleoſos perreximus. Experti autem ſumus & olea expreſſa, & quæ præ tenuitate ætherea dicuntur, & vini ſpiritus. Hæc autem omnia illud egregie confirmarunt, quod Reaumurius jam obſervaverat, ſericum ſuccum in ejuſmodi liquoribus dureſcere. Quod tamen ita fieri ſciendum eſt, ut ſuccus ipſe inter dureſcendum aliquandiu flexibilis conſervetur, & ſine ruptura diſtrahi ſe ſinat, atque ad non modicam longitudinem duci.

Quanquam autem oleoſa omnia ſericum liquorem indurant, id tamen multo citius facit vini ſpiritus, citiſſime autem ſi meracior fuerit. Quod ſane obſervatori percommodum eſt ad duplex illud ſericæ materiæ genus, quod ſupra memoravimus, facilius percipiendum; immo ad limpidam, ſeu cryſtallinam portionem a colorata diſtinguendam. Enim vero ſi craſſior canaliculorum pars humore ſerico adhuc turgida in vini ſpiritum rite, ut ajunt, dephlegmatum immittatur, ibique tria, vel quatuor minuta perſtet, exterior contenti humoris ſuperficies obdureſcet. Quapropter ſi canaliculus e ſpiritu eximatur, & membrana ejus cum ſubjecta eidem memorata ſuperficie, quæ jam obduruit, circumcidatur, deinceps vero apprehenſa canaliculi oppoſita extrema diſtrahantur, ſtatim reliqua cryſtallinæ materiæ portio diſtrahi, atque produci obſervabitur, diſtractione autem iſta ſejungetur ab exteriore colorata portione, quæ non ſecus ac vagina quædam intra membranam, qua includitur, remanebit. Perſpicua tamen illa, & cryſtallina portio, quæ ita ſe diſtrahi ſinit, eſt adeo elaſtica, ut poſtquam in certam longitudinem diducta fuerit, ſi a diſtractione ceſſetur, iterum ſe contrahat, ſeſeque ad priſtinam pene reſtituat brevitatem.

At ſi diutius in vini ſpiritu canalis manſerit, uti per dies aliquot, multo etiam magis per hebdomadas, tunc nempe concreſcet ita contentus ſuccus, ut nequeat amplius ſine ruptura diduci, & elongari; perſpicuitatem etiam paullatim amit-

amittet, ac vix ullam elaſticam facultatem conſervabit. Id animadvertiſſe videtur in ſerico iſto liquore Reaumurius, dum inquit, ſericos canales eo uſque indureſcere in vini ſpiritu dum ſerica ipſa materies conſcindi poſſit.

Denique ſi menſes aliquot bombycis corpus minime diſſectum, ſed integrum in vini ſpiritu relinquatur, concluſus in vaſculis humor ita friabilis evadet, ut terrei cujuſdam concrementi formam aſſumat.

Pro varia igitur ſpiritus puritate, pro diverſa canaliculorum in ipſo mora, pro diverſis locis, unde ſericus humor ad experiendum educitur, diverſus eſt quoque concreſcendi modus, diverſum eſt tempus, diverſa eſt vis elaſtica, tenacitas, contracturæ, ac diſtractionis ratio. Etenim ſi meracior fuerit ſpiritus, non modo citius concreſcit ſericus liquor, ut ante dictum eſt, ſed etiam perſpicuitatem diutius conſervat; & eo quidem magis, quo magis ſubtiliorum partium e ſpiritu exhalatio præpeditur.

Quod vero attinet ad moram, cum ſingulis fere temporis momentis novas concreſcendi ſpecies ſericus humor ſubire videatur, novas etiam quaſi formas induit diverſis ab immerſione temporibus reſpondentes. Modo igitur nerveam, modo tendineam naturam refert, adeo diſtrahi ſe patitur, & pro elaſtica vi contrahitur; modo aliud denſationis genus aſſumens, in lamellas cultro ſcindi poteſt, aut unguibus diſcerpi, omnes inter ſe ſimiles; modo denique friabilis omnino efficitur, ut ante indicavimus.

Verum apprime notabilis eſt diverſa hæc concretio per vini ſpiritum inducta in diverſis ſericorum canalium portionibus. Hæc diverſam incluſi humoris ſpiſſitudinem manifeſtat, quam ſine infuſione in vini ſpiritum haud facile fuerit agnoſcere. Cum enim & craſſiores vaſculorum portiones, & exiliores illas, quas inteſtinulis ſimiles dixi, experimento ſubjecerim, obſervare mihi datum eſt, incluſam his inteſtinulis materiem & ſerius concreſcere, & poſtquam concreverit, fragiliorem eſſe, quam quæ in craſſioribus continetur. Id porro me admonuit, ut ſericum liquorem in canaliculis e bombyce recens evulſis attentius perluſtrarem. Inveni autem, ſpiſſitudinem ejus non ubique parem eſſe, ſed in diverſis canaliculorum tractibus haud parum differre. Namque in anguſtioribus inteſtinulorum partibus concluſus humor tenuis inſtar

lymphæ, aut roſcidi ſucci, & gelatinæ cujuſdam in modum quaſi fluens conſpicitur. Exinde viſcidior redditur, & glutinoſus magis, quo propius ad illam canalium partem accedit, quam omnium craſſiſſimam eſſe propoſuimus; maxime omnium vero circa ipſum canalium finem, qua humori exitus datur. Hanc humoris diverſam denſitatem eo libentius in bombyce notare volui, quod ſimile quidpiam in aranearum liquore, qui bombycum liquori analogus eſt, animadvertit Reaumurius. Similiter enim ac de bombycino dictum eſt, araneus ſuccus pro diverſis continentium vaſculorum partibus, eodem Auctore, diverſus conſpicitur. Quod igitur de ſerici erucarum liquoris denſitate in genere ſcripſit, eam videlicet ſyrupi denſioris, vel mollis paſtæ ſimilem eſſe, id enimvero in noſtra eruca de illa tantum liquoris parte intelligendum eſt, quæ in craſſioribus canalium portionibus, non vero quæ in memoratis inteſtinulis continetur.

Verum iſta ſericorum canalium in vini ſpiritu infuſio non modo ad duplicem ſerici ſucci materiam diſtinguendam me duxit; verum etiam ejus, quam colorantem vocavi, naturam magis patefecit. Poſtquam enim in vini ſpiritu aliquanto meraciore canaliculus ſuo liquore plenus horas ut plurimum viginti quatuor ſteterit, flavus color ad vaſis fundum incipit apparere, qui paullatim aſſurgens per univerſum liquorem diffunditur, atque ſic tandem augetur, ut aureus penitus fiat. Sericus vero humor intra canaliculum concretus excolor pene relinquitur. Colorem hunc, quem ſpiritus contrahit, conſervat diutiſſime, neque tamen quidquam ſuæ perſpicuitatis amittit; ut dubitari nequeat, quin vera colorantis ſucci ſolutio ſit facta, ſecus atque accidiſſe diximus, cum de colore ageretur, quem aqua contraxerat, in qua ſerici canaliculi aliquamdiu fuerunt macerati; hæc enim turbidula ſemper manſit, & coloratum ſedimentum tandem depoſuit; manifeſto argumento, aquam eidem materiæ ſolvendæ idoneam non eſſe.

Cum ergo colorata materies vini ſpiritu ſolvatur, non item aqua, in proclivi eſt exiſtimare, naturam ejus oleoſam eſſe, aut reſinoſam. Accedit, eandem materiem, ſi canaliculus, in quo continetur, in calente aqua aliquamdiu manſerit, diſtracto canaliculo liquatæ ceræ in modum ſequacem potius ſe præbere, quam gummi adinſtar dureſcere. Sola igitur cryſtallina, & excolor ſerici liquoris portio per vini ſpiritum duratur, & cogitur.

Jam

Jam vero minime putandum eſt, coloratam iſtam materiam, quæ ſpiritus vini quantitatem non adeo modicam aureo colore inficit, quantitate item ſpectabilem eſſe. Id quod canaliculi poſt extractam tincturam facile oſtendunt, præſertim ſi diu in meraciore ſpiritu manſerint. Namque poſt longiorem hanc moram & facile canaliculi membrana detrahitur, & ea detracta, concretus qui remanet ſuccus albicans, & nonnihil perſpicuus, ejus molis eſſe apparet, quæ membranæ cavo ita reſpondeat, ut ipſum exacte impleviſſe ante membranæ detractionem videatur.

Hæc in vini ſpiritu experti ſumus. Nunc pauca quædam addere libet, quæ olea expreſſa obſervanti præbuerunt. Itaque ſericos canaliculos alios in olivarum, alios in amygdalarum oleum infudi per chartam trajectum. Poſt horas circiter tres, canaliculos ex olivarum oleo eductos eo uſque diſtrahere cæpi, dum membranæ rumperentur, id quod fere accidit cum duplam fere longitudinem contentus humor adeptus eſſet. Vix autem, ac ne vix quidem humor iſte priſtinam tenacitatem mutaverat. Iterata eſt vaſculorum in oleum immerſio. Poſt horas itidem tres vaſcula ex oleo exempta. Cæperat incluſus limpidus humor concreſcere. Sic autem concreſcens ad eam longitudinem diſtrahi potuit, quam non expectaveram. Immerſio repetita eſt tertio. Cumque ad experimentum poſtridie rediiſſem, humorem ſic ductilem, & ſimul tenacem inveni, ut portio ejus non magna ad longitudinem prioris duodecuplam, & eo etiam majorem extendi potuerit. Extenſus autem non ita elaſticitatem amiſerat, quin ſibi relictus ad priſtinam fere dimenſionem rediret. Hæc iterum, iterumque repetita etiam poſt quinque, vel ſex dierum intervallum eundem ſucceſſum exhibuerunt. Lentus ergo eſt humoris hujus in oleis expreſſis concreſcendi modus, qui produci ulterius potuiſſet, niſi alio diſtractus ab ejuſmodi obſervatione ceſſaſſem.

Non admodum diſſimilis experimenti exitus fuit in amygdalarum dulcium oleo capti. Similiter enim incluſus in canaliculis humor paullatim, & ſucceſſive concrevit, ſed multo citius quam in olivarum oleo induruit. Namque intra paucorum dierum ſpatium diſtrahi ſe atque diduci non patiebatur. Quæ differentia eo magis notabilis mihi viſa eſt, quod minus diſſimilis ſit liquorum, in quibus accidit, natura. Illud

quoque in concreſcente limpido humore animadverti, quod abraſa colorata portione, quam ſecum in diſtractione ducebat, argenteum colorem tendinum inſtar, & eorum præterea tenacitatem præſeferret. Quod notare omiſiſſem, niſi res repetitis experimentis conſtanter accidiſſet.

At vero ſi diutius ſericus humor in oleis manſerit, duos ſcilicet vel tres menſes, durum ſe præbebit, & magis friabilem; quo magis Reaumuriani aſſerti veritas pateat, ſericos erucarum canales non modo in vini ſpiritu, verum etiam in oleis indurari; quod tamen qua ratione, quoque diſcrimine accipiendum ſit, ex iis, quæ modo narrata ſunt, intelligetur.

Quod attinet ad coloratam ſerici liquoris portionem, hanc utique in oleis iſtis vere ſolvi non affirmarem; non poſſum tamen non ſuſpicari, particulam ejus aliquam ab ejuſmodi oleis recipi. Siquidem obſervare mihi contigit puriſſimum olivarum oleum, in quo plures diu canaliculi manſerant, flaveſcentem colorem, eumque multo elegantiorem contraxiſſe quam conſueverit. Verum hoc meræ ſuſpicionis loco habeatur.

Hactenus ſimplicem aquam, ſalinos, & oleoſos liquores experti ſumus; paucis nunc proponemus quid liquor egerit in humorem ſericum, liquor, inquam, utriuſque naturæ particeps, ſalinæ atque oleoſæ. In pluvialis igitur aquæ libra ſoluta fuit ſaponis veneti drachma una: deinde ad fervorem ſubdito igne adducta eſt aqua. In eam injecti ſunt canaliculi ex novem profectis bombycibus extracti. Fervor aquæ ad tres fere horæ quadrantes productus eſt. Interea dum aqua bulliebat, ſpumam obſervavi nullam ad ejus ſuperficiem, ſecus atque accidiſſe dictum eſt, dum in ſimplici aqua canaliculi decoquerentur. Vaſe ab igne remoto, & liquore ad quietem compoſito, ac per linteum trajecto, canaliculorum membranæ in linteo relictæ ſunt ſerica omni materia vacuæ, & excolores. Ad fundum autem vaſis, in quod trajectus eſt liquor, tenuis quædam muci portio apparuit. Liquori dilute flavus erat color, ut minime dubitari poſſe videretur, quin omnis ſerici humoris colorata portio in ejuſmodi menſtruo eſſet diſſoluta. Sed neque de interiore cryſtallina ulla poterat eſſe dubitatio. Siquidem poſt diem unum, aut alterum, cum jam liquor omnis refrixiſſet, & ejus pars aliqua in vapores fuiſſet reſoluta, liquor ipſe ad eam ſpiſſitudinem, eam-

que

que formam redactus eſt, quæ gelatinam æmularetur. Colorata igitur, & cryſtallina ſerici humoris portio in eo, quem propoſuimus, mediæ naturæ menſtruo ſolutæ ſunt ambæ. Notum eſt autem hoc ipſo menſtruo ſerica fila, ex quibus folliculi compacti ſunt, flavedinem omnem exuere, atque albiſſima fieri, & pene argentei nitoris. Colorata igitur materies ex ejuſmodi filis ſaponis interventu ſoluta eluitur. Quæ porro ſolutio ejus oleoſam naturam magis confirmat. Cum vero argentea ſericorum filorum portio remaneat, nec quidquam a menſtruo patiatur, ſive firmitas ejus, ſive cohæſionis, contractioniſque modus ſpectetur, conſequens eſt ut dicamus, partem alteram ſerici humoris, quæ in bombycinis canaliculis perſpicua eſt, & cryſtallina, ubi ex ipſis exierit, atque in fila jam fuerit ſiccata, non amplius a memorato ſolvente attingi, atque diſſolvi. Verum hac de re alias fortaſſe dicemus. Interea ſi res ita ſe habeat, perſpicere unuſquiſque poterit, an ita commode inter gummoſa corpora ſericus humor referri poſſit, quidve ſperare liceat de gummis vulgo notis ad ſpeciem aliquam ſerici per artem adducendis. Cui ſpei ſi forte nimium indulſiſſe videtur Reaumurius, id genio ſuo condonandum eſt publicam utilitatem promovendi, quam nunquam in ſuis diſquiſitionibus, atque inventis præ oculis non habet. Neque a nobis ægre ferri debet, ſi opera, quæ ſapientiſſima natura effecit, non aſſequi modo, ſed ne imitari quidem valeamus. Speciales enim dotes ſingulis corporibus largita eſt, quas cæteris omnibus ſine injuria denegavit.

Quæ hactenus de ſerico liquore dicta ſunt, ad novas inveſtigationes philoſophando nos facile poſſent allicere. Ac primum quæri poſſet, an liquor iſte, qui totus fere in folliculi texturam impenditur, ejus nempe involucri, quod protegendæ chryſallidi potiſſimum eſſe deſtinatum videtur, alios præterea uſus animalculi hujus corpori præſtet, ſpeciatim vero, an ſit etiam nutritius reputandus. Equidem in hanc ſententiam proclivis eſſem; ſaltem ab ea ſuſpicione non alienus, humorem hunc ſericum non modo involucro ante memorato materiam ſuppeditare, ſed animalculo huic noſtro ad alios uſus fortaſſe nobiliores conceſſum eſſe. Quid enim eſt quod *bombyx*, docente Malpighio, *in ipſo vitæ limine ſericos plexus eructato ſtamine promit, quo interdum tota corporis moles ſuſpendatur?* Quid eſt quod, obſervante Reaumurio, nulla

datur

datur eruca, quæ in aliquo ſaltem vitæ ſuæ ſtadio ſericum filum non emittat, licet nullus ipſi folliculus ſit conficiendus?

Nonne hæc indicare videntur, ſericum ſuccum erucis utilem eſſe vel ante id tempus, quo in chryſallidem mutari debent, & ſibi tutamen ex folliculo comparare? Eruca juxta Reaumurium nutriendo cuſtodiendoque papilioni deſtinata eſt, quem in ſe ipſa recondit. Quid ergo conjectari vetat, humorem ſericum in eruca, dum adhuc eruca eſt, in papilionis gratiam cumulari? Præterea non deſunt bombyces, quod olim obſervavit Malpighius, qui *ſuperveniente hyeme in ſe ipſos retracti, nullo edito ſtamine in aureliam immutantur*; immo alios quoſdam ipſemet vidi, quibus vel media æſtate hoc idem accidit. Id vero fortaſſe ipſis accidiſſe non negavero, quod liquoris copia eos defecerit, quæ ad folliculi conſtructionem erat neceſſaria. At vero cuinam bono data erat, quæ in bombycis corpore reſtabat, liquoris illius materia? Debent porro, dum animal in papilionem evaſurum eſt, completo folliculi opere, papilionis ipſius conſpicuæ partes, præter nutritionem, ſucceſſiva uſque & uſque incrementa capere, firmiores fieri, ſolideſcere, convenientem elaſticitatem, & alias, ſi quæ ſunt, ejuſmodi qualitates adipiſci. Hæc vero eo maxime tempore contingunt, quo ſub chryſallidis forma papilio deliteſcit. Tunc enim partes aliæ in cartilagineam, aliæ in tendineam, aliæ in oſſeam pene ſoliditatem evadunt. Quinam vero in noſtro inſecto humor apparet præter ſericum illum, unde expectari hæc poſſint univerſa? Quippe hic a fluoris ſtatu, & gelatinæ indole, qualem in toties memoratis inteſtinulis deſignavimus, ad alios, atque alios firmitudinis gradus ſimpliciſſimis artificiis tractatus ſucceſſive tranſiens, nunc elaſticus, nunc ductilis, nunc validior factus, in eam duritatem evadit, qua rumpi ſe difficile ſinat, aut contra fragilis efficiatur. Mihi certe liquoris iſtius in aqua maceratio ſedimentum dedit, quod exſiccatum oſſeam firmitudinem pene oſtentabat; agitatio vero in aqua ipſa ſquamulas præbuit piſcium ſquamas quodammodo æmulantes; varia in ſpiritu vini mora tendinum qualitates exhibuit, aliaque hujus cenſus. Poſtremo, ne quid ad comparationem deſit, limpidus eſt ejuſmodi ſuccus, homogeneus, lentus, acrimoniæ omnis expers, ut apprime convenire cum aliorum animantium nutritiis ſuccis videatur. Nimius eſſem ſi omnia minutim attinge-

re dicendo vellem, quæ conjecturæ huic ſavere non parum videntur, partim ex analogia, partim ex iis, quæ in chryſallide obſervantur, partim ex Auctorum ſcriptis depromenda. Et vero inter recentiſſimos Hallerus ſericum liquorem alibilibus ſuccis adnumerare non dubitavit. Verum de hac conjectura ſatis.

Siquidem altera quædam oriri quæſtio poſſet, an colorans liquoris materia cum ſubjecto ipſi limpido ſucco prius intime uniatur, quam ipſe hic ſuccus ab animalis corpore exeat in ſerica fila mutandus, atque in admirabilem illam longitudinem producendus; an potius ſuperficiem ejuſdem limpidi ſucci obducens, eundem, quocumque producitur, ſequatur, pergatque ipſi ad ſummam uſque tenuitatem deducto adhærere, non ſecus atque aurum in tenuiſſimam bracteam diductum, ubi ſupra argenteum cylindrum extenſum fuerit, cylindrum ipſum quantumvis extenuetur, inaurare pergit, & una cum ipſo lentum ſemper, & ſequax in longitudinem pene incredibilem protenditur. De colorante autem iſta materie quæri adhuc poteſt, unde origo ejus ſit derivanda, num a ſecernente organo aliquo in canaliculorum membranis latente, ſub quibus revera obſervari conſuevit; an potius magis diſſitum habeat ortum, a remotioribus videlicet inſecti partibus. Cui equidem quæſtioni ſolvendæ neſcio, an illud inſervire poſſit, quod in extremis inteſtinulorum portionibus nihil unquam coloratæ illius materiæ invenerim.

Hoc denique, ut alia omittam, quæri poſſet, an ejuſmodi colorata materies, quoniam oleoſam habere naturam videtur, quidquam conferre valeat utilitatis limpido ſucco ex animalis corpore prodeunti, atque illud in primis, ut flexibilior diutius conſervetur, ne ſcilicet in ipſo exitu nimis rigeſcat, rigeſcendo autem fragilis fiat, nec ita ductilis, uti opus eſt, conſervetur. Certe olea, & pinguedines lentori, & flexilitati corporibus procurandæ opportuna eſſe artifices experiuntur. Neque obſtat, liquorem ſericum in oleis expreſſis ſervatum tandem dureſcere; id enim & multo ſerius contingit quam in aere libero, atque aperto, & flexuram, ac diſtractionem ſuſtinet multo majorem, ut in ſuperioribus demonſtratum eſt.

Hæc igitur, & alia fortaſſe non pauca in quæſtionem venire poſſent; verum neque is ſum, qui ſubtiliores haſce

diſquiſitiones perſequi valeam, & reliquarum bombycis partium admirabilis ſtructura, quam mihi deſcribendam propoſui, ad ſui conſiderationem me vocat.

Caput II.

De Canali alimentorum, ejuſque mutationibus.

BOmbycis admirabilem ſtructuram, in primis vero interiorum viſcerum nonnullorum fabricam ſcrutari, & quoad fieri poſſet, illuſtrare aggreſſi, a ſerici humoris vaſculis, & ab humore ipſo iis incluſo exordium ſumpſimus. Nunc diſſectionis ordo quidam poſtulare videtur, ut quæ partes detractis ſerici vaſculis magis in conſpectum veniunt, eæ proxime ab illis conſiderentur. Statim ergo ſe prodit inſignis quidam canalis, qui etſi nonnullas habet inæqualitates, uno tamen cavo ab ore ad anum uſque continuato protenditur. Quanquam autem inæqualitates illæ analogiam habent aliquam cum æſophago, ſtomacho, inteſtinis; totus tamen canalis a Malpighio ventriculus, a Reaumurio autem canalis alimentorum appellatur. Revera enim alimentis recipiendis, concoquendiſque deſtinatus eſt. Hujus ſtructuram tam accurate deſcripſit Malpighius, ut ſimilium canalium, qui cæteris erucis dati ſunt, conſtructionem ex ipſa facile intelligere teſte Reaumurio valeamus. Nullum porro eſt viſcus in bombycis corpore, quod notabiliores ſubeat mutationes. In quibus cum aliqua mihi obſervare contigerit a memoratis Auctoribus non ſatis animadverſa, idcirco, ut clarius, quid a nobis aliorum inventis additum ſit, intelligatur, opus erit, ut pauca quædam ex deſcriptione ab ipſis tradita delibemus.

Eſt igitur canalis, de quo nunc ſermo eſt, amplus quidam ſaccus a bombycis ore, ut ante dictum eſt, ad anum uſque porrectus. Ejus ſuperior pars æſophago, media ventriculo proprie dicto, infima inteſtinis, & recto inprimis, quadam, ut diximus, analogia reſpondet. Quæ omnia tum in tertia figura, quæ Malpighii eſt, tum in quarta, quæ Reaumurii, ſed diſtinctius in illa, conſpiciuntur. In ea enim, quæ canalem exhibet e corpore exemptum, inæqualitas, ſeu prominen-

minentiæ ante memoratæ expreſſius apparent quam in altera, quæ canalem diſſecto bombycis corpori adhuc adhærentem repræſentat.

Componitur totus canalis ex duabus membranulis, quarum extima & craſſior eſt, & fibris prædita aliis rectis, obliquis aliis, aliis demum circularibus; interna vero tenuiſſima eſt, & ita pellucida, ut interdum cum gelaſcente humore quodam, ſive cum muco confundi facile poſſet: interdum etiam præ ſumma pelluciditate inconſpicua fiat. Inter has membranas nulla fere per fibras connexio eſt; propterea non ſecus eæ conjunguntur ac duo ſacculi, quorum unus altero tantummodo conveſtiatur.

In ea parte, *ubi* canalis *inteſtini formam ſubit*, ortum habent gracilia quædam vaſcula varicoſa eidem Malpighio appellata. Hæc in figura tertia litteris *i. i. i. i.* notantur. Cum primum ea invenit, adeo obſcurus ipſi fuit eorum uſus, ut nihil præter conjecturas ingenioſe quidem excogitatas, ſed dubitanter propoſitas indicarit. At in opere poſthumo ejuſmodi vaſcula *pro bilis, & pancreatici ſucci ſeparatione efformata* eſſe pronunciavit, quos in ventriculi humiliorem partem eructarent, id quod ante memoratus exortus videtur confirmare.

Verum alia quædam vaſcula, eaque multo inſigniora exteriorem canalis membranam nobilitant. Tracheas propter uſum, & ſtructuram vocat. Harum ramis minimiſque propaginibus membrana illa irrigatur. De his alio loco dicendum erit, ubi mutationes, quæ ipſis accidunt, ſpeciatim erunt deſcribendæ. Nunc enim ad eas, quas ventriculus ſubit, poſt brevem hanc, quam modo tradidi viſceris hujus deſcriptionem, eſt tranſeundum. Quod dum facere aggredior, eum ordinem ſequi me debere intelligo, quem diverſi animalis ſtatus, ſeu diverſæ ætatis periodi mihi proponunt. Itaque primum conſiderabo quid mutationis accidat ventriculo poſtremis temporibus, quibus inſectum adhuc eruca eſt; deinde quid cum ex eruca factum eſt chryſallis; quid demum reſtet in papilione. Quod ad primum attinet, ſcire licet, illud ipſum tempus, quo ad ſummam corporis ſui magnitudinem perducta eſt eruca, diverſos item ſtatus habere. Nam etiamſi juſtum adepta eſſe incrementum videatur, folia tamen vorare adhuc pergit, & nutriri. Poſt id tempus aliud ſequitur, cum ſatis jam nutrita eſt; & a cibo abſtinet, & ad fol-

liculi fabricam præparatur. Sequitur inde tempus, quo in hoc ipſum opus incumbit. Tandem eo abſoluto, ad quietem componitur, ſub qua veteris ſpolii mutationem expectat in chryſallidem tranſitura. Hos inſecti diverſos ſtatus, in quibus erucæ formam adhuc retinet, proſequutus Malpighius, ventriculi mutationes, quæ in ipſis contingunt, ita deſcripſit. De ventriculo in bombyce adhuc folia vorante hæc habet. *Externus color viridis eſt, ſenſim tamen non aſſumpto alimento, & dum proxime ad folliculi fabricam diſponitur, carneus efficitur.* Paulo infra de inſecto loquens jam ſatis nutrito, quodque omnia prorſus excrementa dejecerit, hæc ſubdit: *Ventriculus parum depreſſus vitellino quodam refertur ichore.*

Mihi vero bombycis ventriculum in memorato ſtatu obſervanti non ea ſolum, quæ modo ex Malpighio retuli, ſed alia quædam animadvertere datum eſt, quæ minime omittenda eſſe duxi. Ac primum quidem iteratis obſervationibus comperi, tum ſuperiorem canalis portionem, quam æſophago, tum inferiorem, quam inteſtinis analogam eſſe dixi, non parum extenuari, atque ita quidem, ut tubulorum rectorum, ſeu canaliculorum cylindraceorum formam adipiſcantur. Dum autem ita reſtringuntur, vaſculorum, quæ ad ipſas pertinere dictum eſt, non pauci ramuſculi ab iis diſcedunt, ac diſiunguntur. Quoniam vero ambæ iſtæ canalis alimentarii partes, ſuperior videlicet, & inferior, infra ſæpius a nobis commemorandæ ſunt, idcirco tubuloſas appellabo, intermediæ vero portioni ventriculi nomen reſervabitur. Hæc melius intelligentur ſi ea attendamus, quæ in icone ſexta repræſentantur, in qua & partes, quas tubuloſas voco, indicantur, & quomodo inteſtinula, ſeu vaſcula varicoſa tubuloſam inferiorem dereliquerint, demonſtratur. Quænam vero ſit ramuſculorum tracheæ ſupra univerſum canalem diſpoſitio, id præcedenti quinta icone oſtenditur.

Jam vero ſi bombycem ab eo tempore, quo folliculi texturam aggreditur, ad illud uſque obſervare pergamus, in quo laboris hujus ſui termino appropinquat, tubuloſæ illæ portiones magis in dies magiſque extenuari obſervabuntur, & gracileſcere. Sed aliud quidpiam mihi ſe ſe obtulit in ſuperiore tubuloſa parte obſervandum, quod notatione maxime dignum mihi viſum eſt. Cum eam partem ad oris confinia ſpecillo elevarem, elevatio autem hæc ita fieret, ut ducto ad

caput

caput ſpecillo, tubuloſa illa portio aliquantum diſtraheretur, ſtatim ab ea quaſi a vagina exire viſus eſt alius tubulus. Non difficile autem fuit agnoſcere, tubulum huncce nihil eſſe aliud, niſi membranam alimentarii canalis internam, quæ ad ſuperiorem hanc tubuloſam partem pertineret. Enimvero dum tubulus diſtractione illa ſurſum ferretur, per externam membranam tranſparebat, & ubi omnino eductus fuit, partem hanc ſuperiorem canalis longitudine æquavit. Hoc oſtenditur in icone ſexta; tubulus quippe capiti annexus (*z.*) exhibetur jam extractus a tubuloſa (*r. r.*) per ſpecillum (*a*).

Idem quoque accidit inferiori canalis portioni. Etenim & ipſa extenuatur ſimiliter, & interiorem membranam emittit. Quod cum fieri incipit, maculæ quædam fuſci coloris hac illac per tubuloſam hanc portionem ſparſæ apparent, quæ antea in inſecto, dum adhuc ab operis ſui fine diſtaret, non apparebant. Ad interiorem membranam has pertinere, immo illius particulas eſſe, obſervationes, quæ in ſubſequenti bombycis ſtatu proferentur, manifeſto declarabunt.

Abſoluta folliculi conſtructione, bombyx contractus per longum decumbit, corpore, uti ſupra indicavimus, ad ſummam quietem compoſito, non ſecus fere ac ſi mortuus eſſet. Molleſcit deinde ſic ejus corpus, ut levi quaque de cauſa liqueſcere tandem poſſe videatur. De ventriculo in hoc bombycis ſtatu hæc habet Malpighius. = *Exinanitus parumque depreſſus ſubſidet ſubflavo ſuffuſus colore*; additque paulo poſt = *ventriculi pariter vaſcula partim vitellina reddi*, *ſingula tamen varicoſa*. His tota fere continetur Malpighiana hujus ſtatus obſervatio. Quid vero ad eam mihi addere contigerit, paucis exponam. Cum ergo univerſum canalem eo uſque ſcrutari pergerem, dum bombyx jam jam diſcuſſurus eſſet erucæ ſenium, & in chryſallidem evaſurus, non modo ventriculum & ſubſidere, ut Malpighius notavit, & deprimi, & colore mutari; verum etiam quænam annexarum partium cum ipſo connexio emergat, videre potui, quænam deinde conſequatur. Tubulus ille, quem a ſuperiore canalis portione artificio ſupra memorato extrahi diximus, multo facilius educi ſe patiebatur in hac inſecti ætate quam in præcedente. Neque rem aliter contingere poſſe tum intellexi, cum plura bombycum ſpolia recens ab ipſis dejecta diligentius conſideravi. Tubulum enim jam memoratum capitis ſpolio adhærentem,

 atque

atque adeo cum ipſo continuatum ſemper inveni. Facile igitur intellexi ſenium, quod ab inſecto excutitur, interiorem ſuperioris hujus tubuloſæ portionis membranam ſecum trahere, atque ab exterioris cavo educere, quæ membrana exterior in chryſallide ſola relinquitur, & ſola ſuperſtitis in eadem chryſallide canalis ſuperiorem partem conſtituit.

Mutatio, quam hactenus in tubuloſa ſuperioris canalis parte deſcripſimus, in tubuloſa itidem inferiore per illud ipſum tempus contingit, quo bombyx in chryſallidem eſt abiturus. Nempe hic quoque ab exteriore membrana interior diſcedit excuſſum ab animalculo ſpolium ſequuta. Hujus rei ſuſpicionem primum injecerunt aliquam maculæ illæ, quarum ſupra facta eſt mentio. Siquidem hæ viſæ ſunt mihi eo magis ad extremum canalis deſcendere, immo ad podicem deprimi, quo magis appropinquat id tempus, quo eruca, ſeu potius chryſallis expolietur, quod ubi advenerit, quidquid erat macularum plane jam evaneſcit, ſic, ut in chryſallide tubuloſa hæc pars fere pellucida, & excolor appareat. Tanta porro differentia tam parvo temporis intervallo contingens, in eam me ſuſpicionem deduxit, & maculoſa illa ſtigmata interiori tubuloſæ portionis membranæ inhærere, & membranam hanc non ſecus ab exterioris cavo expelli, ac de ſuperiore tubuloſa parte demonſtratum eſt. Suſpicionem hanc obſervatio, & experimentum confirmavit.

Bombycem diſſecueram, qui brevi abiturus erat in chryſallidem; abire autem nondum potuerat, quod vires ad ſenium expellendum non ſuffeciſſent. Cumque in canalis inferioris tubuloſam partem oculos ſtatim conjeciſſem, eam perſpexi maculis conſperſam & crebrioribus, & ſolito etiam obſcurioribus. Solito autem obſcurius erat & ſenium. Ex altero latere ad infernam corporis extremitatem, qua ſenii membrana cum inferiore item tubulo cohærebat, (*fig. 6. d.*) ſpecillum ſic aptavi, ut membrana ipſa ſenii ſpecillo deorſum premeretur. Perſpexi autem neſcio quid intra podicem eſſe, quod preſſioni obſequens ab inferiore tubulo exiret. Dum id fiebat, viſæ ſunt maculæ uſque, & uſque deſcendere pro ſucceſſiva ſpecilli preſſione, quam eo uſque continuavi, dum membranaceus quidam canaliculus ab inferiore tubuloſa parte ſtigmata illa ſecum trahens eductus eſt. Jam vero canaliculus hic ita cum ſenii membrana erat conjunctus, ut continuum

quod-

quoddam corpus cum ipſa efficeret. Hoc canaliculo ita eduᴄto, ſtatim comperi, inferiorem hanc tubuloſam portionem non minus pellucidam evaſiſſe, quam cum in recenti chryſallide obſervatur. Clarius autem memorati canaliculi cum ſenio continuitatem perſpicere datum eſt, ſenio ipſo in aquam immiſſo, leniterque, ac dextere agitato, ut eductus ille membranaceus tubulus dilueretur. Abſterſis enim maculis, diſtinctius animadvertere licuit, illud, quidquid erat, quod ſpecillo ab inferna canalis parte detractum fuerat, & ipſum verum canalem eſſe ex tenui membranula conflatum cava, pellucida; & erucæ ſenio non modo adhærentem, ſed omnino continuatum. Hujus membranacei tubuli exemplar proponitur in ſexta figura litteris *c. b*, quarum *c.* locum indicat, in quo tubulus cum erucæ ſenio continuus eſt; *b.* vero educti tubuli finem.

Hoc idem experimentum pluries iteratum eſt in ſanis, in male habentibus bombycibus, in aliis quoque aliquamdiu in vini ſpiritu maceratis, nec diſpar unquam eventus fuit. Facile itaque fuit judicare, tenuem hunc, membraneumque tubulum nihil aliud eſſe, niſi internam tubuloſæ iſtius portionis membranam, quæ ad anum revoluta cum externo erucæ involucro ita ſit continua, ut dum animal ſenium diſcutit, illam ipſam membranam dejiciat. Nec minus facile eſt intelligere, quomodo in hoc inſecti ſtatu interna hæc tubuloſæ interioris portionis membrana obſcurioris fiat coloris. Cum enim bombyx a cibo jam diu abſtinuerit, nihilque propterea per anum reddiderit, membranam ipſam paullatim conſtringi neceſſe eſt; cumque ab omni officio vacet, ab exteriore membrana recedens, in ſe quaſi concidit, & fere exſiccatur; quo fit, ut minus pellucida appareat, immo ex fæcum reliquiis hic illic obſcuro colore maculata.

En ergo, Sodales, quomodo ab inſecti corpore pars iſta ſecedat, quæ impoſterum eidem fuiſſet inutilis. Simile quid, Reaumurio teſtante, in aliis erucis accidit internæ ventriculi membranæ. Hanc per anum, ac totam quidem, ejici affirmat. Id ſe vidiſſe ait vir clariſſimus erucarum fæces diebus aliquot ante metamorphoſim ejectas obſervantem. Has enim membranaceis quibuſdam ramentis obvolutas conſpexit, & implicatas, quæ ramenta pro ventriculi membrana interiore agnovit. Sic alimentarii canalis ſola relinquitur exterior membrana.

brana. Immo vero cum vidiſſet obſervator iſte diligentiſſimus, plures erucas integrum canalem una cum fæcibus rejeciſſe, fatetur, ſe pene adductum fuiſſe ad credendum, id proprium erucis eſſe, ut integrum eum canalem una cum fæcibus ſemper in hoc ſtatu detruderent. Verum ab hac ſententia deceſſit, poſtquam ulterioribus obſervationibus comperit, ejuſmodi totius viſceris rejectiones morboſas eſſe.

At ſive naturalis ſit aliis erucis, ſive per morbum fiat interioris ventriculi membranæ rejectio; mihi certe in noſtra eruca nihil tale in ventriculo proprie dicto, ſed tantummodo in memoratis tubuloſis portionibus videre contigit. Præterea non modo cum fæcibus non extruditur interior ille ſacculus, ſed tum ſolum expellitur, cum bombyx nullas amplius fæces emittit, cum folliculo concluſus eſt, cum denique jam erucæ ſenium deponit. Rem ita ſe habere per repetitam, neque indiligentem obſervationem affirmare poſſum. Enimvero in jejunante animalculo non ſemel, neque perfunctorie, fæces examinavi, neque in ipſis quidquam inveni, quod membranæ ſpeciem haberet, & tamen hoc illud tempus eſt, in quo ventriculus diſcerptus, & quaſi detritus egeri debuiſſet, ſi Reaumuriano more in hoc etiam erucæ genere, quemadmodum in cæteris, extruderetur. Non inde tamen inferri volo, morboſam illam alimentarii ſacci rejectionem, quæ erucis aliis familiaris eſt, bombyci nunquam evenire. Hoc tantum mihi perſuadeo, id rariſſime fieri, quod in tanto obſervationum numero nunquam id mihi, uti ſupra dixi, obſervare contigerit.

Addendum præterea, ſeu potius diſtinctius animadvertendum eſt, tubuli hujus membranacei ejectionem ſic eſſe cum ſenii mutatione conjunctam, ut quoties eundem per ſpecillum extrahere nimis præmature molitus fuerim, ſaccus ille conanti mihi non mediocriter reſtiterit, neque ſine diſruptione potuerit extractio ejus obtineri. Id pariter de alio ſuperioris canalis tubulo intelligendum eſt. Itaque in ejuſmodi obſervationibus maturitas quædam eſt attendenda ſic, ut neque multo ante, neque multo poſt id tempus inſtituantur, in quo inſectum exſpoliatur. Etenim ſi multo ante; non poterit etiam per vim interior tubulus evelli; ſi multo poſt; in ſenio, quod excuſſum fuit, nulla, vel obſcura ſaltem interioris hujus membranæ veſtigia remanebunt; tam cito enim contrahitur ſenium,

nium, exſiccatur, & friabile fit, ut prius in ramenta quædam minima faceſſat, & dividatur, quam pro convenienti inſpectione extendi valeat, atque explicari.

Verum de hac interna canalis alimentarii membrana, deque mutationibus, quas in bombyce ſubit, dum adhuc eruca eſt, jam ſatis. Nunc ad eas, quæ in chryſallide eidem canali accidunt, eſt deſcendendum. Has porro ut accuratius perſequerer, quidve in dies ſingulos in chryſallide fieret, diſtincte cognoſcerem, id mihi curæ potiſſimum fuit, ut folliculos mature incidens, de primo chryſallidis ortu, ac ſubſequente ætate mature itidem admonerer. Qua in re optimo Reaumurii conſilio uſus ſum, qui dum nonnullas viſcerum, & ventriculi præſertim mutationes innuit, alios ad ſimile ſtudium invitans hortatur, ut ætatis diverſæ chryſallides ſecent. Sic enim fore, ut ſi forte per ſucceſſivum ætatis decurſum quidpiam mutetur, id obſervatoris animadverſionem, & diligentiam non effugiat. Neque vero hac ipſa in re aliam inveſtigandi rationem viſus eſt tenuiſſe immortalis Malpighius. Dum enim ait = *dierum decem ſpatio æſtate, autumno autem, & hyeme menſis unius curriculo ſucceſſivas perpetuari diſpoſitiones*, declarare his verbis ſatis videtur, obſervationes ſuas ſucceſſivas fuiſſe, nec interruptas.

Tanti ergo præceptoris veſtigia ſequens, chryſallidis recenter exſpoliatæ ventriculum conſiderare ſum aggreſſus. Talis porro mihi apparuit, qualem Malpighius deſcripſit his verbis. = *Ventriculus parum contractus, & rugoſus apparet; ejus color in medio roſeus eſt; in lateribus autem diu elixatam carnem æmulatur; interius concreto quodam ſucco mellis inſtar abundat, qui nullo adhuc pollet ſapore. Circa ipſum tenuia inteſtinula, ſeu vaſcula olim crocea producuntur propria, & antiqua ſervata figura, & vitellina redduntur.*

Quo in loco de colore potiſſimum ventriculi, & intus contento ſucco verba facit; de figura viſceris hoc tantum habet, parum contractum, & rugoſum apparere. Profecto in hoc primo chryſallidis ſtatu univerſi canalis figura parum ab ea differt, quæ in eruca cernitur proxime in chryſallidem tranſitura. Ac ſi qua differentia eſt, hanc indicant icones n. 7., & 8. propoſitæ. Contingit etiam ut pars canalis media, ſeu ventriculus proprie dictus figuram in hoc chryſallidis ſtatu habeat ad rotunditatem accedentem; idque ex ea, quam chry-

chryſallis habet, forma pendere manifeſtum eſt. In ſeptima figura præter ſimplicem totius canalis formam, trachearum etiam propagines iterum indicantur, quæ non ſolum eleganti ordine, quemadmodum in quinta demonſtratum eſt, ſupra ipſum diſponuntur, ſed hoc amplius habent, ut recta quaſi linea ramuſculis ſuis incedant. Denique partium, quas æſophago, & inteſtino reſpondere diximus, perſpicuitas, quæ ſemper in omni recens orta chryſallide, ſecus ac in eruca obſervatur, differentiam facit. De inteſtinulis interea hoc unum adnotabo, quod licet antiquam figuram ſervent, uti docuit Malpighius, non eandem tamen ſervant ſupra ventriculum diſpoſitionem, quemadmodum ex icone octava clare apparet. Hæc de prima chryſallidis ætate.

Jam vero quid viſceri huic accidat in reliquis chryſallidis ætatibus, primum ex Malpighio, deinde ex noſtris obſervationibus videamus. Malpighius ergo, poſtquam de aureliæ conformatione dixerit, poſtquam externi habitus primum, deinde trachearum, tandem omenti mutationes deſcripſerit, ad ventriculum poſtremo veniens, hæc habet = *Ventriculi moles arctior, & brevior redditur, ut quaſi deliteſcat: nam primo ipſius tumor parum deprimitur, deinde retractis fibris rectis ejuſdem longitudinem firmantibus, abrumpitur æſophagus, & ita ſuperior ventriculi portio deorſum retrahitur, reliqua vero, inferior ſcilicet verſus ventris medium aſcendit, nullumque ſubſequentium ventriculorum, ſeu cavitatum remanet veſtigium, cum forte in ductum, & veſicam mox exponendam abſumatur*. Hæc veſica, quam una cum ductu inferius Auctor deſcribit, illa eadem eſt, quam ego ex eodem vobis objicio (*fig.* 12.) litteris *q. r. z. t. Ventriculi figura*, proſequitur ipſe, *varia ſuccedit ex diverſa contenti ſucci natura, & fibrarum carnearum retractione. Nam ipſius membranæ extra fibrarum colligantiam eminent ita, ut ventriculus cryſpus, rugiſque refertus appareat. Quæ tamen frequentior accidit illa eſt, quam propoſui*.

Huc uſque Malpighius. Porro illam ventriculi figuram propoſuit, quam egomet ex eodem ſub n. 9. collocavi. Addit etiam nonnulla de viſceris colore, alia de ſucco, qui in ejus cavo continetur, quæ alium in locum commodius rejicientur.

Licet autem his, quæ modo allata ſunt, videatur Malpighius

ghius præcipuas ventriculi mutationes tum quo ad figuram, tum quo ad ejus qualitates comprehendiſſe; nonnulla tamen viſus ſum in hoc canali aſſequutus, quæ minime reticenda videantur, & alia quædam, quæ non omnino cum tanti viri doctrina conveniant.

Primum ergo a parte illa canalis incipiens, quæ ſuperior eſt, notari volo, eam unica jam membrana conflatam primis chryſallidis diebus ſucceſſiva extenuatione ſic ad extremum gracileſcere, ut quarto, vel quinto die diſparuiſſe videatur. Illud quoque verum eſt, trachearum ramuſculos hoc tempore ab ipſa recedere, ac plane ſeparari. Attamen hæc minime impediunt, quominus continuitas adhuc ea ſervetur, quam ſuperior hæc pars cum parte canalis media antea habebat. Ac ſi forte hujuſmodi continuitas interdum tolli nudis oculis videatur, eam tamen manere adhuc manifeſtum erit oculis microſcopio armatis. Nunquam profecto quidquam abrumpi, quod æſophagi ſpeciem haberet, animadverti; quantumvis multas ætatis hujus chryſallides diſſecuerim. Enimvero ingens hic numerus diſſectarum chryſallidum, & non exigua in iis diſſecandis diligentia effecit, ut minus difficilis mihi fuerit harum partium inſpectio, quæ cæteroquin non facilis eſt propter viſcerum omnium gracilitatem, nec non propter humoris, quo interiora chryſallidis diffluunt, exuberantiam.

Exactis autem diebus his primis, cum ad ſextum jam, vel ſeptimum diem pervenerit chryſallis, incipit ſuperior hæc pars, quamvis æque pellucida ſit, ac antea, firmitatem tamen aliquam recuperare. Præterea tenuis incipit, limpiduſque humor apparere, qui minima licet copia in ejus cavo collectus, ipſius nonnihil auget capacitatem; quo fit, ut magis conſpicua reddatur. Creſcit deinceps in dies ſingulos humoris collectio, ſed ita parce, ac lente, ut tubuli cavum non plus tumeat, quam icon 10 litt. *n. n.* tumere oſtendat. Octavo, & nono die nulla fere novi humoris fit acceſſio. Decimo autem die, quo Malpighius erumpere papilionem æſtivo tempore obſervavit; vel decimo ſecundo, quo eruptionem hanc æſtate pariter mihi ſæpiſſime videre contigit, brevi horarum ſpatio, priuſquam papilio exeat, colligitur in memorata parte humor tanta copia, ut ad eam amplitudinem extendatur, quam icon 13 demonſtrat littera *u. u.* Quo fit ut pars ea in amplam quamdam veſicam faceſſat, quæ pyri, ſive lagenæ

formam æmuletur, & tenui, gracilique collo ad inſecti caput finiatur. En igitur mutationum terminum, ad quem tandem perducitur ſuperior canalis alimentarii pars, quam æſophago reſpondere dictum eſt.

Neque vero mirandum eſt, poſtremam hanc mutationem, etiamſi adeo inſignis ſit, minime fuiſſe a Malpighio animadverſam. Cum enim breviſſimo tempore tam magna humoris vi memorata veſica repleatur, niſi obſervatio in id tempus inciderit, nihil facilius eſt, quam ut alio quovis ſpatio illa ipſa mutatio oculos fugiat obſervatoris. Illud potius mirandum eſt, Malpighium in aureliæ, ſive chryſallidis hiſtoria univerſa ne verbum quidem de memorata veſicula feciſſe, quam tamen in papilionis hiſtoria luculenter deſcripſit. Hanc porro aeris veſicam appellavit; rectiſſime quidem; namque in papilione, qui ſe a folliculi carcere liberaverit, humore vacua, & ſolius aeris plena invenitur. Mirum ergo eſt indagatorem accuratiſſimum de aereæ hujus veſicæ origine quærenda non cogitaſſe, cum ſe illi tam manifeſte in papilione ſtatim excluſo conſpiciendam objecerit. Profecto ejus veſicæ origine cognita, etiam ortum cognoviſſet, fontemque nobis indicaſſet humoris ejus, qui papilioni ſubſidio eſt ad exitum ſibi e folliculo parandum. Mihi certe ſubitam illam in aurelia humoris collectionem conſideranti eo ipſo tempore factam, quo papilio exiturus eſt, ſuſpicio oborta eſt tantam humoris vim ad uſum modo indicatum fuiſſe comparatam. Quod ſi res ita ſe haberet, quemadmodum ſuſpicabar, ſtatim intelligebam, cur veſica in papilione vacua foret, cum antea ſub chryſallidis involucro humore turgida conſpiceretur. Humor enim in folliculi humectationem totus erat impendendus.

Enimvero conjecturam hanc meam, & ſuſpicionem experimentum confirmavit. Extraxi e ſuis folliculis nonnullas chryſallides, e quarum tegmine incluſus papilio erat proditurus. Id autem eo conſilio a me factum eſt, ut cognoſcere mihi datum eſſet, an ſic prodiens papilio, qui liber eſſet a negotio, & opere folliculum terebrandi, veſiculam gereret humoris plenam, an potius aere turgentem, quemadmodum habere diximus eos papiliones, qui naturali modo prodeuntes, folliculi terebrandi laborem ſuſtinere coguntur. Profecto eventus ſpem, & cogitatum hoc meum non fefellit. Si quidem

papi-

papilionibus, quos ad experimentum paraveram, ſtatim a depoſito chryſallidis ſenio diligenter proſſectis, veſiculam inveni pellucido liquore turgentem, ſi modo paucæ quædam, minimæque aeris bullulæ excipiantur ad ſuperiorem veſiculæ partem ut plurimum conſpicuæ, quemadmodum in icone 14 indicantur.

Neque vero ignota eſſe nobis poteſt aerearum hujuſmodi bullularum origo, ſi conſideremus, papilionem unam vel alteram liquoris guttulam ante rejicere, quam chryſallidis ſenium diſcutiat, ut involucro hoc ſuo facilius liberetur. Atque hoc ipſum convenire maxime cum iis videtur, quæ a Malpighio proponuntur eo in loco, in quo a chryſallidis hiſtoria ad hiſtoriam papilionis tranſitum faciens, novam papilionis manifeſtationem ſummopere juvari aſſerit ab ichore inter aureliæ corium, & papilionis cutem ſtagnante. Probabile ſi quidem eſt, hunc, quem Malpighius vocat ichorem, nihil eſſe aliud præter humoris ante memorati portiunculam a veſicula per os animalis rejectam.

Præter experimentum hactenus enarratum aliud quodpiam afferre libet, quod cum eo, quantum ego judico, mire conſentit. Obſervaveram in papilionibus quibuſdam recens exortis veſiculam humore ſemiplenam. Erant autem ejuſmodi papiliones ex eorum numero, qui folliculi extremum, per quod emerſerant, debile admodum inveniſſent, laxioriſque texturæ. Itaque aliorum folliculorum extremum iſtud data opera ita extenuavi, ut facilem papilio exitum inveniret. Papiliones hoc artificio a labore folliculi terebrandi levati veſiculam gerebant ſemiplenam. Ex quibus perſpicue concludere datum eſt, ideo aliquam humoris portionem in veſicula remanſiſſe, quia terebrandi labore imminuto, pauca humoris copia ſatis papilioni fuerit ad folliculi extremum relaxandum. Clare itidem inferre denuo licet, humoris in veſicula obſervati præcipuum uſum eſſe, animalculo exituro facilem viam per laxatam folliculi texturam parare.

Quid quod ipſa humorum ſimilitudo plurimum conferre videtur ad ſtabiliendum uſum, quem liquori aureliæ veſiculam implenti aſſignavi? Nam ſive humor iſte attente inſpiciatur, ſive is, quo folliculi orificium madeſcit, per quod recenter papilio exivit, ſive is etiam, qui ad os papilionis conſpicitur e folliculo conſueta naturæ lege prodeuntis, omnes

hi liquores tenue quoddam phlegma æmulantur, limpidi ſunt, & puriſſimæ, tenuiſque lymphæ ad inſtar pellucidi, nullo demum extraneo colore infecti. Quod ſi hoc obſervare interdum contingat, ut illud folliculi extremum, quod papilioni exitum conceſſit, colorata quadam materie ſit inquinatum, id propterea factum fuiſſe conſtat, quod papilio cum ſatis veſicæ ſucco emollire extremum illud non potuerit, coactus fuerit ſe vertere, & ſuccum alium, excrementum videlicet, quod ſtatim poſt exitum ejicere ſolet, in ſubſidium aſſumere, id quod a Malpighio in opere ſuo poſthumo notatum habemus, & a Friſchio in Miſcellaneis Berolinenſibus ſingulari diſſertatione, quam de bombyce e folliculi ſui textura prorepente inſcripſit. Quoniam vero in hunc ſermonem incidimus de papilionis exitu e folliculo, ſinite, quæſo, Sodales, ut in hoc ipſo conſiderando aliquantiſper vos detineam, atque ab incæpta canalis hiſtoria nonnihil digrediar. Cum enim ſuper hoc exitu diſcordes videam graviſſimos Auctores, non erit inutile, in quo diſcordes, in quo ſinguli cum veritate concordes ſint, meis qualibuſcumque obſervationibus declarare.

Itaque primum in eo concordes eſſe videntur tum modo memoratus Friſchius, tum Reaumurius, tum Malpighius, quod papilio per illud exeat folliculi extremum, quod capiti proximum eſt, hocque Malpighius folliculi acumen vocat, verticem ovati operis Friſchius. Quid vero acuminis, aut verticis nomine ſignificare voluerint, optandum eſſet, ut diſtinctius declaraſſent, ut omni erroris ſuſpicione carerent: habent enim folliculi fere omnes formam ovo quam ſimillimam, in qua extremum alterum præ altero magis eſt acuminatum, cui adeo præ altero extremo acuminis, aut verticis nomen convenire magis videtur. Ut cognoſcerem, an papilio ad utrumque extremum indifferenter ſe verteret, an aliud præ altero ad exitum ſeligeret, ducentum & amplius folliculos incidi, viſurus cuinam folliculi extremo exituri papilionis caput reſponderet. Comperi autem in omnibus, extremum, quod minus acuminatum eſt, proximum ſibi chryſallidis caput habuiſſe. Verum alia multo facilior, magiſque obvia obſervatio mihi oſtendit, per iſtud folliculi extremum, quod minus convexum eſt, exitui ſuo viam ſibi animal aperire. Quotquot enim folliculos obſervavi ex illis, quos papiliones

jam perforaſſent, foramina in extremo minus acuto ſemper inveni. Quo factum eſt, ut minus id cum veritate congruere perſpexerim, quod legitur in tomo primo eximii illius operis, cui titulus eſt *Spectaculum naturæ*; extremum ſcilicet folliculi magis acutum ideo a bombyce neque conglutinari, neque ita omnino claudi, ut reliquum folliculi; quia notum ipſi eſt, extremum iſtud futurum eſſe oſtium, per quod ſit novum animal erupturum,

Sed jam videamus, in quo viri graviſſimi circa papilionis exitum diſſentiant. Malpighius papilionem deſcribens exire conantem, animadvertit, ipſum eructato copioſo phlegmate, quo proximum folliculi acumen madeſcit, hoc ſurſum, elongato capite, urgere, ejuſdem texturam ſenſim laxando, & ſtamen ad latera diducendo. Totum igitur hoc opus capite, velut ariete quodam, peragitur, neque ulla ſtaminis ruptura, ſed quadam ſolum diductione perficitur. Sub finem autem ſuæ diſſertationis a ſe ipſo diſſentire videtur Auctor clariſſimus. Narrans enim *folliculorum debitam ſervari copiam* a ſericorum operum artificibus, *ut venturo vere bombycum ſuccedat ſoboles*, ſtatim addit, *reliquos folliculos ardenti ſoli exponi, ne erumpente papilione ſtaminis continuitatem ſolvente, inepti* ad opera illa *reddantur*. Qua quidem loquendi forma videtur innuere, ab exeunte papilione ſtaminum auferri continuitatem. In hoc autem diſſentientem habet Friſchium, qui contra naturam hujus inſecti, & contra experientiam id eſſe affirmat, quod credunt nonnulli, papilionis exitum per corroſionem, & rupturam filorum ſericorum fieri. Ad hanc ſiquidem corroſionem nec oris vim, nec dentes habere ait papilionem, nec in pedibus ejus, totoque corpore tantum roboris, aut ponderis eſſe, ut vel unicum filum rumpere poſſit. Ac ſi folliculi, e quibus papilio exiit, rejiciuntur, nec poſſunt in numero integrorum eſſe, de quibus fila ſerica ordine detrahantur, & in girgillo colligantur, id ex eo fieri exiſtimat, quod in ejuſmodi folliculis confuſa ſint ſtamina, non quod perrupta.

Reaumurius vero ubi agit de mutatione chryſallidum in papiliones, quanquam certi cujuſdam generis papiliones obſervavit, qui ſine ulla folliculi humectatione ex illo carcere ſuo exeunt; hoc tamen tum his, tum noſtris papilionibus commune eſſe affirmat, ut ſolo capite tanquam inſtrumento

utan-

utantur ad viam ſibi extra folliculum aperiendam. Illud quidem non ſatis intelligere videtur, quo modo caput repetitis etiam ictibus id præſtare valeat, & quomodo tam brevi tempore ſtamina inter ſe adeo nexa, & conjuncta disjungere, atque in elegantem circumferentiam diducere. Hæc ergo cum ſatis non intelligat, in id vehementer inclinat, ut credat, papilionis oculos potiſſimum eſſe hujus perficiendi laboris inſtrumentum. Nihil quippe in capite durius eſt oculis, qui corneæ quaſi naturæ ſunt, & ſic præterea conſtructi, ut limas quaſi referant tenues illas quidem, ſed filorum ſericorum tenuitati convenientes. Nihil ergo aptius ad viam papilioni aperiendam. Quæ conjectura eo magis Auctori noſtro arridet, quod præter bombycem inſecta pariter alia obſervaverit, quæ oculis utantur, ut folliculos, quibus includuntur, adaperiant. Certum ergo ipſi eſt, ſerica ſtamina folliculi extremitatem jam perforatam circumambientia diſciſſa fuiſſe; idque confirmare præterea ex eo non dubitat, quod folliculi ſic perforati nequeant glomerari, ob ſolutam videlicet continuitatem.

In hac opinionum diverſitate licebit mihi, ut puto, meas qualeſcunque obſervationes proponere, quibus quantum illæ cum veritate conſentiant, quantum ab ea ſint alienæ cognoſcatur. Itaque illud mihi propoſui, ut papilionis conatus omnes, quibus exitum e folliculo ſibi quæritat, rimarer, ac quantum fieri liceret, perſpicerem. Quapropter nonnullos de induſtria folliculos ad eam extremitatem diſſecui, quæ alteri oppoſita eſt, e qua papilio ſolet erumpere. Deinde bene mane, & ut cecinit Hieronymus Vida = *cum primum cælo ſtellas aurora fugavit* = diſſectos folliculos introſpexi. Erant papiliones ad exitum parati, & jam internum folliculi extremum indicato humore madefecerant. Non ſolum autem capite, ſed etiam dorſo, & alis ejus extremitatis apicem urgebant; ſerica vero fila pedibus, & cruribus disjungere nitebantur. Capite vix extra folliculum producto, iterum madefacere perforati extremi margines humore illo limpidiſſimo. Hunc optime Friſchius animadvertit non omnem ſimul evomi a papilione, ſed ita ex ore emitti, ut ejus guttulam ſæpe in ore ipſo reliquam teneat. Quod ſi vel propter ſtaminum denſitatem, ac firmitudinem, vel propter defectum madefacientis humoris, vel alia ſimili de cauſa non ſatis amplum

exi-

exitui pateat orificium, regreditur iterum papilio in folliculum, atque induſtria plane admirabili eundem laborem repetit. Nempe ad orificium ſe circumquaque volvit, & recollectam ad os humoris illius limpidiſſimi guttulam geſtans, iterata ejus applicatione orificii margines humectat. Ubi ſatis emolliti fuerint, ſe denuo in foramen inſinuat; altera vero corporis extremitate contra inferiorem folliculi parietem nititur, ac reliquo corpore incurvato dorſo, alis, inflexis cruribus eo uſque contra orificium vim facit, dum ſatis dilatetur. Sic animal paullatim, & repetitis ejuſmodi niſibus optata luce tandem potitur. Hos conatus, ut ante dictum fuit, etiam per foramen in oppoſito folliculi acumine de induſtria exciſum inſpicere mihi licuit, atque explorare. Idem & aliis obſervatoribus licebit, & papilio imperterritus a labore incæpto non ceſſabit, modo ad ejuſmodi obſervationem requiſita diligentia, & dexteritas afferatur.

Ex iis, quæ hactenus propoſita ſunt, facile intelligi poteſt, univerſum papilionis laborem in hoc præcipue ſitum eſſe, ut folliculi ſtamina emolliendo, ac diducendo, commodam ſibi viam ad exitum paret. Hoc idem folliculi jam perforati accurata inſpectio confirmavit. Cum enim plures ejuſmodi folliculos obſervaverim, nonnullos inveni, quorum ſtamina invicem quidem implexa eſſent, minime autem diſrupta: multos vero, in quibus non pauca diſruptorum ſtaminum ramenta apparerent. Quanquam nec omnia, quæ ramentorum ſpeciem præſeferunt, revera pro diſciſſis ſtaminibus habenda ſunt. Quædam enim ex iis nihil omnino ſunt, niſi pennulæ pro ſumma exilitate diſrupta ſtamina æmulantes, quæ in exitu e papilionis corpore avulſæ, folliculi margini adhæreſcentes relinquuntur.

Obſervationes igitur noſtræ neque cum Friſchii, neque cum Reaumurii obſervationibus omnino conſentiunt, quorum alter ſine ulla filorum ruptione papilionem e folliculo exire, alter vero pleraque folliculi ſtamina diſcindi, atque abradi ſibi perſuadet. Neque tamen Reaumurio negaverim, papiliones alios a bombycino genere diverſos, eos videlicet, qui ſine ulla folliculi humectatione erumpunt, filorum ſciſſu opus habere, & oculorum inſtrumento uti ad ea diſcindenda. De bombyce autem id enimvero non conceſſerim, cujus papilioni tam magna data eſt liquoris jam memorati copia, quæ

quan-

quantum prodeſt ad eam folliculi partem humectandam, quæ penetrari debet, atque ad ſtamina laxanda, & diducenda, tantum eorum ſciſſuræ obeſſet, ſi limæ vices oculi gererent. Ac ſi filorum continuitas tolli deberet, aliæ profecto non deeſſent partes, quæ papilioni aptum præberent inſtrumentum. Miſſis enim cruribus, pedibuſque, exiſtit in dorſo pars quædam & valde robuſta, & ad perrumpendum aptiſſima. Eam hic intelligo dorſi partem, cui alarum radices infixæ ſunt. Huic ſubjiciuntur muſculi, qui totum fere pectoris cavum replent, ſuiſque fibrillis in alarum radices inſeruntur. His propterea vis ineſt ſumma. Si ergo tum alarum radicibus, tum etiam dorſo folliculi extremitatem papilio vehementer urgeat, uti revera urgere dictum eſt, quid vetat, quominus his potius cauſis quam aliis, aut ſaltem his potiſſimum, ſtaminum rupturam, & diductionem tribuamus?

Sed jam tempus eſt, ut eo revertamur unde diſceſſimus, atque ad propoſitam mutationum, quæ in reliquo alimentorum canali contingunt, deſcriptionem redeamus. Itaque a ſuperiore hujus canalis parte ad eam deſcendamus, quam ventriculum proprie dictum Malpighio, & mihi placuit appellare. Viſus ergo eſt Malpighius omnes partis hujus in chryſallide mutationes complexus eſſe, cum ſcripſit, ventriculi molem arctiorem fieri, & breviorem, ut quaſi deliteſcat; illius figuram variam ſuccedere ex diverſa contenti ſucci natura, & fibrarum carnearum retractione; criſpum inſuper, & rugoſum apparere; ejus denique colorem varium contingere. Profecto hæc omnia veriſſime ſcripta ſunt. Vix enim aliud quidpiam in univerſa chryſallidis ætate mihi licuit obſervare. Ac primum quidem ſi de figura loquamur, nulla quidem frequentius ſe mihi obtulit, quam quæ a Malpighio in icone 9 propoſita cernitur. At vero non raro aliam mihi accidit obſervare, quam icon 13 repræſentat littera *x. x.* cordis figuræ quaſimilimam. Hæc fortaſſe originem dedit opinioni cuidam, noſtris quidem ruſticis hominibus familiari, qui huic mediæ canalis parti cordis nomen, ac fortaſſe uſum tribuerunt; illud inſuper addentes, vermis cor in folliculo incluſi modo citius, modo ſerius apparere, ac juxta annorum, & tempeſtatum diverſitatem nunc magis, nunc minus coloratum inveniri.

Ad coloris autem varietatem quod attinet, *a latitante in-*

intus ſucco, ut ante dictum eſt, *emanare* ipſum Malpighius exiſtimat. *Unde ipſius* ventriculi *tunicæ* (verbis Auctoris utor) *primis aureliæ diebus carnei coloris, diluti tamen ſunt, mox roſei; deinde pyropum æmulantur, & tandem cyrneum, ſi in longum plus juſto protrahatur papilionis eruptio*. Circa quæ Malpighii verba illud mihi occurrit adnotandum, roſeum colorem, quem tunicis ventriculi tribuit Auctor, non his tantum tribuendum eſſe, ſed inteſtinulis etiam hanc interdum canalis partem circumundique ambientibus, quorum inteſtinulorum tantam, & tam denſam congeriem aliquando reperi, ut judicium de colorata membrana propemodum tuliſſem, niſi diligentior per microſcopium obſervatio rem, eo ſaltem in caſu, aliter ſe habere mihi oſtendiſſet. Ventriculum a cæteris partibus ſeparatum, & modo memoratis canaliculis circa ipſum multipliciter intortis obvolutum, qualem ſcilicet obſervare mihi contigit, icon undecima oſtendit.

Sed jam ad eam partem, quæ inferior eſt, & inteſtinis reſpondet, veniamus. Mutationes, quas primis chryſallidis diebus pars hæc inferior ſubit, eædem omnino ſunt ac illæ, quas in ſuperiore accidere demonſtravimus, quæ æſophago reſpondet. Extenuatur ſcilicet, gracilior redditur, ac pellucida ſic, ut evaneſcere quaſi videatur; ab ipſis demum trachearum ramuſculis derelinquitur. Quanquam autem evaneſcere videtur, manet tamen, non multo poſt in conſpectum proditura; immo illo ipſo tempore, quo pene inconſpicua evadit, attentum obſervatorem non fugiet. Dum enim pelluciditate ſua aſpectui ſe pene ſubtrahit, tenuiſſimus quidem, perſpicuuſque liquor per ejus cavum excurrit, qui ſuo ipſo fluxu oculis microſcopio adjutis tum ſui, tum canalis, intra quem excurrit, præſentiam manifeſtat. Pelluciditas autem ſæpe facit ut quæ partes multo antea aderant, quam detegi potuiſſent, eæ obſervatoris oculos fugiant. Contrarium opacitas.

Jam vero ubi ſextum, aut ſeptimum diem chryſallis attigerit, clariora fiunt hæc omnia, tum ſcilicet canalis ipſe, tum qui per eum fluit humor. Ille ſiquidem in hoc aureliæ ſtatu & aliquam adeptus jam eſt firmitatem, & minus pellucet, & anguſtata diametro exquiſitiorem canaliculi formam acquiſivit. Humor vero craſſior factus, & coloratus inſpectantis oculos facilius percellit motu præſertim ſuo accelerato. Quo quidem motu ab ima mediæ portionis, ſeu ventriculi

 parte

parte ad infimam inteſtini partem jugiter fluens, in quodam ſe conceptaculo ſiſtit ad extremam fere inteſtini partem jam efformato. Iſtius non modo conceptaculi, ſeu veſiculæ, ſed etiam ipſius canaliculi imago adumbratur aliqua in icone 10, in qua litteræ *o. o.* canaliculum indicant, littera vero *.p.* conceptaculum. Motus autem, quem hoc tempore habet canaliculus, omnino vermicularis eſt, & periſtalticus ſic, ut incluſum fluentem humorem magna vi urgeat, atque impellat. Humoris color rubeſcens eſt, & interdum exquiſite roſeus, ut qui partim ex ipſa alimentarii canalis media portione, partim ex inteſtinulis ſupra memoratis derivatur.

Quæ hactenus a me deſcripta ſunt, canaliculus, motus ejus periſtalticus, veſica demum, ſeu conceptaculum, a Malpighio quoque ſunt deſcripta, ſed quemadmodum ab eo conſpecta ſunt in ultimo chryſallidis ſtatu. De mutationibus, quæ hunc ſtatum præceſſerunt, ac ſpeciatim de iis, quæ inferiori alimentarii canalis portioni accidunt, hæc tantum habet: *Inferior* ventriculi portio *verſus ventris medium aſcendit, nullumque ſubſequentium... cavitatum remanet veſtigium; cum forte in ductum, & veſicam mox exponendam abſumatur*. Ex quibus verbis aperte intelligitur, inferioris portionis tranſitum in ductum, & veſicam ab Auctore noſtro tanquam ſimplicem conjecturam propoſitam fuiſſe. Quæ conjectura, etſi magnam habeat probabilitatis ſpeciem, erat tamen obſervatione ipſa comprobanda. Quod ſane obtineri non poterat, niſi univerſa inſignis hujus mutationis ſucceſſio, quemadmodum facere nos ipſi curavimus, diligenter inveſtigaretur, per ſingula ætatis hujus tempora non intermiſſa notatione percurrendo.

Sed antequam canalem hunc alimentorum, ipſique annexas partes dimittamus, pauca quædam addenda ſunt de veſica modo memorata, deque humore illuc derivato, ipſam pro ſui copia dilatante. Itaque duo in eam congregantur excrementorum genera; quorum alterum veſicæ fundum, quocumque illa vertatur, petit ſemper. Id *ſanioſum*, ac *cinereum* a Malpighio vocatur, atque *excretum tabis inſtar concreſcit*; alterum, quod fluidius eſt, *ſaturato, & melleo pollet colore, & ſemper ſupernatat, etiamſi ſumma agitatione confundatur cum ſucco conſocio*. Primum illud, quod ſedimentum veluti quoddam eſt, deſidit enim ſemper, etiamſi ut ante dictum, vehementer agitetur, viſum eſt mihi curioſiorem mereri obſervationem.

Ita-

Itaque cum ejuſmodi excrementum una cum alio egeratur a papilione, ſtatim fere ac perforato folliculo in lucem prodierit, curavi, ut multis papilionibus in grandioris chartæ ambitum congregatis, excretæ materiæ tanta mihi copia ſuppeteret, quanta experimentis de ipſa capiendis poſſet ſufficere. Hanc ſponte in aperto aere ſiccari permiſi, atque in tenuem pollinem redactam ſequentibus experimentis ſubjeci. Primum ergo aliquot ejus materiei grana in aquam puriſſimam conjeci. Hanc diu in oblongata ampulla quaſſavi eo conſilio, ut cognoſcerem, an ſimplicis aquæ unionem perinde fugeret, ac animalis ſocii liquoris connubium recuſat. Verum neque agitatio, neque mora in aqua, etiamſi diutius protracta, impedire potuerunt, ne ponderoſa hæc materies citius, aut tardius ad fundum non ſoluta præcipitaret.

Quapropter ad ſalſos liquores me converti; ac primum quidem acidis rem tentavi. Acetum diſtillatum, vitrioli, & ſalis marini ſpiritum, demum aquam fortem ſic dictam in totidem hujus materiæ portiunculas ſingillatim inſtillavi ad guttulas aliquot. Acetum diſtillatum, & vitrioli ſpiritus materiem reliquerunt prorſus non mutatam. At vero ſpiritus marini ſalis, & multo magis aqua fortis, ſtatim fere ab affuſione tantam excitarunt in materia efferveſcentiam, ut in tumorem inſignem attolli viſa ſit copioſis undique aereis bullulis erumpentibus. Id vero mihi ſemper obſervare contigit, ſive materiem adhibuerim jam exſiccatam, ſive mollem adhuc, & recens a papilione redditam, ſive de induſtria a papilionis corpore, atque a veſica, in qua eam aſſervari diximus, extractam.

Sedata efferveſcentia, materiæ hujus tantillo chartam modo infeci, modo lignum, modo aliud ſimile corpus; atque iteratis ſæpius experimentis, mihi compertum eſt, eam ſimul atque ſiccabatur, rubello colore tingi, qui eo uſque vividus, & elegans evadebat, ut interdum minio, aut cinnabari elegantia non cederet.

Poſt acidos liquores experiri placuit etiam alcalicos. Ex his oleum tartari ſelectum eſt. Hujus inſtillatione nec ulla efferveſcentia oborta eſt, nec ulla materiæ ſolutio conſequuta, quamvis ad eam juvandam ſufficiente aquæ copia mixturam diluere non omiſerim.

Præterea inveſtigare non prætermiſi, an excrementum

hocce quidquam in ſe reconderet, in quo alcalica vel acida natura emineret. Eam ob cauſam ſyrupum violarum cum ipſo diligenter commiſcui; mutatus ſyrupi color rem patefacere debuiſſet. Verum nihil mutatum eſt.

Cum autem materiæ hujus gravitatem mecum ipſe perpenderem, quæ tanta eſt, ut inferiora ſemper petat, neque confundi ſe cum fluidiore altero excremento patiatur, me continere non potui, quin præter terreſtrem naturam, metallicum quidpiam in ea latere cogitarem. De ferro in primis ſuſpicio fuit. Itaque cultri aciem magnetica virtute imbuti hac illac in ſiccatæ materiæ portione verſavi. Nihil adhæſit, quod ferri indicium daret. Itaque ad aliud experimentum ventum eſt. Materiem cum animali pinguedine diligenter, uti par erat, ſubegi; deinde convenienter exuſtam in calcem converti. Calcem magnete tentavi. Sic aliquot moleculæ ſe prodiderunt magneti promptiſſime obſequentes. Quo cognitum eſt ferreum aliquid in hoc ſedimento contineri.

De quo tandem pauca quædam, Sodales, accipite, quæ mihi elegans ille color, quem ſola marinæ, aut nitroſæ aciditatis affuſione contrahit, in mentem induxit. Cogitavi ergo, an genus hoc excrementi novum item genus pigmenti colorandis corporibus idonei ſuppeditare poſſet. Verum duo me ab ejuſmodi cogitatione abduxerunt, quorum alterum a materiæ copia, alterum a coloris diuturnitate petitum erat. Atque ad primum quod attinet, vix mihi perſuadere potui, excrementum, quod præ ſua paucitate ſubtilioribus experimentis capiundis non ſufficeret, colorandorum corporum quantitati ſatis eſſe facturum. Cui difficultati, etiamſi obviam iri potuiſſet, alteram tamen obſtituram eſſe intelligebam ex coloris diuturnitate. Quippe animadverti excitatum ab acidi liquoris affuſione ruborem, non multo poſt vel minimo humidi aeris attactu, immo ſolo quoque vividioris luminis appulſu, non parum elangueſcere. Quid igitur expectandum erat a corpore præcipuas elegantis pigmenti dotes citiſſime amiſſuro?

Potius ad aliam conſiderationem me converti, cui occaſionem dedit id, quod memoratum vidi a Reaumurio, ubi de hoc papilionum excremento ſermonem habet. Nonnulli ſunt papiliones, qui ſtatim fere ac excluſi ſunt, excrementum dejiciunt, quod carmino ipſi nitore non cedat. Quis au-

tem

tem credat, inquit Reaumurius, papilionum excrementa populis terrori eſſe poſſe, atque oſtenti loco haberi? Fuerunt tamen, & erunt fortaſſe impoſterum. Hujus rei exemplum habetur apud Gaſſendum in vita Peireskii. Viſæ ſunt anno milleſimo ſexcenteſimo octavo ſub Julii menſis initium Aquis ſextiis innumerabiles guttæ tum magnitudine, tum rubicundo colore conſpicuæ non modo in ipſa urbe ad parietes Cæmeterii Majoris Eccleſiæ, quod eſt prope muros, ſed etiam ad muros ipſos; ac rurſus ad parietes villarum, pagorum, oppidorumque ad aliquot milliaria circum vicinorum. Statim de pluvia ſanguinea rumor percrebuit. Multitudo in varias ſententias abiit. Magna pars vulgi, ac nonnulli Theologi facinus dæmonum, ſtrigumve fuiſſe opinati ſunt. Alii, qui melius ſapere ſibi viſi ſunt, ejuſmodi pluviam ad naturales cauſas retulerunt, ac de vaporibus e rubra terra in ſublime evectis, & poſt concretionem deciduis conjecturam fecerunt. Alii alia cogitarunt. Solus Peireskius germanam rei cauſam aſſequutus eſt, quippe ante aliquot menſes inventam quamdam chryſallidem pyxide incluſerat magnitudine formaque inſignem. Contigit autem, ut circiter idem menſis initium adaperta pyxide, chryſallidem invenerit ex eruca papilionem factam pulcherrimum, qui ſtatim avolaverit, reliqueritque in fundo guttam rubeam ſatis ampiam. Obſervata eſt per idem tempus papilionum confertim per aerem tranſvolantium incredibilis multitudo; idcirco hæſitandum non eſſe in cauſa quærenda opinatus eſt, nempe guttas illas, quæ tantum in vulgus rumorem excitarunt, excrementum eſſe, quod papiliones hujuſmodi in parietibus quieſcentes diffudiſſent. Erant enim excremento, quod e ſuo papilione exiviſſe viderat, colore ſimiles, magnitudine pares. Loca quoque, in quibus illæ inventæ ſunt, conjecturam egregie confirmarunt. Quod vero de hac ſanguinea pluvia cogitavit Peireskius, id quoque de aliis, quæ ab Hiſtoricis inter prodigia numerantur, cogitandum eſſe non dubitavit.

Verum hoc miſſo; liceat mihi occaſione rubicundi hujus coloris a vobis quærere, Sodales, quid cauſæ putetis eſſe, cur papiliones iſti excrementa egerant tam eleganter tincta; bombycinum autem excrementum non eum nitorem acquirat, niſi aciditate affuſa juvetur? An hoc ipſo conjectari fas eſt, papiliones illos acidum quidpiam in corpore gerere, quod in excre-

cremento ruborem tum ſolum excitet, cum reſiccatur? An acidum iſtud repetamus ab aere, idque ab excremento jam ſiccato abſorberi dicamus, unde nitor ille coloris emergat? Profectò Reaumurius ejuſmodi excrementa rubeſcere tum ſolum obſervat, cum exſiccantur, ruborem vero iſtum in ſola eorum ſuperficie apparere. Verum hac de re veſtram malo, Sodales, audire ſententiam, quam conjecturis vos diutius detinere; ſatis enim intelligo, quam multis, quamque gravibus difficultatibus ſint obnoxiæ.

Itaque ad mutationes in canali alimentorum obſervatas revertamur. In his enim minime dubito illas quoque recenſendas eſſe, quæ vaſculis accidunt, ſeu inteſtinulis ſupra memoratis. Hæc quippe tantam habent cum eo canali connexionem, ut quaſi partes ejus, ſeu mavis appendices haberi poſſint. De his ſparſim in ſua diſſertatione ſcripſit Malpighius, atque ita quidem, ut nullum fere dubium remanere poſſe videatur, quin exiſtimaverit, vaſcula iſta omnino eadem eſſe, quæ in papilione aperiri obſervantur in canaliculum *r. r.* (*fig.* 12) & *y. y.* (*fig.* 13) excrementitium humorem, ad memoratam veſicam *z.* tranſducentem. Sententiam hanc ſuam apertius expreſſit in opere poſthumo, eo maxime in loco, in quo ſtatuit, per hujuſmodi vaſcula *pancreaticum ſuccum, bilemque ipſam in ventriculi humiliorem partem eructari* At vero Malpighiano huic aſſerto longe majus pondus, niſi ego fallor, acceſſit ex continuata, & nullo tempore interrupta canalis, atque in eo ſuccedentium mutationum obſervatione. Multo autem facilius icones ipſæ repræſentandis ejuſmodi mutationibus a me de induſtria comparatæ id demonſtrabunt. Patet enim inteſtinula, ſeu vaſcula *i. i. i. i.* in icone 3. Malpighiana indicata, ſenſim ſenſimque canalis mediam partem derelinquere, ut in iconibus *6.*, & 8. oſtenditur, ſic ut ventriculo, ſeu mediæ canalis parti ad minimam, quam habere poteſt, magnitudinem ad extremum contractæ, vix adhæreſcant vaſcula *a. a. a. a.*, uti (*fig.* 13) exhibetur.

Qui vero in canaliculum exoneratur humor tranſmittendus deinceps in veſicam, is non modo a memoratis vaſculis *a. a.* &c. provenit; ſed etiam, ut mihi valde probabile videtur a ventriculo *x. x.* Et vero Malpighius ſucci naturam deſcribens, qui in ipſo ventriculi cavo continetur, de illo ſcripſit, non raro liquari, & in humorem perſimilem ei, qui

in veſica colligitur, abire. Veriſimile igitur eſt, gravius illud excrementum, quod experimentis ſupra recenſitis tentavimus, ab inteſtinulis in veſicam derivari; alterum vero, quod eidem ſupernatare diximus, a ventriculo. Hæc igitur ſi vera ſunt, minime opus erit, ut aliam excogitemus viam, per quam memoratus humor in veſicam deducatur, quemadmodum more ſuo ingenioſiſſime fecit Reaumurius. Cum enim non ſatis intelligeret, qui fieri poſſet, ut vaſculorum materia, quæ in alimentorum canalem antea in eruca exonerabatur, tandem in veſicam demitteretur, ſibi perſuaſit in erucæ ſtomacho contineri, & quaſi latere alium ipſius papilionis ſtomachum. Quod ſane cogitatum locum habere poſſet, niſi quæ ſupra obſervata ſunt, manifeſte oſtenderent, omnes alimentorum canali contingentes mutationes non ab aliquo viſcere intus latente provenire, ſed in mutata potius exterioris membranæ configuratione conſiſtere. Enimvero interna canalis membrana una cum erucæ ſenio, quo cum manifeſtam habet continuitatem, ab inſecti corpore decedit, atque detruditur.

Jam vero circa univerſam hanc mutationum ſeriem, in qua pars canalis ſuperior in veſiculam ante deſcriptam abit, & inferior magnam partem in canaliculum itidem deſcriptum transformatur, illud reticendum non eſſe exiſtimo, utramque partem ut plurimum continuitatem, quam antea cum ventriculo, ſeu parte canalis media ſervabant, ſic amittere, ut pars una canalis ab altera in papilione facili negotio ſeparari poſſit. Id autem explicatu non erit difficile, ſi Malpighiana canalis deſcriptio, & figura conſideretur, quibus oſtenditur, duplicem fibrarum ordinem ad univerſum canalem pertinere, quarum aliæ rectæ ſunt, aliæ per tranſverſum ductæ ventriculi latitudinem colligunt. Sic enim ſe Auctor expreſſit, & circulares fortaſſe potuiſſent appellari. Quid igitur obſtat, ne cogitemus, fibrarum in primis circularium ope ſenſim, ſenſimque coarctari canalem in *f.*, & in *h.* (*fig.* 3.) dum ſcilicet his ipſis in locis membrana ipſum conſtituens penitus cohæreat. Hac conſtrictione ad eum locum facta, in quam ſuperior ventriculi pars, infima vero œſophagi cadit, colligitur denique in eum ipſum locum tenuis, perſpicuuſque humor ita copioſe, ut ſuperſtantis œſophagi membranas dilatet in lagenulam *u. u* (*fig.* 13), quam & in extrema chryſallidis ætate, & in papilione recens excluſo deſcripſimus. Hujus

jus configurationis quoddam quaſi rudimentum in ipſa canalis parte *f. F.* (*fig.* 3) videtur in eruca antea extitiſſe. Quod vero attinet ad inferiorem canalis partem, in hac quoque locum habet eadem conſtrictionis cauſa. Probabile igitur eſt, in extrema chryſallidis ætate canalem in parte ſua inferiore *h.* penitus coarctari. Hinc commercium omne tolli inter canalis mediam cavitatem, ſeu ventriculum, & tubum inferiorem. Ablato autem hoc commercio, quid facilius eſt, quam ut pars una ab altera disjungatur? Verum hæc multo melius intuitu ipſo, & facta iconum 3., & 13. inter ſe comparatione, quam alio quovis modo intelligentur.

Ex hactenus enarrata obſervationum ſerie hunc mihi videor fructum cepiſſe, ut tranſitum unius partis in aliam per quoſdam quaſi gradus, & ſucceſſione minime interrupta factum obſervare ipſe potuerim, & curioſis iſtarum rerum ſcrutatoribus patefacere. Quibus, ut puto, injucundum non erit cognoſcere, quomodo viſcera nonnulla, quæ in diverſis inſecti ætatibus ſe produnt, ex præcedentibus viſceribus ſola figuræ mutatione enaſcantur.

Neque vero minus jucundum erit eas quoque mutationes animadvertere, quæ humoribus accidunt ſolidarum partium mutationibus & ipſæ reſpondentes. Optimo enimvero naturæ conſilio factum videtur, ut quamdiu animal ſecundum omnem dimenſionem augeri debet, atque incrementum capere, omnia ſucco turgeant, atque humoris exuberantia pene diffluere videantur. Ubi vero eruca omnino adoleverit, humores ſic copia, & qualitate mutentur, ut ad novum animalculi ſtatum paullatim fiant accommodi. Porro in eo progreſſu inertes, denſiores, fixioreſque humores dimittit bombyx, ſericum videlicet cum eſt eruca; cum vero factus eſt chryſallis, terreum in veſicam excrementorum *z.* (*fig.* 12. & 13) depellit, aqueum vero in veſiculam, ſeu lagenulam *u. u.* (*fig.* 13) colligit; qui tandem humores in papilionis exitu ambo ejiciuntur. Sic abſumptis viſcoſis partibus, exhalantibus aquoſis, detruſis fixioribus, ſubtiliora, & actuoſa principia exſolvuntur, firmæ inſecti partes ſolideſcunt, & corpus ejus univerſum robur illud acquirit, quod nova, quam ingreditur, vita neceſſario requirit. Quo fit, ut cum omnia in eruca, & chryſallide torperent, in papilione peculiares quædam motiones ſuſcitentur; ſpinalis medulla, de qua in alio ſermone plura dicemus, vividius

quam

quam ante oſcillet; totumque animal coeundi æſtro percitum, in magnum illud, quod ipſi unice ſupereſſe videtur, generationis opus validiſſime incumbat.

Caput III.

De peculiari coloris mutatione in tracheis.

Quo magis verſor, Sodales ornatiſſimi, in accurata eorum inveſtigatione, quæ ad bombycis hiſtoriam pertinent, eo, mihi credite, id verius eſſe perſpicio, de quo Leæuvenhoechius ſe jam perſuaſum eſſe affirmavit; *nullum* videlicet *unquam hominem eo penetraturum, ut omnia, quæ in bombyce adhuc detegenda manent, eorumque cauſas, ac effecta exhibere valeat;* eo, inquam, verius hoc eſſe intelligo, quia toties mihi contigit novi aliquid invenire, quoties particulam bombycis aliquam ad examen revocavi. Enimvero cum vaſculorum genus quoddam diligenti obſervatione ſcrutari aggreſſus fuerim, quibus pulmonum, & trachearum nomina Malpighius impertivit, quædam continuo ſe ſe mihi obtulerunt, quæ novitatis ſpeciem ſaltem aliquam habere mihi viſa ſunt. Sunt autem tracheæ, ſive pulmones vaſcula quædam ſatis nota; nec ullus ferme eſt in erucarum ſtructura nonnihil eruditus, qui neſciat, ejuſmodi vaſcula in exterioribus etiam inſecti partibus ſuis rimulis, vel oſculis ſe prodere, quæ quidem oſcula, ut in bombyce, ſic in aliis quibuſdam erucis, ſunt margine quodam nigricantis præſertim coloris circumſepta. Per hæc autem oſcula, quæ ſtigmata Malpighius appellavit, quæque (*fig.* 1.) indicantur litteris *a. a. a. a.* &c. introducitur aer in pulmonaria, ſeu trachealia vaſcula in intimis inſecti partibus eleganti ordine diſpoſita; ex uno enim, eodemque centro unicuique oſculo, ſeu ſtigmati reſpondente, plures diſcedunt trachearum trunci (*fig.* 4.) *m. m.* &c., qui in minores, ac minimos uſque ramos diviſi, ita per totum corpus propagantur, ut nulla ſit interior inſecti pars, quam non attingat copioſus iſtorum ramuſculorum numerus. Quemadmodum autem oſcula, ſeu ſtigmata ad exteriora corporis conſpicua octo ſupra decem numerantur, utrinque ſcilicet novem, ita faſciculi trachearum interiores unicui-

que exteriori oſculo reſpondentes eundem æquant numerum, ut patet ex ipſa icone 4. Et quoniam hujuſmodi faſciculos pro totidem pulmonibus Malphighius habuit, decem pariter, & octo pulmones in univerſo bombycis corpore numerabuntur. Ab uno vero ad alterum faſciculum craſſiorem truncum exporrigi jam indicata icon ſatis oſtendit.

Nunc nihil eſt cur & horum vaſculorum abſolutam perſequar Malpighianam deſcriptionem, & obſervationes, atque experimenta commemorem, quæ tum ab ipſo Malpighio, tum a Reaumurio de iſtiuſmodi trachearum uſibus fuerunt ſapientiſſime inſtituta. Mihi ea modo attigiſſe ſufficiat, quæ facere quidquam poſſunt ad mutationes quaſdam percipiendas, quæ in hoc vaſorum genere adnotantur; præſertim cum iſtæ mutationes ad coloris rationem pertinere potiſſimum videantur.

Cum itaque & ipſis Malpighii verbis, & propria etiam obſervatione didiciſſem, trachealia bombycis vaſcula colorem plumbeum maximam partem præſeferre, atque hunc argenteum denique apparere, jam cæpi mecum ipſe de modo cogitare, quo tanta coloris mutatio naſceretur. Quanquam enim ejuſmodi mutationem pluries commemorat in ſua diſſertatione Malpighius, non videtur tamen rationem, qua illa fiat, afferre. Enimvero cum hoc vaſorum genus primo deſcribit, in eo ſcilicet bombycis ſtatu, in quo eſt antequam ad folliculi fabricam diſponatur, de colore ſic diſſerit. *Vaſa hæc*, inquit, *cæruleo, ſeu plumbeo pollent colore, qui ſenſim argenteus efficitur*. Cum vero bombycem conſiderat intra folliculum jam incluſum, hoc tantum de tracheis habet, quod *vaſa hæc minus turgida redduntur*. Videtur autem ibi aliquid amplius addere, ubi de inſecto agit, quod folliculi fabricam jam abſolverit; ita ſiquidem loquitur. *Interius tracheæ vaſa plumbeum colorem ferunt; in extremitatibus autem argenteum;* cumque deinde tranſeat ad ea deſcribenda, quæ ab inſecto ipſo fiunt erucæ ſenium excutiente, hoc affirmare non dubitat, quod ſcilicet *tracheæ portiones a propriis exterioribus orificiis divulſæ rapiuntur una cum ſenio, quod tunc deponitur*. Atque hæc quidem Malpighii propoſitio ea eſſe mihi videbatur, ut explicari facile poſſet, quam ob cauſam cæruleus, ſeu plumbeus tracheæ color in argenteum mutetur: etenim portionum trachealium nomine iſtorum vaſculorum partem

tan-

tantummodo eam intelligendam fore mihi perſuaſeram, quæ plumbeo colore infecta eſt. Veruntamen opinioni huic meæ non ſatis reſpondebat alia quædam Malpighii propoſitio, qui mutationes deſcribens in chryſallidis internis partibus temporis progreſſu contingentes, ita ſcriptum reliquit. *Tracheæ rami amiſſo annulorum vigore, molliores redduntur ita, ut in ſe ipſos collabantur, & ex plumbeis argentei fiant.* Si ergo tracheæ rami in chryſallide progreſſu temporis argentei fiunt, quid opus erat (ſic ipſe mecum ajebam) ad portiones tracheæ per ſtigmatum orificia exeuntes confugere, ut coloris mutatio iſthæc explicaretur? & cur mutati coloris cauſam in chryſallide potius non quærimus, quam in prægreſſo bombycis ſtatu? aut ſi in hoc, cur non in illo quoque? Movebant hæc me non parum, ſed illud etiam movebat, quod de interna ventriculi, ſeu canalis alimentorum membrana jam antea obſervaveram. Hanc, ut alias audiviſtis, ſecum abripit erucæ ſenium, dum ab inſecto excutitur, quippe quæ cum illo manifeſtam habet continuitatem; ſic enim noſtræ ferunt obſervationes. Quæ cum ita ſint, non potui equidem quin ſuſpicarer, analogiam inter hæc duo aliquam intercedere, ut ſcilicet, quemadmodum ventriculi membrana per anum, & os una cum ſenio, ut alias jam demonſtratum eſt, educitur; ſic interna trachealium vaſculorum membrana eidem ſenio continua, per ſtigmatum orificia abripiatur. Suſpicio autem hæc mea locum profecto habere non poterat, niſi hæc quoque admitterentur, primum videlicet, portiones trachearum, quas a propriis orificiis divulſas una cum ſenio rapi aſſerit Malpighius, nihil aliud eſſe niſi internam horum vaſculorum membranam; ſecundo omnem proinde mutati coloris rationem pendere a ſeceſſione, ſeu ablatione iſtius membranæ; tertio hanc ipſam membranam colorem habere plumbeum ſive nigricantem; quarto demum, nullam tracheæ ramis accidere coloris mutationem in chryſallide.

Veruntamen hæc, quæ ratione, atque analogia duce conjeceram, oportebat obſervationibus confirmare. Quod ut obtinerem, tracheæ vaſcula obſervare cæpi tum in bombycibus, qui erucæ ſenium erant jam jam excuſſuri, tum in aliis, qui ſpoliare ſe ſe vix cæperant, tum denique in illis, qui ſpoliationem omnino compleverant, ideſt in chryſallide recens exſpoliata. Nam circa hæc tempora, dum verum illud

eſſet quod excogitaveram, inſignes in vaſculis, de quibus agimus, mutationes fieri oportebat. Multos itaque ex illis bombycibus mihi comparavi, qui ſuos quique folliculos jam confecerant. Deinde unum ſtatim poſt alterum eo ordine, quo magis magiſque ad ſpoliationem accedere videbantur, diligenter, quantum in me erat, proſecui. Obſervationum autem ſumma hæc fuit. In bombycibus iis, qui magis diſtabant a ſpoliatione, trachealium ramulorum extremitates tantummodo argenteæ erant, ſicuti jam viderat Malpighius; in aliis vero, qui minus, non modo extremitates, ſed majores etiam ramuſculi colorem hunc argenteum præſeferebant; atque ita quidem, ut ſpoliatione jam jam imminente, vix horum vaſorum majores truncos ſtigmatum orificiis propinquiores viderim, qui plumbeum colorem adhuc retinerent; manifeſto indicio, partem horum vaſculorum, quæ plumbei coloris eſt, a minoribus ramuſculis in majores uſque ramos ſenſim ſenſimque retrahi, per ſtigmatum tandem orificia exituram.

Num vero pars iſta vaſorum trachealium per ſtigmatum orificia re ipſa exiret, quidque eadem eſſet, nihil poterat melius declarare, quam diligens horum vaſorum obſervatio tunc temporis inſtituta, cum ipſum erucæ ſenium ab inſecto jam deponitur. Sed quia inſecto ipſi in hoc ſtatu conſtituto ſumma corporis teneritudo eſt, ac mollities, ipſumque ſpoliationis opus breviſſimo temporis intervallo conficitur; ac propterea non ſine magna difficultate talis inſtitui recte poterat obſervatio; idcirco bombyces ex iis aliquot in vini ſpiritum conjeci, qui in hoc ſpoliationis opere occupabantur, ſperans fore, ut & inſecti corpus nonnihil fieret ſolidiuſculum, & ſic facilius manifeſtari poſſet, quid ex incæpta, inhibitaque poſtea ſpoliatione internis tracheæ vaſculis contigiſſet. Neque profecto ſpem fefellit eventus. Cum enim extractis e vini ſpiritu bombycibus iſtis, eorum corpuſcula proſecuiſſem, mihi videre contigit faſciculos trachearum, qui ſunt capiti propiores, utrinque in tota eorum extenſione argenteos eſſe ad unum omnes, cum ex adverſo faſciculi alii plerique ad reliquum corporis pertinentes, licet magnam partem argentei eſſent, obſcurum tamen, ac plumbeum colorem in majoribus truncis adhuc aſſervabant. Cujus quidem rei cauſam mihi haud difficile erat invenire, ſi ad ea, quæ antea excogitaveram,

ani-

animum converterem. Non me quippe latebat, bombycem, dum erucæ ſenium excutere incipit, id ipſum ſibi a partibus capiti propioribus, atque a capite ipſo removere, mox ſucceſſive ad alteram ſui corporis extremitatem deducere. Cum autem in allato experimento ſpoliatio ipſa fuerit ſuppreſſa, extinctis videlicet in vini ſpiritu bombycibus, conſequens profecto erat, ut ſi qua interna trachealium vaſorum colorata membrana extra duci per propria orificia debuerat, ea quidem educeretur, quæ ad tracheales faſciculos ſpectat capiti propinquiores. Non eſt igitur mirum ſi faſciculi tantummodo iſti argenteo nitore ſplendentes apparuerint, alii vero non item. Confirmabat hæc experimentum aliud, quod ſuſcepi in his ipſis bombycibus vini ſpiritu ſuffocatis. Tentare ſcilicet volui, num quæ cæpta ab inſecto fuerat ſpoliatio, deinde vero cohibita, hanc ego perſequi poſſem, ac perficere. Atque hoc etiam non mediocri labore, & induſtria obtinuimus. Quo quidem in opere jucundum ſane erat non modo tracheæ membranulas, quæ nondum exierant, detrahere, verum etiam ipſam jam eductam obſcuro, ſeu plumbeo colore infectam obſervare, & faſciculos dein trachealium vaſorum omnes argenteo candore nitentes inſpicere, non ſecus ac de illis faſciculis diximus, qui ab inſecto, priuſquam in vini ſpiritu extingueretur, ſpoliati fuerunt. Tentare quoque exſpoliationem placuit, membranulæque extractionem, quam nondum cæperat inſectum, ſimiliſque fuit exitus (ut in fig. 15. indicatur).

Reliquum tandem erat ut, profectis chryſallidibus recens, ac ſponte ortis, cognoſcerem, an omnia trachearum vaſcula argentea omnino apparerent conſtanti obſervatione. Quod ſi obſervaretur, præterquamquod iſta obſervatio cum illis, quæ fuerunt nuper recenſitæ, apprime congrueret, non erat amplius dubitandum, quin interna eorum vaſculorum membrana de inſecti corpore ſecedens per ſtigmatum orificia, in cauſa ſit, cur vaſcula hæc ipſa argentea compareant. Itaque plures harum chryſallidum, quæ ſenium erucæ vix dejecerant, proſecui, comperique in omnibus, nulla excepta, trachealia vaſcula omnino omnia argenteum nitorem conſtantiſſime præſeferre. Quid plura? ſpoliis ipſius recens dejectis, & adhuc mollibus nigricantes membranulæ nunquam non ſe ſe mihi oſtenderunt ad locum internum ſtigmatum trachealium appenſas.

His

His adde, quod ſi univerſa ſpoliatio, dum ſponte fit ab inſecto, attente, ac perdiligenter inſpiciatur, non erit admodum difficile ſenii membranam, quæ dejicitur, obſervare ſecum ducentem membranulas alias trachaerum nigricantes a ſuis orificiis jam excerptas.

Quæ cum ita ſint, perſpicuum jam eſſe arbitror (id quod alias diximus), veram cauſam, propter quam trachearum vaſcula plumbeum, quem prius habebant, colorem amittunt, argenteum vero adipiſcuntur, ab hac nigricante eorundem vaſorum membrana petendam eſſe; quæ dum intra propria vaſcula, quorum partem aliquam conſtituit, aſſervatur, nigredinem ſuam per alterius membranæ argenteum quaſi colorem tranſmittens, plumbeum, ſeu cæruleum oculis repræſentat; dum vero extra vaſa cum ſenio ducitur, eadem vaſcula relinquit membranis tantum exterioribus conſtituta, quæ cum argenteum ſplendorem in ſe ferant, colorem quoque hunc ſuum a colore alio minime perturbatum oſtendunt. Manifeſtum pariter ex his eſt, quas Malpighius vocat tracheæ portiones a propriis orificiis divulſas, & cum ſenio raptas, eas minus proprie ſic appellari; cum potius dicendæ ſint portiones membranæ internæ vaſorum trachealium; quam quidem membranam ſi accuratius Malpighius exploraviſſet, nullam certe mutati horum vaſorum coloris mentionem feciſſet in eo chryſallidis ſtatu, in quo color iſte argenteus amplius non mutatur.

Commemorat autem in ſua inſectorum hiſtoria Reaumurius diverſis quidem in locis tum funiculos quoſdam albos trachearum in illo erucarum ſenio conſpicuos, quod alterius ſpeciei chryſallides quædam excutiunt, tum fila quædam albida, quæ tracheas vocat exſiccatas in ſenio illo chryſallidis, quo ſe exuunt papiliones; deque his icones etiam exhibuit. Neque eſt, meo quidem judicio, dubitandum, quin Reaumuriani illi funiculi internam membranam conſtituant eorum trachealium vaſorum propriam, quæ in aliis erucis viderat Reaumurius; cumque in ejuſmodi erucis interna quoque tracheæ membrana album colorem habeat, non eſt profecto mirum, funiculos iſtos albos eſſe obſervatos. Quod vero attinet ad fila pariter alba, quæ Auctor iſte judicat tracheas eſſe exſiccatas, nullus dubito, quin fila hujuſmodi ab altera quadam tracheæ membrana fiant, quam ſecum rapit ſenium a papilione

ne

ne dejectum. Quid enim veriſimilius eſt, quam illud idem fieri in papilionis, quod in chryſallidis ſpoliatione diximus? Et vero in ſenio, quod ab ipſo bombycis papilione excutitur, membranulæ quædam albæ filorum inſtar ſe ſe mihi præbuerunt obſervandas, quas ab internis trachearum vaſis profectas fuiſſe nequaquam videtur negari poſſe. Cur autem ſecunda hæc trachealium vaſorum membrana albo colore, etiam in bombyce appareat, facile, ut arbitror, intelligi poteſt. Namque ſi argenteus color, quem tracheæ vaſcula poſt expulſionem interioris nigricantis membranæ acquirunt, non mutatur amplius, hoc ſatis demonſtrare meo quidem judicio videtur, ſecundam iſtam membranam, ſi qua eſt, non alium habere colorem præter album.

Reſtat mihi unum de tracheis poſtremo conſiderandum, quod cum ad ſtructuram earum ſpectet, & Malpighium auctorem habeat, animadverſionem certe aliquam poſtulat. Deſumptum autem hoc fuit ex opere poſtumo ipſius Malpighii, qui affirmaverat, *ſedulo iterum* ſe *inquiſiviſſe trachearum propagines, quibus viſcera, reliquæque bombycis & inſectorum partes irrigantur*, atque hoc inveniſſe, quod ſcilicet ejuſmodi propagines *non tot diſtinctis annulis, interpoſitis muſculis, & membranis continuantur, ut in perfectorum animalium pulmonibus deprehendimus*, ſed quod *eas zona quaſi argentea ſpiraliter poſita excitat, ita ut ſi extremitas aextere evellatur, lacerata laterum continuitate, totus tracheæ tractus in continuatam zonam ſolvatur*. Confirmantur hæc in eodem opere his verbis. *Trachearum compages excitatur zona quadam quaſi argentea, quæ ſpiraliter ducta tubulum perpetuo patentem efformat. Zonæ pariter compages mirabilis eſt; nam integratur lamellis ita ſtatutis, ut ſquamarum inſtar piſcium compreſſo, & dilatato tubulo approximari, & elongari poſſint.*

Quantum hæc valeant Malpighii verba ad vaſorum iſtorum ſtructuram illuſtrandam, nemo certe eſt quin intelligat. Verum non ita ſumenda ſunt, ut exiſtimemus, trachearum compagem zona illa argentea tantummodo conſtare, præſertim ſi vaſcula in eo ſtatu conſiderentur, quem primum habent dum bombyx eruca eſt. Etenim ſi meæ, quas ſupra jam expoſui, obſervationes attendantur, tracheæ ſane conſtant non modo zona illa argentea, de qua Malpighius verba facit, ſed etiam tum interna, & nigricanti membranula,

quam

quam toties memoravimus, tum alia medium tenente locum inter argenteam, & nigricantem, quas ſi Malpighius animadvertiſſet, non dubito equidem quin rationem etiam addidiſſet, cur tracheis accidat, ut cæruleus, ſeu plumbeus color, quo ipſæ pollent, ſenſim argenteus efficiatur; neque inſuper de iſta coloris mutatione ſermonem habuiſſet in illa bombycis ætate, in qua nulla fit amplius coloris trachearum mutatio. Verum hæc de tracheis dixiſſe in præſens ſatis eſt.

CAPUT IV.

De Spinalis Medullæ motu peculiari.

CUm illam bombycini corporis particulam rimabar, cui nomen Spinalis Medullæ Malpighius dederat, continuo in mentem venit dictum illud Reaumurianum, egregium ſcilicet Malpighii de bombyce tractatum vere contextum eſſe inventorum, ex quo multo plures colligi notitiæ poſſunt de admirabili inſectorum in internis partibus compoſitione, quam ex omnibus operibus aliis ſimul ſumptis, quæ illum præceſſerunt. Exactiſſima certe hujus particulæ Malpighiana deſcriptio eſt. Deſcribit autem poſtremo loco inter eas partes, quæ in bombyce profecto, dum adhuc eruca eſt, conſpiciuntur. Itaque in prona corporis parte emergere ipſam ſcribit poſt avulſa viſcera, atque per medium imi ventris a capite ad extremum corporis excurrere, ejuſque ideam nobis exhibet clariſſimam per ſpecialem iconem (16.), quam ut clariorem reddat, exemplar addit nodulorum, quos in ſpina obſervaverat icone alia elegantiſſima, per quam unum ex illis nodulis naturali longe majorem repræſentat, deſcribitque. Iconem iſtam ipſiuſque accuratam deſcriptionem omittere ſatius duximus, quod ſine illa noſtræ ſatis intelligi poſſint obſervationes. Quas antequam affero, nonnulla primum ex Malpighio deprompta proponam, pauca deinde alia ex Swamerdamo.

Perſpexit itaque Malpighius, partem iſtam, de qua agimus, non uniformem habere ſpinalis medullæ ſubſtantiam (ut fere ſolet), ſed veluti chordam interpoſitis identidem quibuſdam quaſi nodulis globuliſque coagmentari. Iſtorum nodulorum tredecim ab ipſo numerantur, in quibus numerat

etiam tum primum *i.* (*fig.* 16.), a cujus ſupremis partibus bini erumpunt proceſſus, tum alios duos minores *m. m.* ab iiſdem proceſſibus geminatos. A poſtremis autem inferioribus *l. l.* gracileſcentes ſpinæ ramuſculos produci adnotat, qui non ſecus ac diſperſæ quædam fibræ extremi corporis appendices irrigant, & fovent. Poſt duos globulos *K K.* certo intervallo divaricari ſpinam docuit. In unoquoque globulo duplicem ſubſtantiam agnoſcit, interiorem unam, alteram exteriorem. Primam, quam vocat etiam ambientem, comperit eſſe ſubalbidam, eandemque naturam ſapere cum reliquo ſpinæ: interiorem autem, cum ob ſui exiguitatem nec cultri acie ſeparari poſſit, nec ceteris tentaminibus explorari, adhuc ſibi ignotam eſſe ingenue confitetur. Ipſum tamen non latuit color, quem leoninum eſſe conſpexit. Porro ratione ductus, atque analogia, conjicere ſe poſſe exiſtimavit, globulos, ſeu nodulos diſperſas eſſe cerebri portiones, conglomeratas videlicet corticis glandulas, a quibus nervorum fibræ enaſcantur. Unumquemque præterea globulum binis exaratis particulis conflatum in ſuprema parte deſcendentem ſpinam recipere, eamque ab inferiore, & oppoſita parte promere affirmavit; hinc inde vero bina atque inſignia nervorum paria erumpere. Denique, ut alia multa prætercam, adnotavit, reſiduum ſpinæ globulis interjectum nerveam præſeferre naturam. Sed ex Malpighio hactenus.

Nunc & Swamerdami ſimul, & Malpighii obſervationes conſideremus. Cum enim Swamerdamus obſervationes ejuſmodi Malpighianas iterare conatus fuerit, ſibi in aliquas incidere viſus eſt a Malpighianis non nihil diſcrepantes. Siquidem detexit tum nodulos alios duos circa medium ſpinæ locatos præter numerum a Malpighio aſſignatum, tum geminos globulos ſimul junctos a fibroſa albaque parte excitatos in ſuprema ejuſdem ſpinæ parte, quibus cerebri nomen, & uſum optime convenire arbitratus eſt: quapropter Malpighium quaſi increpat, quia ſpinalem medullam ſine cerebro adumbraverit. Quamvis autem Malpighius in operibus ſuis poſthumis, ex quibus nos ipſi Swamerdami obſervationes collegimus, præſtanti iſti viro concedat, eum dilucide magis partem hancce illuſtraviſſe; attamen affirmare non dubitat, ſi ea benigne attendantur, quæ in ſua de bombyce hiſtoria exarantur, patere, ſe cerebri molem indicaviſſe aliquo modo, & adum-

braſſe. Nodulus enim ille, qui in Malpighiana icone 16. ſupremus eſt *i.*, cerebri loco ponitur a Malpighio. Quam quidem particulam etiamſi ipſe ſatis clare deprehenderit, fatetur tamen, ſe auſum non eſſe cerebri nomine appellare, quia vidit cerebello, corticalique portione deſtitutam. Cæterum Malpighius pro ſumma, qua præditus erat ingenuitate, non renuit affirmare, tum re ipſa, tum conſentiente natura, & ipſo Domino Swamerdamo, duodecim eſſe in ipſa ſpinali medulla globulos, & cerebrum appenſum.

Sed jam ſatis, ut arbitror, multi fuimus in aliorum vel præclariſſimis obſervationibus deſcribendis; tempus nunc eſt ad noſtras, qualeſcunque fuerint, deveniendi. Quod antequam facio, primo loco methodum paucis exponam vobis, qua uſus fui in hac ſpinali medulla perveſtiganda. Nolim quippe exiſtimetis, partem iſtam ita eſſe in bombyce conſpicuam, ut quemadmodum alimentorum canalis, & trachearum, & ſerici humoris vaſcula facile in conſpectum veniunt ſimul ut bombycem proſecueris, ſic illa quoque nudis intuentis oculis continuo ſe ſe offerat: longe enim tenuior eſt viſceribus illis, ſingularemque obſervatoris poſtulat diligentiam, ut ſe ſe huic præbeat conſpiciendam.

Itaque animalculum prono, ut incedit, corpore aciculis confixum ex ea parte incido, quæ ventri oppoſita eſt. Sectione autem ducta a capite ad alterum uſque extremum, diductiſque utrinque æqualiter ſervatis integumentis, primum leviter evello univerſum alimentorum canalem; deinde vero canaliculos ſerico humori continendo deſtinatos omnes pariter ea, qua fieri poteſt diligentia, extraho; poſtea exquiſita lente rimari incipio, num quiſquam ſe prodat ex iis nodulis globuliſve, quos ſupra deſcripſimus ex Malpighio. Hoc enim ſi accidat, ut ſæpe ſolet, id mihi præ ceteris curæ eſt, ut hinc, atque illinc a retecto nodulo tenui quodam ſpecillo ſecernatur quidquid eſt pinguedinoſi corporis, quod interdum ſuperincumbens & nodulis ipſis & cæteris ſpinæ partibus, impedimento eſt ne particulæ ejus reliquæ conſpiciantur. Quoties autem hoc opus exſequor accurate, ac diligenter tum ſurſum progrediendo caput verſus, tum deorſum ad oppoſitam uſque extremitatem; toties mihi facile eſt univerſæ ſpinalis medullæ tractus, etiam ſine lentis adjumento, ſub adſpectum ponere; neque in bombycis eruca ſolum, verum in aliis etiam

eru-

erucarum ſpeciebus; in quibus datum mihi eſt non modo ſpinalem medullam cernere, ſed illos quoque globulos *o. o.* (*fig.* 17.), quos in bombyce comperit Swamerdamus, & cerebri globulos eſſe ſibi perſuaſerat. Quanquam autem erucæ iſtæ aliæ, in quibus cerebri globulos comperi, fuerint mole minores, illa in primis braſſicæ cauliflora, quæ vix tertiam partem æquabat bombycis erucæ; tamen, quod notabile eſt, cerebri molem æqualem omnino cum bombyce habebant. Non ſic vero ſpinalem medullam, cujus pars aliqua non nihil differre mihi viſa eſt ab ipſa ſpinali medulla bombycis: quod facile apparebit icones ipſas 17., & 19. inſpicienti. In Malpighiana ſiquidem icone unica eſt, ut fere ſemper in bombyce ſolet, ſpinæ divaricatio *n.* In illa vero 19., quam ex alia erucæ ſpecie exaravi, tres exſtant, ut reperi, divaricationes *u. u. u.*

Verum, ut ad cerebri globulos, qui ſic appellantur, revertamur, eos in bombyce æque difficile eſt reperire ac in erucis aliis, nec mediocrem ſane poſtulant diligentiam, ut manifeſtentur. Ad hoc autem mihi ſemper commodum fuit corpuſcula illa duo, quibus cranium compaginari aſſerit Malpighius, quæque ſemiſphærulas appellavit, ita a ſe ſe invicem ſeparare, ut angularis ea portio, quæ intercipitur, quamque lambdoidalem figuram habere idem obſervat, ab ipſis corpuſculis remaneat ſejuncta, pariterque & ipſa elevari poſſit. His enim apertis, diductiſque leviter cranii partibus, continuo globuli conſpiciuntur; qui an cerebri nomen vere mereantur, nec ne, ſatis profecto determinare neſcio; impediunt enim nonnulla, quæ ſe ſe mihi objiciunt, quæ tamen in medium afferre hic ſuperſedeo, ne ſermonis prolixitate nimis moleſtus ſim.

Obſervationes, quas hactenus de ſpinali bombycis medulla recenſuimus, ipſam in eo tantum inſecti noſtri ſtatu manifeſtant, cum adhuc eruca eſt; nunc videndum quid tum illi accidat, cum ex eruca in chryſallidem, ac demum cum ex chryſallide in papilionem vertitur. Qua quidem in re niſi mea proferam, quid ex aliis excerpturus ſim, profecto non video. Malpighius enim cum in ſua diſſertatione ſpinam deſcripſerit, qualem viderat in primo bombycis ſtatu, nihil de ipſa amplius loquitur, ne tum quidem, cum varias aliorum viſcerum mutationes, quas aliis temporibus ſubeunt, ea qua

ſolebat ſedulitate deſcribit, oſtenditque. An ſpinam in aliis inſecti ſtatibus perſcrutari renuit, quod dubitaret, quin tanta illius fieret gracilitas in chryſallide, & papilione, ut nullo amplius modo cerni poſſet? Reaumurius certe ſpinalem medullam ob hanc fortaſſe tenuitatem vel in ipſo erucæ ſtatu neutiquam commemorat. Quanquam enim de omnibus fere erucarum viſceribus verbum ſaltem aliquod fecit; nihil tamen, quod ſciam, de ſpinali medulla attulit, quaſi nulla eſſet in erucis.

Ego autem, ut partis hujus conſtitutionem in reliquo etiam bombycis vitæ curſu cognoſcerem, ab eo tempore, quo bombyx rejecto erucæ ſpolio, in chryſallidem tranſit, ad illud uſque, in quo perfectus jam papilio eſt, attente, ac diligenter obſervare cæpi, numquid novi medullæ ſpinali accideret in dies ſingulos. Propterea multas, ac diverſæ ætatis chryſallides bombycinas mihi de induſtria comparavi. Facile vero intellectu eſt, illud ſpinæ primum accidere, quod toti inſecto accidit dum ab erucæ ſtatu in chryſallidem tranſit; ut ſcilicet quemadmodum inſectum in chryſallidem mutatum tam breve evadit, ut vix dimidiam partem ejus longitudinis æquet, quam, cum eruca eſſet, habebat, ſic illa, ideſt ſpinalis medulla, in chryſallide contrahatur. Ex quo efficitur, ut ſicuti in chryſallide annulus ad annulum, ita in ſpina nodulus ad nodulum propius accedat, minuſque propterea ſpatii inter unum, & alterum nodulum relinquatur.

Primum ergo in chryſallide poſt horas aliquot e ſenio emerſa ſpinalem medullam dum quærerem, ea mihi ſe ſe obtulit, qualem in eruca videre ſolitus fueram, ſi modo excipias nodulorum, de qua nuper dicebamus, appropinquationem; omniſque alia, ſi qua inerat, mutatio, in ea ſpinæ parte conſpiciebatur, quæ inter globulum unum, & alterum intercedit. Etenim cum hæc ſpinæ pars pellucida non nihil eſt in eruca, tum in hoc primo chryſallidis ſtatu multo evadit pellucidior. Ab hoc vero primo ſui ſtatu ad ultimum uſque deducta chryſallis tantam habet viſcerum mollitiem, ac tenuitatem, ut vix tractari ſe ſinat. Quam ob cauſam quacumque adhibita diligentia, nunquam mihi contigit, ut partes ſpinæ capiti propinquiores perſcrutari tantiſper in chryſallide potuerim. In reliquis igitur ſpinæ partibus cum conſiſterem, hoc animadverti, cum chryſallis unius vel alterius diei, immo

tertii

tertii quoque, aut quarti ætatem ageret, tantam ſpinæ ineſſe mollitiem, ac perſpicuitatem, ut interdum vix unus vel alter nodulus non nihil conſpicuus de ipſius exiſtentia nos commonefaceret. Hoc idem ferme comperi in chryſallidibus diem quintam vel ſextam ſuæ ætatis degentibus, in quibus præterea adnotavi, ipſos ſpinæ nodulos, qui propter leoninum colorem, de quo ſupra diximus, opaci non nihil ſunt; nodulos, inquam, iſtos tum perſpicuos fieri, tum quadrangularem quaſi formam, quam in eruca præſeferunt, non amplius oſtendere.

Jamque aliquando totus eram in perſcrutanda ſpinali medulla chryſallidis cujuſdam, quæ in ſeptimo ætatis die verſabatur, cum primum ſe ſe mihi præbuit ſpectandum phænomenon nec a me antea conſpectum unquam, nec ab aliis, quod noverim, adnotatum. Erat autem hujuſmodi, quod poſtrema ſpinæ pars certo quodam motu agi videbatur. Id cum vidiſſem, continuo cæpi de re quadam minime conſtanti, ſed fortuita cogitare. Verum ut melius in aperto res eſſet, ad eas chryſallides me converti, quarum aliæ in octavo, aliæ in nono, in decimo aliæ, immo ad illas quoque, quæ in undecimo, ac duodecimo ipſo ætatis die conſtitutæ erant; vidi enim vel media æſtate papilionem a chryſallidis ſenio emergere decimo ut plurimum ſecundo die. Itaque in chryſallidibus omnibus diverſas iſtas ætates degentibus ſpinalem medullam comperi non modo pellucidam, ſed etiam motu quodam non exiguo præditam, conſtanti, ac regulari; neque ſolum in partibus ejus extremis ad inſecti caudam, ut ſic loquar, pertinentibus; verum etiam in omnibus aliis, quæ detegi poterant; ſed de his alibi dicetur. Interea hoc unum de ſpinæ motu harum, quas diximus, ætatum proprio hic addere juvat, eo magis motum hunc ipſum augeri, quo magis papilio ſub ipſo chryſallidis ſenio quaſi larvatus appropinquat momento illi, quo debet e ſenio emergere. Cum autem papilio jam emerſit, ac libertatem adeptus eſt, primum ſpina aliquid amittit de perſpicuitate illa, quam in chryſallide habebat; deinde vero ſubflaveſcente colore ſuffuſa apparet, quo pariter fit, ut aliquanto melius conſpici poſſit; motu denique movetur eo ſemper vehementiore.

Si quis autem roget, quinam tandem ſit ſpinæ motus iſte, aut qua parte potiſſimum obſervetur; huic ut facere ſatis poſſim, ſumo mihi pauliſper conſiderandum integrum papilio-

pilionis corpus, ipſumque claritatis gratia in truncum, & artus non ſecus divido, ac dividi ſolet ab Anatomicis humanum corpus; poſtea truncum, omiſſis artubus, ad quos alæ referri poſſunt, in ſuperiorem, medium, & infimum ventrem divido. Supremus, ideſt caput, tam exiguus in papilione eſt, ut mihi datum non fuerit, quid in intimioribus ejus partibus novi accidat, explorare. Medius, qui aliquam habet cum thorace analogiam, cum totus ferme oſſiculis, ac muſculis artuum motibus præſertim famulantibus coaleſcat, & minimum relinquit cavum, & ſui explorationem difficilem admodum reddit. Reſtat igitur infimus venter, in quo potiſſimum ſpinalis medullæ mutationes perluſtravimus, tum eas videlicet, quas hactenus diximus, tum illas etiam, de quibus mox dicturi ſumus.

Manifeſtum jam eſt, infimum papilionis ventrem maximam exigui corporis ejus partem conſtituere, atque adeo longiſſimus non erit ſpinalis medullæ tractus cavum iſtud perreptans. Enimvero in hac ſpinæ portione nodulos quamvis contractos, attamen ad ſeptem uſque numeravi, quibus certe pluſquam dimidiam partem ejus longitudinis confici manifeſtum eſt. Porro autem contractis in papilione nodulis, globuliſve, illud ſpinali medullæ accidit, ut non modo non interrupta appareat, ſed potius canaliculi, ſeu tubuli forma oculis ſe ſe repræſentet, præſertim cum nervuli a globulis proficiſcentes, quanquam exiſtunt adhuc, tamen inconſpicui pene ſunt. Quo factum eſt, ut de novo invento canaliculo tum judicaverim, cum hanc ipſam ſpinæ particulam ſe ſe moventem primum cernere mihi contigit in papilione, priuſquam ſcilicet earum, quas hactenus deſcripſi, obſervationum ſeriem mihi comparaſſem.

Sed hunc tandem ſpinæ motum operæ pretium erit attentius adhuc conſiderare. Cum enim pars ejus, quam moveri comperi, illa ſola ſit, quæ ad infimum ventrem papilionis attinet (*fig.* 21.), partis hujus extremitates fixa quaſi puncta vocari poterunt, præſertim ſi ſermo ſit de ſuperiore *a.*, in quam ſpinalis medulla perinde infixa videtur, ac ſi originem ſuam duceret ex hoc loco. Motus autem conditio iſtiuſmodi eſt. Nimirum hinc, & illinc movetur ſpina ea ferme ratione, qua oſcillat pendulum; niſi quod ſpina duo habet extrema quaſi puncta, quæ fixa modo appellavi, cum

pen-

pendulum habeat unum tantummodo extremum, quod fixum vocari poſſit. Non itaque movetur ſpina, ut ſolent canales humorem aliquem vehentes, ſic ut a ſuperioribus partibus ad inferiores, vel contraria huic directione motus propagetur: ſed eodem tempore in omnibus fere partibus exercetur. Illud tamen notari debet, quod etiamſi motus iſte ſemper ad latera fiat; non eſt vero ſemper in omnibus papilionibus uniuſmodi. In aliquibus enim una ſpinæ pars magis movetur quam alia, in aliis magis regularis eſt motus, in aliis minus; in quibuſdam etiam ita fit, ut dum una ſpinæ particula, quæ inter duos nodulos eſt, dexteram verſus exporrigitur, altera ſiniſtram petat, & ſic porro *b. b. b. b.*

Hæc ego dum in papilione ſcrutarer, in mentem venit experiri, num facile eſſet motum hunc ſpinæ, aut penitus tollere, aut ſaltem perturbare. Quapropter papilioni cuidam juxta dorſi longitudinem jam aperto, in quo ſpinalem medullam ſe ſe moventem attente conſpiciebam, caput obtruncavi, ſpectaturus, num ablata nobiliore corporis parte, ex qua proxime oritur ſpina, novi quidquam in motum induceretur. Verumtamen ſpinalis medulla eadem prorſus ratione, qua antea, movebatur, & nihil innovatum eſſe comperimus. Quare, ut novis experimentis locus daretur, papilione alio profecto, atque eviſcerato, ſpinam non nihil elevare curavi tenui quodam, aptoque ſpecillo ſic, ut illa diſtractionem aliquam pateretur; quo effecto, viſa quidem eſt paulliſper de motu, quem habebat, amittere, at rebus in priſtinum reſtitutis, motus quoque idem rediit, qui antea erat. Quo pariter experimento cognovi, nervulos a nodulis, globuliſve procedentes, ſatiſque in eruca manifeſtos, integros etiamnum in papilione ſervari, licet pene inconſpicuos. Nervuli enim iſti per diſtractionem, quam diximus, ſurſum elevantur & ipſi, ſicque vel tenuiſſimi in conſpectum veniunt.

Præterea ſpinam tranſverſim diſſecui, idque pluries in pluribus papilionibus iteravi: & raro quidem ſublatus eſt motus, & vix interdum imminutus. At nihil huic motui in ipſis peragendis obſervationibus magis obeſſe deprehendi, quam nimis ſollicitam inveſtigationem eorum nervulorum, de quibus nuper dicebamus. Mirum enim quantum ſpinæ motui detrahatur, cum hinc, & illinc, ad ipſius ſcilicet latera, nimis operoſe agitur aut ſpecillo, aut alio ſimili inſtrumento, ut magis

gis illa manifeſtetur. Mihi certe dum inveſtigationes ejuſmodi pertentabam, non ſemel accidit, ut quaſi ex tempore ſpinalis medullæ motus omnis tolleretur. An vero idcirco hoc fiat, quod diſruptis, vel alio modo læſis nervulis ad partes diverſas corporis tendentibus, notabilem quoque læſionem ſpina recipiat, an alia de cauſa, alii viderint. Interea notare libet, ſimilia hiſce experimenta in aliis alius ſpeciei papilionibus tentata eundem quoque ſucceſſum habuiſſe; ſiquidem in his etiam reperire mihi contigit ſpinalem medullam, ut alibi animadverti, in omnibus ferme ei ſimilem, quam in noſtro papilione jam videram. Nec juvat ſilentio præterire ſpinæ hujus motus in eviſcerato etiam papilione ad horas aliquot perduraviſſe.

Ex his autem omnibus perſpicuum jam eſſe arbitror, ſpinalis medullæ partem eam, quæ in infimo papilionis ventre eſt, præter alias, quas ſubit, mutationes priuſquam papilio erumpat, hanc quoque aſſequi, ut ex immota mobilis fiat, & ita quidem, ut conſtanter, & certa ratione deinceps moveatur. Quia vero in dubium revocare quiſquam poterat, utrum motus iſte ſecundum naturam ſit, nec ne; idcirco quidquam amplius inveſtigandum eſſe cenſui, quod me de re iſta certiorem redderet. Itaque ex iis papilionibus, quos ego ſpeciei propagationi tradideram, unum delegi, qui cum huic operi valde incubuiſſet, & hac illac deinde pervagatus fuiſſet trium, vel quatuor dierum ſpatio, corpus adeo exagitaverat, ut partem ventris exteriorem ſpoliaviſſet plumulis pene omnibus, quibus corpus univerſum extrinſecus tegitur. Hunc igitur papilionem ſic mihi ſcrutandum comparavi, ut ne minimum quidem corpuſculum ejus læderetur, utque rimari poſſem ab exteriore ventre plumulis jam nudato, an ſpinalis medulla in interno moveretur: & ejuſmodi quidem exploratio oculis lente armatis ſuſcepta eſt; poſtque iteratas aliquandiu luſtrationes, motus denique omnino ille, quem anxie quærebam, ſpinæ ſcilicet motus ſe ſe mihi dedit extrinſecus obſervandum, eaque potiſſimum in parte ventris, quæ thoraci propinquior eſt. Ibi enim & venter magis deplumis erat, & corporis tegumenta ſunt minus craſſa, magis tranſparentia, illis maxime in partibus, quæ cum inter unum, & alterum anulum intercedant, ſolent a Scriptoribus inciſuræ appellari. Quæ cum ita ſint, concludi jam poſſe exiſtimo, motum ſpinæ ſupervenientem omnino eſſe illi naturalem.

Porro

Porro autem ſcire convenit, me, cum de vita adhuc ſuperſtite papilionum, quos in variis adhibebam experimentis, certior fieri vellem, ſolitum fuiſſe inveſtigare, utrum aliis vitæ ſignis deficientibus, motus tamen ſupereſſet aliquis vel in corde, vel in medulla ſpinali, vel in utroque. Plane jam conſtat, bombycis cor nihil aliud eſſe niſi tubulum, ſeu canaliculum a capite per dorſum inſecti productum ad anum uſque, qui propterea ſpinali opponitur e directo. Cordis itaque, & ſpinæ haud mihi difficilis erat inveſtigatio, dummodo illud, aut iſtam per eas, quas dixi, inciſuras introſpicerem. Cum igitur papiliones nonnullos inviſerem, de quorum poſtremo vitæ termino cognoſcendo ſollicitus eram; in his aliquot reperi, qui ſive pungerentur acu, ſive alia quavis ratione afficerentur, nullum præbebant vel minimum ſenſus indicium, quibuſque & frigidum, & immotum plane corpus erat cadaveris inſtar. Quamobrem iſtorum corculum, & ſpinam extrinſecus per interſtitia, quæ inter annulum & annulum haberi diximus, inveſtigavi, nec fruſtra; quanquam enim lente, ac tarde, moveri tamen utraque animadverti, atque ita quidem, ut motus iſte tum cordis, tum ſpinæ in aliis ejuſmodi pene dicerem cadaveribus ad plures horas, in aliis ad unum uſque diem, in aliis ad duos etiam conſtantiſſime perduraverit. Hæc in papilione quodam cum obſervarem, caſu accidit, ut in cubiculo eſſem, ubi aderat horologium minuta ſecunda oſtendens penduli ſui vibrationibus. Quare cum in mentem venerit obſervare, num aliqua inſtitui comparatio poſſet iſtarum penduli vibrationum cum ſpinalis medullæ oſcillationibus; id equidem comperi, quod ſingulis penduli vibrationibus totidem ſpinæ oſcillationes apprime reſpondebant, ſic ut centum & amplius harum oſcillationum numeraverim omnino pendulo reſpondentium.

Jamdiu vero ſcire cupidus eram, an ſpinalis medulla in extincto jam papilione eo uſque moveri pergat, dum cordis motus perſeverat; an vero iſte perduret aliquandiu cum illa non movetur amplius. Quamobrem nonnullos attente perluſtravi papiliones, qui ullo ſine motu & ſenſu cum eſſent, omni jam vita carere certe videbantur; atque in omnibus plane perſpexi, motum in corde adhuc aliquem exerceri, quamvis tardum, & rarum, cum jam in ſpinali medulla penitus defecerat. Quæ res ſi conſtanter in omnibus omnino

deprehendatur; licet ne concludere, cor in hoc inſecto non modo primum eſſe, ſed ultimum quoque movens? Profecto ſi in hoc animalculo re ipſa a cerebro cor moveri primo incipiat, hoc mihi difficile eſt nihilominus intelligere, qua potiſſimum de cauſa fiat, ut ſpinalis medulla, quæ propiorem certe habet intimioremque cum cerebro connexionem, quæque cerebri vices magna ex parte gerit, ſpirituumque influxu præ ceteris partibus irrigata eſt; qua, inquam, de cauſa fiat, ut a motu, quem habet, ceſſare ipſa prius debeat, quam cor a ſuo. Sed aliquem mihi videor audire reſpondentem, ex eo nimirum cor moveri ultimo, quod ejus fibræ ſingulari illa, & nativa facultate præ ceteris vigeant, quæ nunc irritabilitatis nomine cognita eſt, & noſtris hiſce temporibus tantopere prædicatur. Ceterum utrum a cerebro, indeque ortis ſpiritibus primum ad motum incitamentum cor mutuetur, an ab alio principio, quæque in eam rem excogitari decernique poſſint, aliis diſputandum relinquo.

Non dubito fore nonnullos, qui ex me quærant primum quid cauſæ ſit, cur medulla ſpinalis nullo prorſus motu agatur in eo bombycis ſtatu, in quo erucæ formam habet, dum tam valide movetur in papilione; & jure profecto id quærent. Certe enim eruca varios, multoſque exercet motus. Progreditur; ſurſum deorſumque flectitur; ad latera volvitur; contorquetur; agitatur: & quamvis ipſa lentius pigriuſque moveatur quam papilio; movetur tamen, ac propterea ſpinæ motus in eruca minor ad ſummum eſſe debere videretur, non vero nullus. Egregie id quidem; verum hujus phænomeni explicatio difficilis mihi profecto eſt: atque ignorantiam meam libere confiteri malo, quam in perſequendis naturæ finibus ut plurimum imperceptis diutius, & curioſius immorari. Sinit enim natura ut opera ejus admiremur, ut autem quid ipſa ſibi in operibus ſuis voluerit, attingamus, non ſemper ſinit. Admiramur ſane in bombyce phænomenon aliud æque, ſi quid judico, ſingulare, quod primus omnium animadverterat Malpighius, Reaumurius vero inde conſideravit, atque ego ipſe non ſemel vidi cum admiratione: ſcilicet cor bombycis, cum papilio eſt, alia prorſus ratione moveri ac in eruca. In hac enim cordis motus a parte ani incipit, & ad caput uſque progreditur; in papilione vero, tum etiam cum chryſallis eſt, motu agitur omnino con-

contrario. Hoc, inquam, admiramur ſane: cur autem a natura id fiat ſi quæreremus, nonne nimium quærere videremur? Innumerabilia quidem, Sodales, ea ſunt, quæ poſſunt de rebus hiſce conjectando inveſtigari; ſed nimis multa. Jam enim ſentio, me longius eſſe provectum, quam propoſita ratio poſtularet.

Caput v.

De quibuſdam experimentis in papilione inſtitutis.

Cum & immortalis Malpighii noſtri, & Reaumurii, & Leevenoechii, aliorumque hujuſmodi virorum clariſſimorum de bombyce obſervationes conſidero, tot mihi undique occurrunt ad hujus inſecti hiſtoriam proſequendam incitamenta, ut manum a ſuſcepto opere nondum videar poſſe removere. Quando enim egregiam Malpighii de bombyce diſſertationem perlego, video ipſum, non modo viſcerum bombycis intimiorem ſtructuram, atque uſum ſedulo conſideraviſſe; non modo eorumdem ſucceſſivas, ac multiformes viſcerum mutationes, humorumque naturas diligentiſſime rimatum eſſe; verum etiam multa accuratis inſtitutis experimentis illuſtraviſſe. Hujus generis ea ſunt inter cetera, quæ circa bombycini ovuli fœcundationem perquiſivit. Hæc autem Reaumurio ſic placuerunt, ut de ipſis affirmare non dubitaverit, eſſe ſummopere digna non modo quæ repetantur, ſed etiam quæ variis omnino modis iterentur. Apta enim eſſe exiſtimat ad lumen aliquod afferendum uni ex præcipuis naturæ arcanis, quale eſt opus generationis. Itaque iteravi ego, ut potui, experimenta. Quid autem mihi contigerit obſervare, intelligetis ex illis, quæ breviter afferam, poſtquam ipſa Malpighii præcipua de his experimenta paucis perſtrinxero.

Cum igitur perſpexerit Malpighius inter genitalia papilionis fœminæ corpuſculum adeſſe binis ductibus inſtructum, quorum uno ad ovarium deſinit, altero ad pudendum; perque alterum iſtorum ductuum introduci maſculi penem, indeque ſemen in cavum quoddam illius corpuſculi ejaculari, ibidem detineri, foverique; cæpit non injuria ſuſpicari, corpuſculum hocce nihil aliud eſſe niſi *uterum*, *a quo ſemen cum-*

commixto ſucco ſenſim per proprium ductum pertranſeuntibus ovis aſpergatur. Et hanc quidem conjecturam obſervationibus confirmavit. Quibus ipſe cognovit, ovula quandiu in ovarii productionibus includebantur, etiamſi papiliones maſculum antea admiſiſſent, tandiu omnia infœcunda conſtantiſſime permanſiſſe; id quod ex eo collegit, quia ovula iſta & depreſſa eſſe comperit, & nativum colorem nunquam amittere. Fœcunda enim quæ ſunt, dies aliquot poſtquam edita fuerunt, ex nativo, quem habent, ſulphuris colore, violaceum adipiſcuntur. Cum autem in iiſdem papilionibus fœminis maſculi ſemine fœcundatis, quas proſecuerat, nonnulla invenerit ova ex ovarii productionibus in truncum jam recollecta, atque in hoc ipſo trunco *circa uteri hiatum* ſtabulantia, animadvertit quoque, ejuſmodi ovula non ſolum turgida deinceps remanſiſſe, verum etiam alia colorem violaceum jam habere, alia vero ſtato tempore acquiſiviſſe. Quin immo in papilione ſponte, ut ipſe affert, defuncta, cujus ventrem cum plus juſto turgere adnotaviſſet, jam diſſecuerat; obſervavit præter aliquot ovula *violaceo perfuſa colore*, & in extremo ovarii trunco concluſa, inteſtinulum quoddam *farciminis inſtar*, per quod ovarii truncus in tumorem aſſurgebat; hocque inteſtinulum ex concreto quodam ſucco coagmentatum eſſe, in quo ova quædam includebantur violacei pariter coloris: ſuccum denique iſtum ſemen eſſe conjecit ab utero eructatum, quod ibi *præter naturæ legem* concreverit; præſertim quia ejuſdem naturæ ſuccum alias repererat in exteriori vulvæ orificio, & in maſculis quoque ipſis ad uretræ extremitatem *perſimile ſemen in ſpinam circumvolutum* deprehenderat. Cæpit itaque exiſtimare, tum ovorum *productionem ſine maſculi ope* non ſecus peragi ac in gallinis; tum vero *ipſorum fœcunditatem ex aſperſo maſculino ſemine jam in utero recepto ſubſequi, dum ſingula ova a tubis decidua ovarii truncum ſubeunt, in quem* (ſunt Auctoris verba) *ſemen jam utero conditum, aliaque ab adjacentibus viſceribus eructantur*.

Favebant profecto conjecturis iſtiuſmodi aliæ Auctoris obſervationes, quibus perſpexit, ovula ea omnia, quæ in fœminis cum maſculo diutius antea copulatis intra ovarii productiones, &, ut vocat, tubas inventa fuerant, atque ad ovarii truncum nullo modo acceſſerant; ovula, inquam, iſta ſic infœcunda ſemper exſtitiſſe, ut & ſulphureus color, ſive

extra

extra tubas educerentur, ſive non, *perpetuo* in ipſis permanſerit, & *exhauſto humido* exſucca, atque *arida quaſi omnia* relicta fuerint, ac poſtremo bombycem nunquam ediderint, licet *blando virginis calore*, & æſtatis quoque temperie foverentur. Veruntamen quam hæc illi veriſimilior apparuiſſet conjectura, ſi aliud ipſi ex voto ceſſiſſet experimentum, quod in ovis pariter ſubventaneis capere voluit! Premendo enim extraxit a fœminæ papilionis utero, quem maſculus jam fœcundaverat, recollectum ibi ſemen, quo ſubventanea ovula diligenter aſperſit; hocque idem præſtitit ſemine alio, quod ab *aſſervantibus maſculinis* preſſione ſimiliter obtinuerat; deinde tum hæc, tum illa ova *ſtato tempore fovenda* curavit; *ſed cum ipſorum color ſulphureus perpetuo duraviſſet*, perpetuo item *infœcunda* permanſiſſe, & permanſura fore deprehendit. Hoc autem illud eſt potiſſimum, quod & Reaumurius in ſua Inſectorum Hiſtoria cupit ut repetatur; & ego quidem iteravi libentiſſime, ut tanti viri ſuaſionibus, atque invitamentis paruiſſe gloriari poſſem. Verum tamen ea, quæ per hujuſmodi experimenta deſiderari a Malpighio videbantur, obtinere ego non potui; & *maxima ſane*, ut inquit ipſe Malpighius, *fuiſſet experiendi felicitas, ſi juxta præconcepta ſucceſſiſſet*.

Pluribus ego modis infœcunda papilionis ova tentanda fore exiſtimavi, ut de ipſo experimentorum exitu commodius poſſem judicare. Quare tum aliquot ex iis ovulis, quæ in ovarii productionibus exſtant, ſucco illo aſperſi, quem in utero jam fœcundato, ac turgente illius papilionis inveneram, cujus illa erant ovula; tum vero eodem ſucco irroravi alterius papilionis ova pariter infœcunda; interdum ſolo maſculino ſemine a propriis aſſervantibus vaſis extracto; interdum etiam & hoc ipſo, & uteri fœcundato ſucco una commixtis uſus ſum ad ovula ſubventanea extrinſecus irriganda; quandoque ovula ſimiliter infœcunda in uterum de induſtria vulneratum, quandoque in aſſervantia maſculi prius aperta introduxi. Non ſemel quoque commiſcui fœcundati uteri ſuccum cum humoribus aliis, quos vicinæ partes in truncum ovarii derivant, atque hoc ipſo ex diverſis compoſito ſucco ova obduxi fœcundanda. Sperabam vero fore, ut ſi qua in ovulis alteratio contingere debuiſſet, ea certe modo aliquo ex iis, quos enumeravimus, haberetur. Verum nulla in ejuſ-

modi

modi ovis orta mutatio eſt notabiliter diverſa a mutationibus ovo infœcundo accidere ſolitis. Enimvero & flaveſcentem colorem conſtantiſſime omnia retinuerunt, & omnia quoque exſucca, atque arida non multo poſt comperta ſunt: manifeſto indicio, aut nihil omnino alterata fuiſſe, aut ſi quam ſubierint alterationem, non eam profecto recepiſſe, per quam fœcundarentur. Propterea hoc videtur cum Reaumurio concludi poſſe, quod etiamſi certum fuerit, ova in ovario ab ſemine fœcunda fieri, perſpicuum tamen eſt, ejuſmodi ſemen, ut efficaciter agat, adjuncta quædam expoſcere, quæ tum ſolum fortaſſe habebuntur, cum ipſa per ſe natura ſemen ad ova applicaverit. Profecto ſi eorum ſententiam amplectamur, qui ovorum fœcundationem committunt puriori, tenuiorique ſeminis parti, quam ſeminalem vocant auram; ſtatim, ut puto, intelligetur, quare per experimenta hactenus recenſita nullo pacto fuerint ova fœcundata; nihil enim facilius, quam ut in ipſo experimentorum apparatu aura illa avolet, & diſperdatur, utpote fugaciſſima.

Interim dum hæc agerem, de quibus hactenus dixi, mihi in mentem venit experiri, num ipſe bombycis papilio vivere aliquandiu poſſet poſt abſciſſum caput. Quare ad alias properavi obſervationes, quarum tamen connexio cum ſuperioribus ex iis facile intelligetur, quæ mox afferemus. Verum his ipſis omnino jam peractis, abſolutiſque obſervationibus, tandem comperi, Boyleum quoque ſimilia his experimenta effeciſſe, utpote qui in ſuis de utilitate philoſophiæ experimentalis exercitationibus ſcriptum reliquit, *papiliones* bombycinos *non tantum inſtar muſcarum vulgarium, aliorumque aliquot inſectorum amputato capite aliquantiſper vivere, ſed etiam capite truncatos procreationis operibus aptos permanere poſſe ...;* id quod uno alterove experimento comprobavit. Attamen hoc minime impedit, quominus meas proferam obſervationes; ſiquidem ex his & Boyleanæ magis eluceſcent, & alia colligi fortaſſe non pauca poterunt, quæ ex Boyleanis tum propter exiguum numerum, tum propter circumſtantiarum novarumque obſervationum defectum non eruuntur.

Ac primum quærere animus erat non tantum, an poſſint papiliones, amputato capite, *aliquantiſper* vivere, ſed quamdiu etiam vivant reipſa. Itaque nonnullis papilionibus,

qui ad experimenta ſupra jam recenſita confirmanda ſervabantur, caput abſcidi. Eventus autem fuit hujuſmodi, ut alii per unum, aut alterum diem vixerint poſt caput jam ablatum, alii per plures etiam: immo quoſdam vixiſſe comperi ad decimum quartum uſque diem vel ipſo Auguſti menſe, quo quidem tempore papiliones in ipſo naturæ ſtatu conſtitutos non plus vivere Malpighius animadverterat, quam duodecim dierum ſpatio. Neque putandum eſt, illorum papilionum vitam talem fuiſſe, ut vix aliqua tantum indicia proderet; non ſolum enim hac illac progrediebantur, quamvis cæcorum more; verum hinc etiam atque illinc promptiſſime avolabant, præſertim ſi digito, aut alio quovis corpore non nihil attingerentur: id quod de maſculis in primis eſt intelligendum. Motus igitur, & ſenſus per tempus omne, quod ſupra indicavimus, in eorum corporibus capite orbatis ſervari videbantur, non ſecus atque in ipſo integri perfectique corporis ſtatu haberi ſoleant.

Quærendum præterea erat, num quæ intra papilionis corpus exercentur functiones ſecundum naturam, eædem omnino perficerentur, cum jam caput abſciſſum fuerat papilioni. Ne itaque hoc deſiderandum relinqueretur, horum papilionum corpora caute, ut in me erat, proſecui, & ſectio demonſtravit, tum cordis, tum aliarum partium motum ceteraſque functiones omnes non minus quidem recte quam in aliis papilionibus exerceri. Neque ipſa ſpinalis medulla excipienda eſt; quam cum certa ratione moveri aliis obſervationibus deprehenderim, eundem illa motum in his retinebat papilionibus, quem in integris obſervaveram. Quare oborta mihi cogitatio eſt, conjecturam, quam propoſuit Malpighius de ſpinalis medullæ nodis, aliquantum poſſe noſtris hiſce obſervationibus roborari. Jam enim, ut opinor, Sodales, memineritis, ſpinalem bombycis medullam multis ordine diſtributis nodulis interciſam eſſe, de quibus conjecturam fecerat Malpighius, vel uſum ipſis convenire, quem gangliis aſſignant anatomici, vel eos nihil eſſe aliud, niſi multiplicatum quaſi cerebrum in peculiarem animalculi hujus œconomiam a natura fabrefactum. Hoc autem poſtremum nonne magis veriſimile apparet, ſi eæ attendantur obſervationes, quas nuper recenſui? Cum enim reſciſſo papilionis capite, intacta tamen ſpinali medulla, non ſolum vita, ſed etiam & ſenſus, &

motus

motus omnis tamdiu, ut apparuit, conſerventur; an non id ex eo fieri credibile eſt, quod noduli in ipſa medullæ ſpina ſatis conſpicui cerebri ipſius defectui ſuppleant? præſertim cum & intima horum ſpinæ nodulorum conſtitutio cerebri ſubſtantiæ æmula ſit, & ab unoquoque nodulo quatuor nervorum ramuſculi oriantur in corpus papilionis univerſum proficiſcentes. Sed omiſſis conjecturis, ad experimenta redeamus.

Cum igitur pluribus, ac repetitis obſervationibus compertum jam haberem, in papilionis corpuſculo, cui caput ablatum fuerat, functiones diu, ac prompte tantum non omnes exerceri; placuit etiam experiri (quod ipſe Boyleus jam, ut dixi, expertus fuerat) num papilio in tali ſtatu conſtitutus ad generandum quoque aptus relinqueretur. Hoc ita tentatum eſt. Integram fœminam maſculo dedi, quem capite privaveram, & viciſſim integro maſculo fœminam exhibui, cui caput antea ademeram. Hæc quamvis aliquamdiu reſtiterit, tamen cum maſculo denique copulata eſt; maſculus vero capite amputatus, tametſi robuſtus eſſet, ac vegetus, nunquam tamen cum fœmina conjunctus eſt, ac ſuis motibus ne ullum quidem præbuit ſe ſe cum illa conjungendi, ut ita loquar, deſiderium: cumque id pluries, atque eodem modo in aliis papilionibus iteraverim, idem ſemper omnino accidit; id quod ipſi Boyleo eadem prorſus ratione in ſuo experimento contigiſſe poſtea novi. Sic enim ſcriptum reliquit. *Quamvis mas, cui prius amputatum eſt caput, nequaquam adduci poſſet (quæcunque inſecti illius eſt ſalacitas) ut fœminam comprimeret; decollata tamen fœmina marem alacriter admiſit.* Quid ergo erit ex his concludendum? an ex capitis defectu ad generationem ineptos reddi maſculos, fœminas vero non item? Antequam hæc, aut alia ejuſmodi proferamus, neceſſe eſt, ut ea, ad quæ deinceps tranſtuli experimenta, in medium afferam.

Folliculos ergo aliquot cum incluſa chryſallide diverſis loculamentis repoſui ſeparatim, atque aſſervavi, ne papiliones ſexus diverſi inde prodituri prius rem invicem haberent, quam in experimentum veniſſent, proditiſque jam papilionibus, fœminas ſingillatim cum totidem maſculis conſociavi; cumque omnes de more jam copulati eſſent, ſic ut horum conjugatorum paria aliquot haberentur, paris alterius maſculo

caput

caput abſcidi; alterius vero paris fœminæ: in pari tertio demum tum in mare, tum in fœmina idem præſtiti. Nec mihi ratio defuit horum tentaminum inſtituendorum. Satis enim erat experimentis comprobatum, capitis defectum coeundi ſaltem voluntatem adimere maſculo papilioni; explorare vero oportebat, an propter hoc generandi quoque poteſtas omnis tolleretur; quod ſane melius inveſtigare non poteram, quam ſi ſtatim ab unione maſculo ipſi caput abſcinderem. Deinde ſcrutari etiam oportebat, quid fœminæ ipſi recenter copulatæ a capitis ablatione eveniret. Erat poſtremo inquirendum, quid novi contingeret in generatione, cum & fœmina ſimul, & maſculus capite privarentur. Atque hoc quidem dupliciter obtineri poſſe videbatur; ſcilicet vel ſtatim a copula utriuſque capita amputando, vel fœminæ jam decollatæ maſculum ita præbendo, ut ſtatim ab unione huic ipſi caput amputaretur.

Porro experimentum illud primum, quo maſculum dumtaxat jam copulatum decollavi, in pluribus quidem papilionibus præſtitum eſt, non uno tamen eodemque modo in omnibus. Cum enim per horas interdum multas maſculus fœminæ junctus maneat; in alio ab horis quatuor poſt unionem abſciſſum eſt caput, in alio a tribus, a duabus vero, aut ab una tantum in alio; demum in aliquibus aut ſtatim ab unione, aut poſtquam maſculus ipſe nonnullis tantum vibrationibus alas concuſſerit: hic enim ſcire juvat, maſculum papilionem cum fœminæ ſe adjunxerit, tum alas per vices *quatere ſumma cum celeritate*, ictuſque iſtos alarum ſucceſſivos ad centum triginta uſque, & amplius a Malpighio numeratos fuiſſe. Quocumque igitur ex allatis modis primum hoc inſtitutum fuerit experimentum, ſemper tamen ova & multa, & aliquot ſaltem ſtatuto tempore fœcunda obtinuimus. Semper, inquam, ideſt tum etiam, cum vix a conjunctione maſculini capitis reciſio facta eſt. Neque vero eſt reticendum, maſculos iſtos in hoc generationis opere lentos penitus, languidoſque ſe ſe ut plurimum oſtendiſſe, tametſi unius etiam diei ſpatio, quod interdum accidit, cum fœmina juncti manerent. Nam fere ſtatim a reciſione & alas non amplius vibrabant ſucceſſivis illis concuſſionibus, & omnia hilaritatis ſigna, quæ ſolent in naturali ſtatu patefacere, deſiderabantur; immo non pauci a fœmina continuo ſegregati

ſunt, nullo inde modo ad eam amplius acceſſuri. Unum tamen, aut alterum mihi videre contigit, qui & alas quadragies quatere non deſtitit, & vel levi fœminæ motu ad eas concutiendas invitabatur.

Alterum autem experimentum, quo poſt conjunctionem ſolis fœminis papilionibus caput ſublatum eſt, hæc mihi præbuit obſervanda. Ejuſmodi enim fœminæ cum fuerint a maſculo papilione diviſæ, ſerius quam conſueſcant, edere cœperunt ova, & pauciora quoque, immo ineleganter ſuper linteamina diſpoſita. Quod ſi poſt horas aliquot a copula caput ipſis reſecaretur, tum omnia melius, & ſecundum naturæ ſtatum habebantur. Verum ex pluribus hujuſmodi fœminis cum aliquot ſupereſſent poſt longam cum maſculo conjunctionem jam diu ſegregatæ, quæ vitæ ſuæ termino appropinquabant, nullumque tamen ovulum excluſerant; ſingulis maſculum dedi alium, cum quo tandem junctæ ſunt; ſed antequam jungerentur, ad primum maſculi acceſſum duo vel tria ova depoſuerunt, quæ poſtea fœcunda ſunt inventa: poſtquam vero ab unione horum maſculorum ſejunctæ ſunt, excludere cœperunt ova & multa quidem, & fœcunda; quaſi novum ex altera copula robur accepiſſent, quæ ſane res viſa eſt mihi animadverſione digna.

Sed jam tertium illud experimenti genus conſideremus, quo papilionum cum maſculi, tum fœminæ recens coeuntium capita proſecuimus. Hoc itaque primo ſic inſtitui, ut poſt unionem ambo decollaverim. Erat autem ſuſpicioni locus, ne illo tam brevi temporis intervallo, quod requiritur ad duo conjugatorum capita recidenda, quidpiam a mare in fœminæ corpus introduceretur, quod ovorum fœcundationem ſaltem aliquam promoveret. Ex altera vero parte attingi maſculus non poterat, antequam fœminæ jungeretur; ſecus enim copulam deinde reſpuit. Quamobrem ratione alia procedens, primo ſoli fœminæ caput ſecui, utpote quæ vel in hoc ipſo ſtatu maſculum recipit, nec admodum quidem difficulter; poſtea vero ſivi, ut maſculus cum decollata fœmina uniretur; tum huic ipſi maſculo ſtatim ab unione, prius certe quam alas vel minimum vibrare inciperet, facta capitis reſectio fuit: deinde attente notatum eſt quot, & quantas alarum concuſſiones peregerit, & quamdiu ſimul juncti commorati fuerint; denique ovulorum numerum, & qualitates

con-

conſideravi. Porro autem comperi, ova interdum aliquot ex hujuſmodi papilionibus obtineri, quæ omnino fœcunda erant: interdum, inquam; cum enim quadragies, & amplius iteraverim experimentum, undecies tantum licuit fœcunda ovula reperire. Ex quibus nihilominus efficitur, utriuſque ſexus papiliones amputato capite ſimul coeuntes generandi facultatem, quamvis debiliorem, conſervare. Neque in his ſilentio præteribo, quæ de alarum vibrationibus adnotavi. Si enim iſtas conſiderare non prætermiſit Malpighius in ipſo papilione ſecundum naturæ ſtatum omnino conſtituto, cur illa ego non commemoraverim, quæ de hujuſmodi vibrationibus obſervavi in eo ſtatu papilionis, qui præter naturam dici poteſt? Scilicet animadverti, cum nullas, vel admodum paucas alarum concuſſiones poſt capitis reſectionem peregit maſculus, ne unum quidem ovulum fœminam edidiſſe quod fœcundum eſſet, tametſi papiliones hi diu conjuncti manſerint; cum vero fœcundata jam ovula inventa ſunt, tum marem in prægreſſo concubitu poſt reſectum caput alas non minus quam vicies vibraſſe, interdum etiam vibrationem ad centeſimam uſque, & quadrageſimam produxiſſe. Ceterum fatendum eſt, hujuſmodi alarum concuſſiones aliquanto ſemper vegetiores eſſe in papilione ſecundum naturæ ſtatum integre conſtituto; id quod cum illis convenit obſervationibus, quæ circa ova illorum papilionum fuerunt a me ſimiliter inſtituta. Nimirum fœminæ ad tertium illud experimenti genus adhibitæ ova omnes pauca ediderunt, præſertim ſi cum illis multis conferantur, quæ ſolent parere naturaliter; pauciſſima vero, ſi de fœcundis ſermo habeatur, ſiquidem hæc in hujuſmodi experimento nunquam plura fuerunt quam decem, ſæpe vero duo tantum.

Et quia dubitare quis poterat, quin hoc ipſo in experimento breviſſima illa morula inter punctum, ut ſic loquar, unionis, & aliud intercedens, quo maſculo papilioni caput abſcinditur, quicquam conferre poſſet ad levem aliquam fœcunditatem producendam in fœmineo papilionis corpore: idcirco aliud excogitavi experimentum, quo res, quantum fieri poſſet, extra omne dubium poneretur. Nempe curavi ut diverſi ſexus papiliones duo integri intactique corporis una ſimul jungerentur, intacto utrique relicto capite tum ante unionem, tum poſt. Hoc tantum volui, ut ne diu copulati

relinquerentur. Quare in variis ejuſmodi, ac ſæpe repetitis experimentis papiliones alios continuo ſub ipſam copulam, alios poſt unam vel alteram, nonnullos etiam poſt plures alarum maſculi vibrationes, non ſine aliqua vi omnino disjunxi: tum ovula, quæ ex his ipſis fœminis deinde obtinebantur, attente examinavi, atque in iſtis ne unum quidem reperi, quod vere ſe fœcundum præberet. Quanquam enim eorum aliquot ſenſim ſenſimque colorem ſic mutaverunt, ut ad violaceum pene inclinarent, nunquam tamen colorem vere violaceum adepta ſunt & omnia tandem penitus aruerunt. Non unus autem in ovis omnibus erat mutatus is color; quippe in aliis pene fumeus apparebat, in aliis ad violaceum non nihil vergens, in nonnullis etiam hujuſmodi erat, ut vel dimidiam ſolummodo ovi partem occuparet, vel ova ipſa maſculis referta relinqueret. Quæ ſane res me facile duceret ad plura inde conjicienda; veruntamen cum in conjecturis modus habendus ſit, ex hactenus dictis hoc tantum colligam, primis illis unionis tempuſculis vel nullo prorſus modo fœminam fœcundari, vel ſaltem non eam profecto introduci fœcundantis materiæ copiam, quæ valeat completam ovorum fœcundationem perficere, quod ſatis mihi videtur eſſe, ut omnis, de qua ſupra dicebamus, dubitatio evaneſcat. Tametſi quid amplius erit, ut de morula tam brevi ſuſpicemur, cum in operibus ipſius Malpighii poſthumis hæc tanti hominis verba habeamus? *Nec minima quæque ſeminis recepta quantitas fœcunditatem inducere valeat, ſed ſaltem ſemihoræ coitus ſpatium requiri ſæpius obſervavi.*

Dictum ſæpe eſt, ovula ſaltem aliquot in pleriſque eorum, quæ recenſuimus, experimentis, fœcunda omnino apparuiſſe; idque ex eo potiſſimum, quia colorem omnino violaceum ſtatuto tempore præſetulerunt: ſtatuto, inquam, tempore; ſolent enim, quæ fœcunda ſunt, ovula colores ante alios adipiſci, quam violacea fiant; cumque & violacea facta jam ſunt, & adhuc etiam turgida conſervantur, tum de eorum fœcunditate minime ſolet dubitari. At vero fœcunditatem iſtam nihil magis probat, quam viventis vermiculi, ſeu parvæ erucæ ex ovis ipſis ortus, & excluſio. Hæc itaque ovula frigidioribus iis menſibus, qui ſunt experimenta ſubſequuti, licet requiſito calore foverentur, ne ullum tamen vermiculum dimiſerunt. Quare obortum mihi dubium eſt, an ovula, quæ

fœ-

fœcunda a Malpighio ex eo dicuntur, quia & turgida ſunt, & violacea, re ipſa fœcunda ſemper eſſent & dici poſſent. Verum ſpontanea ipſa erucarum a ſuis cujuſque teſtis eruptio omnem hac de re non modo dubitationem, ſed experiundi etiam occaſionem ſuſtulit. Etenim cum tempus appropinquaret, immo jam fere laberetur, quo a ruſticis præſertim hominibus foveri ſolent bombycum ova, linteola inviſere cupiens, quibus variæ hujuſmodi ovulorum aggeries ſeparatim recondebantur, non paucas in ſingulis erucas inveni e ſuis jam teſtis excluſas: nec mirum ſi non omnes; calor enim ille diuturnus, atque intempeſtivus, quem ovis frigida illa tempeſtate applicavi, eorum multa, tametſi fœcunda, probabiliter exſiccavit. Enimvero in his ipſis jam exſuccis ovulis facile mihi fuit mortuam contractamque erucam vel ſine lente reperire.

Leeuwenhoekius, qui de ovo bombycino epiſtolam ſcripſit, ſummopere ſe admiratum eſſe fatetur, cum viderit, ex ovis aliquot menſe majo fotis, & a ſe ipſo profectis bombyces prorupiſſe, qui & caput ſtatim erigerent, & *omnia ſua membra moverent*. Cum enim *circa autumnum*, qui præceſſerat, *multo plus caloris* bombycum ovis attuliſſet; attamen hoc obtinere non potuit, ut *perfecti* excluderentur bombyces. Propterea cogitavit, = *num ne bombycibus ab initio creationis, aut prima illorum formatione innatum eſſet, ut exilis motus, ſeu anima vivens ſeminis virilis pluſquam ſex menſes concluſus jacere deberet abſque augmento magnitudinis*. Hujus ego phænomeni rationem per conjecturas non quæram ſolis contentus experimentis, atque obſervationibus. Nam eadem, aut ſimilis fortaſſe cauſa, qua fit, ut papiliones nonnulli chryſallidis forma larvati menſes aliquot maneant, hoc facit etiam probabiliter, ut eruca tamdiu in ovo deliteſcat.

FIGURARUM DECLARATIO.

Fig. 1. *Bombycis eruca, ut indicentur ſtigmata trachearum.*
a. a. a. a. Stigmata, ſeu oſcula ipſa.
Fig. 2. *Vaſcula ſericum humorem aſſervantia, uti a Reaumurio exarantur.*
b. b. Graciles vaſculorum extremitates ad caput bombycis terminantes.
c. c. c. c. Craſſiores eorumdem portiones.
d. d. d. d. Tenuiores in gyros circumvolutæ, & inteſtinulorum ſimiles.
e. e. Terminus canalis, qui a Malpighio cæcus dicitur.
Fig. 3. *Ventriculus, ſive Canalis alimentorum naturali major, qualem a Malpighio habemus.*
F. f. Æſophagus.
h. Locus originis vaſculorum, quæ pro bilis, & pancreatici ſucci ſeparatione ſtatuit Malpighius in opere poſthumo.
i. i. i. i. Vaſcula ipſa.
Fig. 4. *Reaumuriana oſtendens canalem alimentorum, & tracheas in proſecto bombycis corpore, ex quo cetera viſcera evulſa ſunt.*
K. Æſophagus.
l. Ventriculus proprie dictus.
m. m. m. m. Tracheæ & pulmones cum ſuis faſciculis & ramis.
Fig. 5. *Canalis alimentorum cum partibus tubuloſis, & cum ramuſculis trachearum ad canalem ipſum pertinentibus.*
n. n. Pars tubuloſa ſuperior, ſive æſophagus reſtrictus.
o. o. Pars tubuloſa inferior.
p. p. Ventriculus proprie dictus.
q. q. q. q. Trachearum, ſeu pulmonum ramuſculi, qui ad ventriculum ſpectant, & ad tubuloſas, quas in hoc inſecti ſtatu extremitatibus ſuis vix attingunt.
Fig. 6. *Canalis alimentorum cum tubuloſis, & cum vaſculis varicoſis in certo bombycis ſtatu obſervandis.*
r. r. Tubuloſa ſuperior ſpoliata interna membrana.
ſ. ſ. Ventriculus proprie dictus.
t. t. t. t. Vaſcula varicoſa partim ventriculo adhuc ſuperexten-

ſenſa, partim a tubuloſa inferiore ſive inteſtino jam ſegregata.

u. u. Tubuloſa inferior exuta interiore canalis membrana.

x. x. Globuli a Swamerdamio ſumpti pro cerebro.

z. Membrana interna, ſive tubulus jam extractus a tubuloſa ſuperiore, & erucæ ſpolio continuatus.

a. Specillum inter membranam ſpolii, & cutem futuræ Chryſallidis intromiſſum, indicans tum locum extractionis, tum etiam modum.

c. b. Interna tubuloſæ inferioris membrana jam extracta, & ſpolio continuata.

d. Specillum alterum indicans locum, & modum extractionis membranæ internæ a tubuloſa inferiore.

Fig. 7. Canalis alimentorum, ut in Chryſallide eſt cum tubuloſis, & pulmonum ramuſculis.

e. e. Tubuloſa ſuperior ſine membrana interiore.

f. f. Tubuloſa inferior ita pariter conſtituta.

g. g. Ventriculus proprie dictus.

h. h. h. h. Ramuſculi trachearum extremitatibus ſuis canalem vix attingentes.

Fig. 8. Idem canalis cum inteſtinulis varicoſis.

i. i. i. i. Tubuloſæ.

k. k. Ventriculus.

l. l. l. l. Inteſtinula varicoſa magnam partem a ventriculo ipſo ſejuncta.

Fig. 9. Ventriculus proprie dictus, ut a Malpighio indicatur in Chryſallide.

Fig. 10. Canalis alimentorum cum inſignioribus mutationibus, quæ tubuloſis & ventriculo accidunt in Chryſallide.

m. m. Ventriculus magis coarctatus, rugoſuſque factus.

n. n. Rudimentum veſiculæ, in quam extenditur ſuperior tubuloſa.

o. o. Canaliculus, in quem tubuloſa inferior tranſit.

p. Rudimentum veſiculæ excrementorum.

Fig. 11. Ventriculus proprie dictus, quemadmodum interdum obſervatur, varicoſis inteſtinulis circumundique cinctus.

Fig. 12. Malpighiana, exhibens vaſcula, ſeu inteſtinula varicoſa, cum ductu, & veſica excrementorum in Chryſallide jam completa.

q. q. q. q. Inteſtinula, ſeu vaſcula varicoſa.

r. r. Ductus vehens humorem excrementitium ad veſiculam.

z. Veſicula ipſa excrementorum.

t. Ductus brevis deſinens ad anum papilionis.

Fig. 13. *Complexio partium canalis alimentorum, & mutationum omnium, quas ſubivit in Chryſallide una cum inteſtinulis.*

u. u. Veſicula, in quam ultimo abire obſervatur tubuloſa ſuperior.

x. x. Ventriculus proprie dictus, in quem faceſſit media canalis pars.

y. y. z. Ductus, & veſicula excrementorum ex tubuloſa inferiore riſultantia.

a. a. a. a. Vaſcula, ſeu inteſtinula varicoſa.

Fig. 14. *Veſicula, quam aeris veſicam appellat Malpighius, in profecto papilione, qui folliculum non perforavit.*

a. a. a. a. Papilio diſectus cum alis atque antennis, in quo, ceteris viſceribus ablatis, relicta fuit ſola veſicula.

b. b. Veſicula humore limpido plena, cum aeris bullulis collum verſus conſpicuis.

c. Guttula humoris limpidi, quam papilio ad os tenet, dum exit e folliculo, ut hunc madefaciat.

Fig. 15. *Repræſentantur faſciculi trachearum ſeu pulmonum, qui ſpoliantur membrana nigricantis, ſeu plumbei coloris dum Chryſallis erucæ ſenium diſcutit.*

d. d. d. Faſciculi pulmonum nondum exſpoliati.

e. e. e. e. Faſciculorum membrana nigricans a corpore Chryſallidis jam detracta cum ſenio erucæ, & inter hoc coriumque Chryſallidis conſpicua.

f. f. Senium erucæ.

g. g. Corium Chryſallidis ad interiora revolutum, ut conſpici poſſint faſciculi ipſi pulmonum exeuntes.

h. Specillum indicans faſciculum & modum extrahendi membranam.

Fig. 16. *Spinalis medulla bombycis, ut in Tabulis Malpighianis.*

i. Nodulus, ſeu globulus ſupremus.

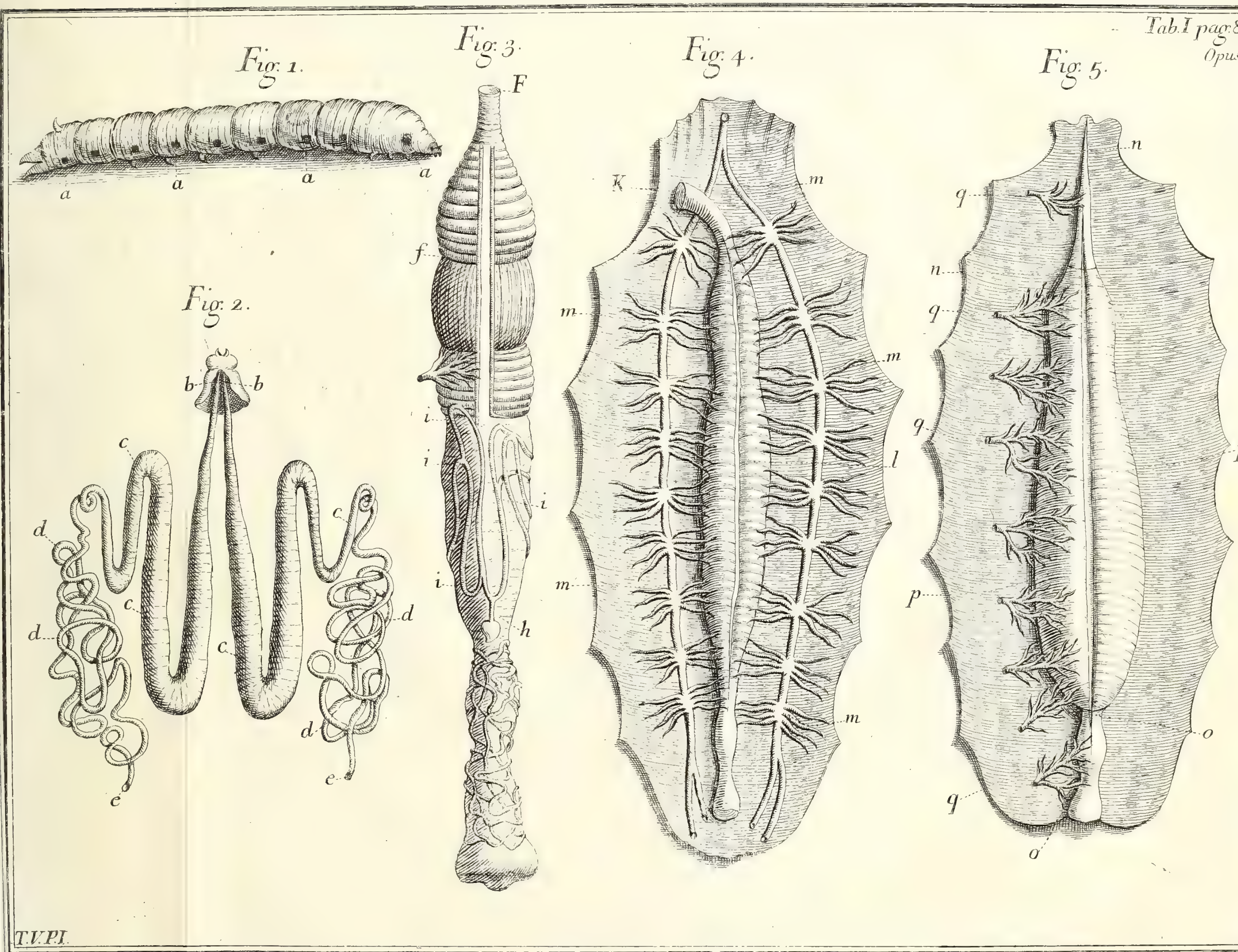
k. k. Noduli ſupra divaricationem.

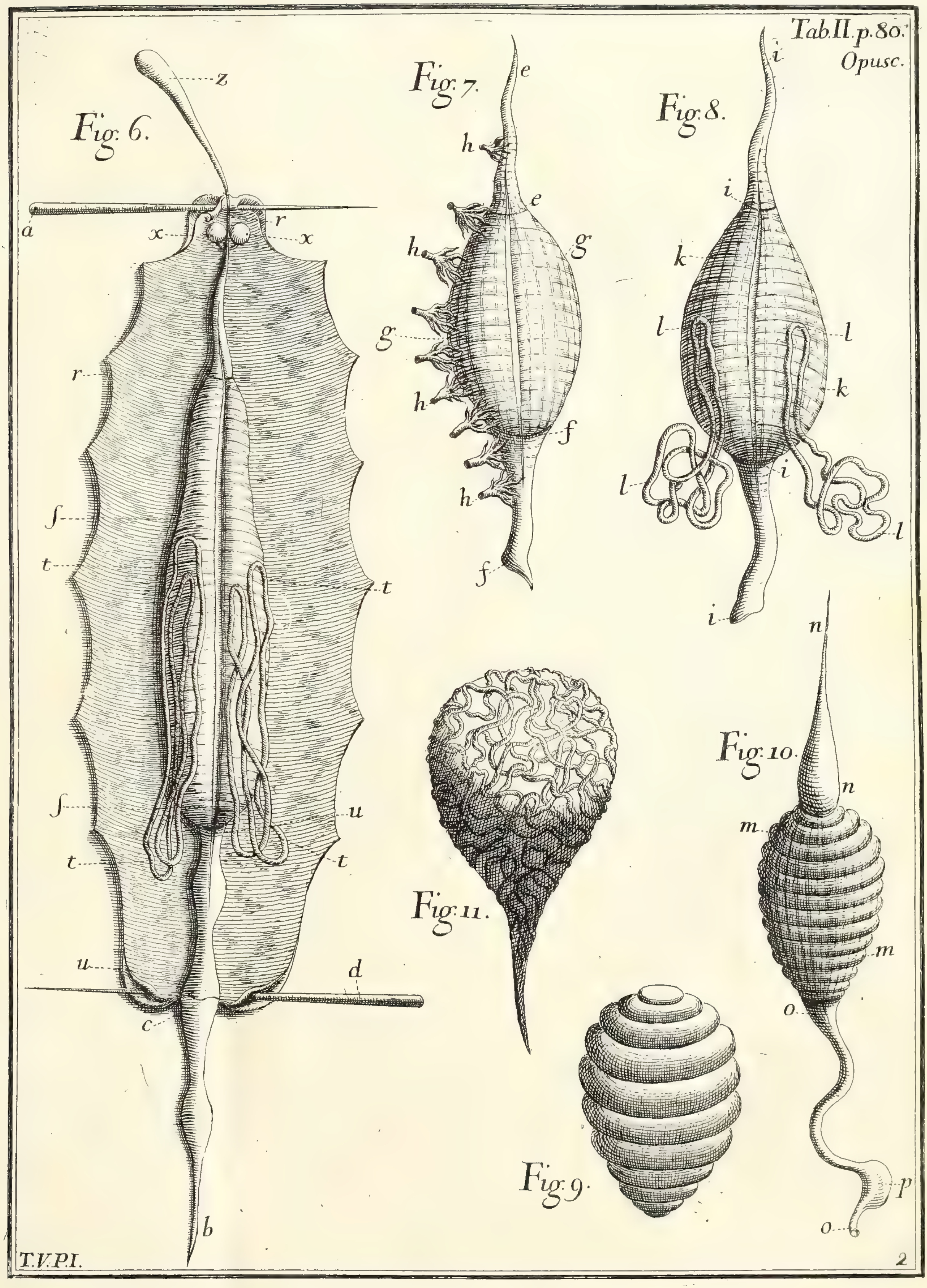
l. l. Noduli duo poſtremi ſibi magis propinqui quam ceteri.

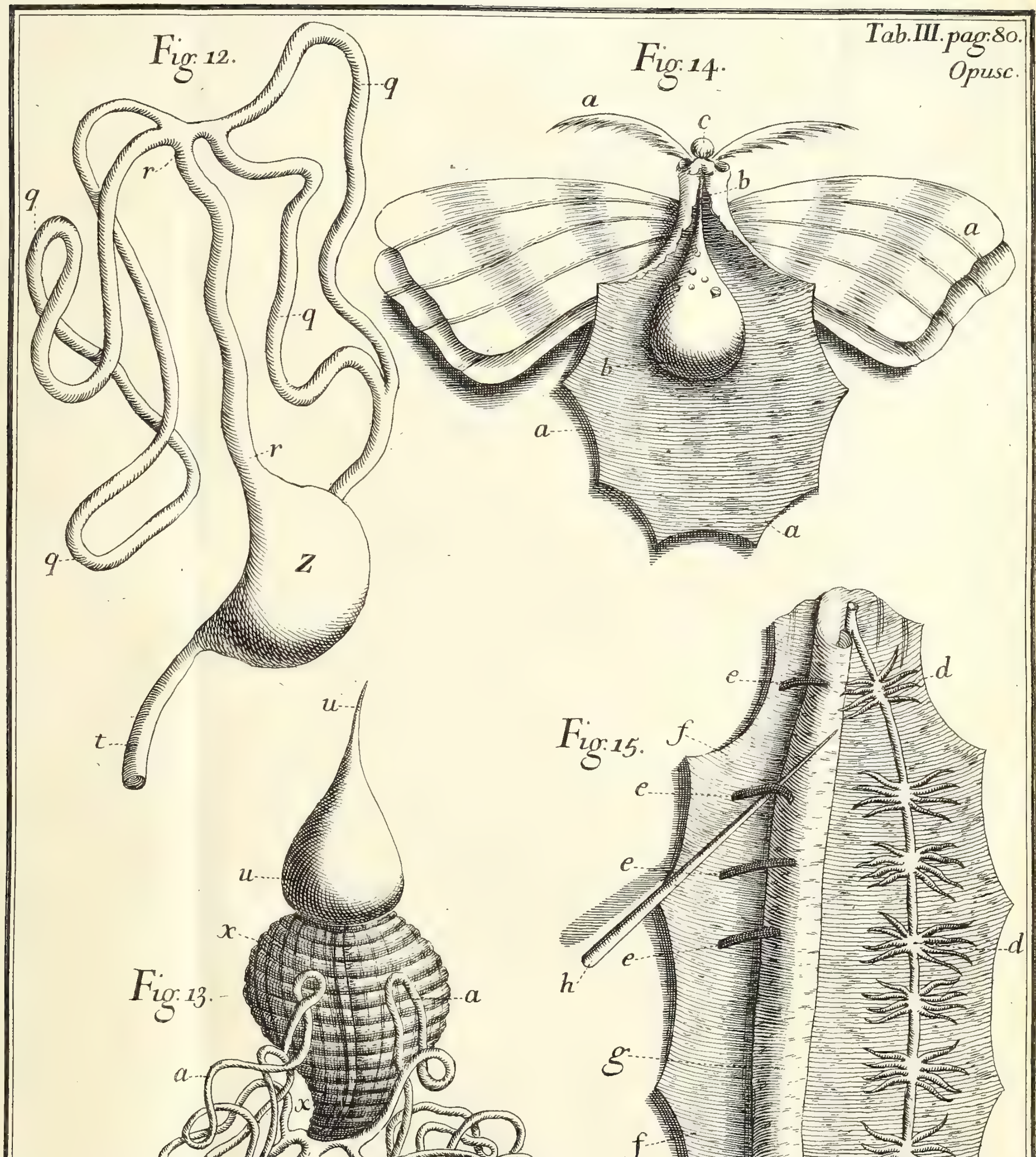
m. m. Duo parva corpuſcula a Malpighio inter nodulos numerata.

n. Divaricatio ſpinæ.

Fig.


Tab. I pag. 80
Opusc.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
T.V.P.I.
1


Tab. II. p. 80.
Opusc.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
T.V.P.I.
2


Tab.III. pag.80.
Opusc.
Fig. 12.
Fig. 14.
Fig. 13.
Fig. 15.
T.V.P.I.
3

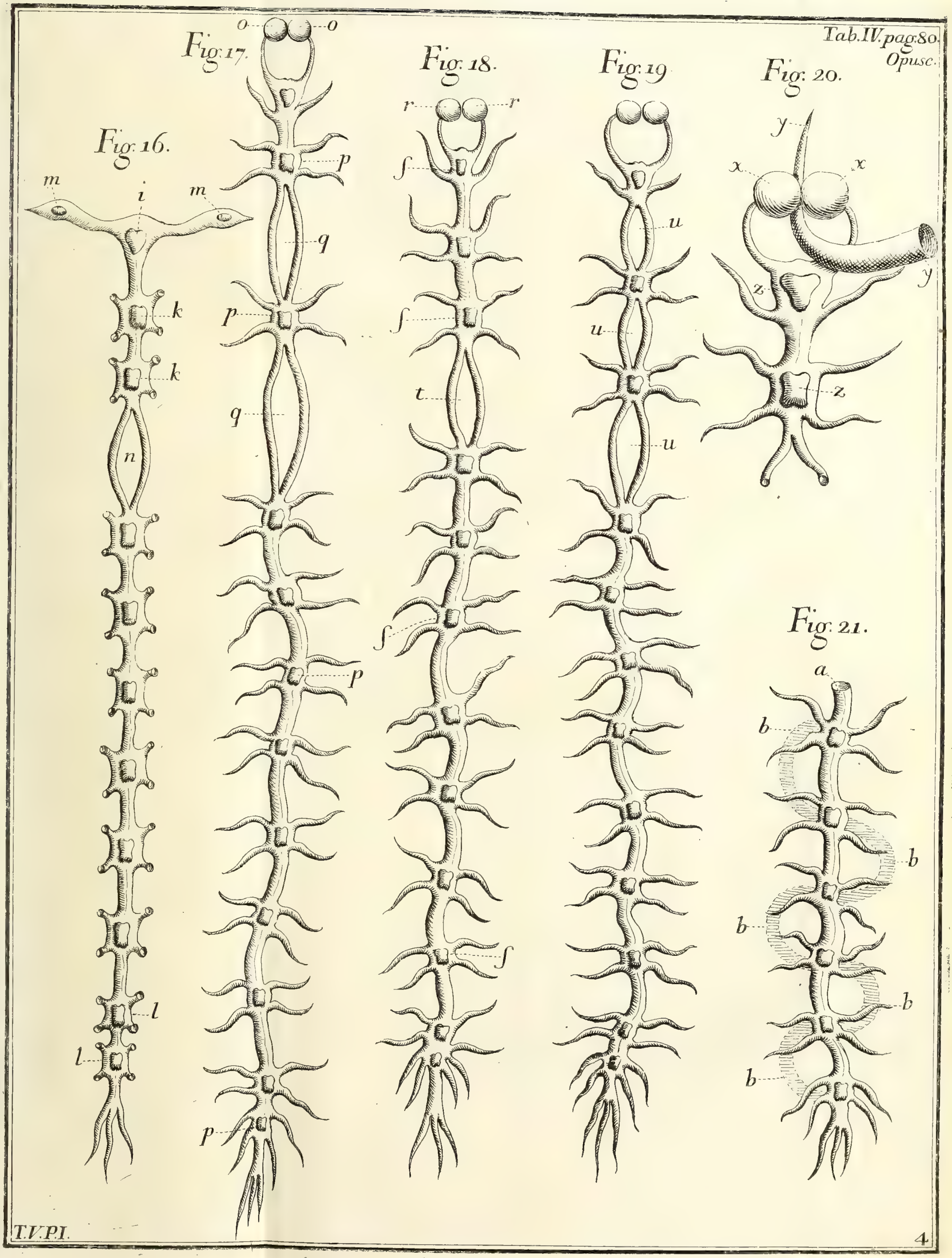

Tab.IV.pag.80.
Opusc.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19
Fig. 20.
Fig. 21.
T.V.P.I.
4

Fig. 17. *Spinalis medulla cum integro nodulorum numero, cum globulis cerebri, & duabus divaricationibus.*

o. o. Globuli pro cerebro habiti a Swamerdamio.

p. p. p. p. noduli, ſeu globuli ſpinæ numero duodecim.

q. q. Duæ divaricationes ſic interdum obſervatæ.

Fig. 18. *Spinalis medulla ut ſæpius obſervata eſt.*

r. r. Globuli cerebri.

ſ. ſ. ſ. ſ. Noduli, ſeu globuli alii duodecim.

t. Unica divaricatio, quæ ut plurimum poſt tres nodulos ſuperiores conſpicitur.

Fig. 19. *Spinalis medulla, ut in erucis aliis obſervata eſt, præſertim in eruca braſſicæ caulifloræ.*

u. u. u. Tres divaricationes.

Fig. 20 *Globuli cerebri cum duobus ſpinæ nodis & cum æſophagi portione.*

x. x. Globuli cerebri, quibus ſubjacet æſophagus, ut obſervari conſtanter ſolet.

y. y. Æſophagi portiuncula, ut pateat quomodo ad hiſce cerebri globulis ejuſque nervis amplexetur.

z. z. Duo primi noduli ſpinalis medullæ.

Fig. 21. *Portio medullæ ſpinalis pertinens ad imum ventrem in papilione, qua indicatur motio illa peculiaris quam interdum habet.*

a. Spinalis medullæ pars ad finem thoracis, & principium abdominis.

b. b. b. b. Portiunculæ ſpinæ inter nodum & nodum, ut deſignentur earum motiones alternæ, quæ interdum fieri obſervantur.

FERDINANDI BASSI

De Ambroſina novo Plantæ genere.

Claſſis Gynandria Polyandria.

Character.

CAL. SPatha monophylla, ventricoſa, cucullata, baſi convoluta, apice recurvato conveniens, & diſſepimenti cujuſdam ope duos continens loculos ſuperne insimul communicantes, perſiſtens.

SPAD. Simpliciſſimus cylindraceus Spatha longior.

COR. Nulla.

STAM. *Filamenta* nulla. *Antheræ* ſeſſiles, numeroſiſſimæ poſtica diſſepimenti facie adnatæ. = *Nectaria* duo ſubrotunda concava ad baſim Antherarum.

PIST. *Germen* ſubrotundum. *Stylus* cylindraceus. *Stigma* obtuſum.

PER. *Capſula* ſubrotunda.

SEM. Plurima ovata nidulantia.

OBS. *Fœmineas floris partes anterior, maſculinas poſterior ſervat loculus.*

Descriptio.

RAdix perennis eſt, tuberoſa, acris, intus candida, extus ocroleuca, ſimplices albaſque undequaque demittens medullares radiculas.

Folia omnia ſunt radicalia longo ſubalbido petiolo prædita, plerumque decumbentia, ovato-oblonga, digitum circiter lata, digito longiora, viridia, nitida, aliquando nonnihil ſinuata, inodora, ſaporis primum mucilaginoſi, exinde ſubacris.

Spadix ſimpliciſſimus, cylindraceus, duos digitos plerumque longus, lineam plus minus craſſus unicum ſuſtinet florem.

Flos Spatha conſtat carnoſa, externe ex albido vireſcente,

te, intus viridiori maculiſque purpureis undique conſperſa; inferius Spatha veluti aurita eſt, & arcte conveniens, exinde in anteriore ventris facie hiat, in poſteriore cucullatam ſimulat formam, ſuperius tandem convolvitur, & in acutum recurvatum deſinit mucronem. Spathæ cavitas pariete quodam, ſeu diſſepimento tranſverſali a baſi ad medietatem ultra inſtruitur: diſſepimentum hoc carnoſum item, viride, maculiſque ſaturate purpureis donatum Spadicis quædam eſt productio, vel continuatio, atque lateribus Spathæ adnectitur: hinc ratione hujus diſsepimenti duo veluti loculi ſuperius hiantes, inſimulque communicantes intra cavitatem Spathæ obſervantur; loculus anterior, quem aurita necnon conveniens Spathæ pars circumplectitur, altero loculo depreſſior eſt, fœmineaſque protegit floris partes, Germen nimirum læve, ſubrotundum, embriones Seminum fovens plurimos, ſtylum cylindraceum, craſsum, albidum, diſsepimentum verſus incurvatum, elevantemque obtuſum ſtigma. Poſticæ diſsepimenti faciei, quæ ad poſteriorem elatioremque loculum a cucullata Spatha circumdatum pertinet, poſticæ, inquam, diſsepimenti faciei maſculinæ inhærent floris partes, Antheræ ſcilicet perexiguæ, luteæ, ac filamentis omnino deſtitutæ: Sulcus longitudinalis harum ſeſſilium Antherarum aggregatum bifariam dividit, utraque Antherarum ſeries lineis tranſverſalibus ſejungitur, ſicque in ſexdecim exiguos acervulos octo utrinque plurimæ congregantur Antheræ, quarum hæ duæ Antherarum ſeries hoc ordine diſpoſitæ veluti articulatæ videntur. Sulco intermedio, Antheriſque ſuperius inſidet Apex quidam ſaturate purpureus non nihil verſus anteriorem loculum inclinans, atque ad baſim Antherarum duo ſunt exigua nectaria ſubrotunda concava in ſubſtantia diſſepimenti exarata melleum humorem ſecernentia. Si floris Spatha arte pandatur, Piſtillum illico in conſpectum venit, Antheræ adhuc deſiderantur, namque in occulto poſteriore latent loculo: loculi tamen, ut dixi, intra cavitatem Spathæ ſuperius hiant, inſimulque communicant, minime enim loculis omnino incumbit recurvatus Spathæ Apex, ideoque Antherarum Pollen in poſteriore, elatioreque loculo ſervatum facilem habet tranſitum ad fœcundandum halitu ſuo elaſtico Piſtillum, quamvis iſtud anterior foveat, depreſſiorque loculus. Flos odore omnino caret. Pericarpium ſeu fructus Capſula eſt ſubrotunda, lævis, nidulan-

tia ſemina continens plurima ante maturitatem candida, ovata; maturum vero fructum, perfectaque ſemina legere haud potui, etenim binos flores, quos Planta emiſit, cultro botanico tradidi, ut floreſcentiæ, fructificationiſque ſtructura mihi innoteſceret. Ineunte Autumno e radice erumpunt folia brevi primum petiola donata, intenſe & nitide viridia, plerumque purpureo vel croceo colore conſpurcata, ſuccreſcunt interea folia purpureum croceumve colorem ſenſim amittentia, & lætam, nitidamque conſequuntur viriditatem. Panormitanæ cujuſdam ſilvulæ incolam ab amico panormitano ex eadem ſilvula præclaram hanc obtinui Plantam, quæ meo in Frigidario ſervata vixit luxurians, floruitque Cancrum, & Aquarium percurrente ſole, elabente vere emarcuerunt folia, radix vero, ut dictum eſt, perennat.

Synonyma.

ARiſarum Potamogeti folio. Bocc. rar. 50. Moriſ. Hiſt. Oxo. To. 3. 544. Ray. Hiſt. Plant. To. 2. app. 1097.
Dracunculus ſive Ariſarum Potamogeti foliis. Bocc. rar. Tab. XXVI.

Ariſarum ſive Dracunculus Potamogeti foliis. Idem foliis venis reticulatis albo-flavidis donatis. Idem foliis reticulatis venis ſanguineis inſignitis. Idem rugoſo folio in acutum tendente. Idem folio duplo grandiori leni. Idem folio duplicate minori rotundo.	Cup. Hort. Cat. 21. & 22.

Paullus Bocconus Sicularum rerum inveſtigator profecto nemini ſecundus hanc Plantam primus detexit, obſervavitque, unicus inter Botanicos delineavit, ac deſcripſit, ſed minus recte; vagabatur tunc incerta, & quaſi ſine lege ars noſtra. Ecce Bocconi verba.

Ari-

Ariſarum potamogeti folio.

Radice caule maculato cum aliis Ariſari ſpeciebus congruit, at folia unciam lata, duas longa, ſubtus paulum nervoſa, & per terram ſparſa quadatenus Potomageti rotundi folii ſunt ſimilia. Flos brevior, & radii textoris inſtar apertus exili piſtillo prægnans, extremo mucronato, & hami modo adunco. Natales illi Saccæ & Panormi in Silvula Sanctæ Mariæ a Jeſu Fratrum Strictioris Obſervantiæ Sancti Franciſci.

Bocconus item hanc Plantam delineavit Tab XXVI. apte minime tamen, eamque ſic inſcripſit. *Dracunculus ſive Ariſarum Potamogeti foliis.* Exinde tabulam, quam dedit, ſic Bocconus explicat pag. 52. *In Tab. xxvi. 1. b. radicem, folium, & florem ex longiſſimis pedicellis emittentem indicat Dracunculi Potamogeti foliis, 1. a. ejuſdem radicem plurima folia, & florem emittentem.* Franciſcus Cupanus Botanicus alter ſiculus leviſſimas hujus Plantæ varietates obſervavit, eaſque in Horto ſuo Catholico enuntiavit, quæ tamen varietates a Botanicis omnino ſunt contemnendæ, namque omnes a ſola foliorum ætate in ipſa eademque Planta oriuntur. Robertus Moriſonus in ſua Hiſtoria Oxonienſi, & Joannes Rayus in Hiſtoria Plantarum, qui Angli Botanici fortaſſe nunquam hanc conſpexerunt Plantam, de verbo ad verbum Bocconi nomenclaturam, deſcriptionemque uſurpaverunt. Verum unuſquiſque, qui noſtras colit delitias, plane videt, Plantam hanc a reliquis Plantarum generibus huc uſque inſtitutis valde diſcrepare, & miro nec non ſingulari præditam eſſe charactere, idque haud dubie minime conſtabat ex obſcura Bocconi deſcriptione, Iconeque. Inſignis hæc Planta ſyſtematicum adhuc deſiderabat botanicum ingredi Forum, ut ejus peculiaris floris ſtructura innoteſceret, novumque Plantæ genus merito conſtitueret. Fortaſſe aliquis ad Polyandriam Monogyniam demandaret Ambroſianam, at fructificationis partes tam mire ludunt in hac Planta (*), ut ad Gynandriam Polyandriam eam eſſe adſignandam nemo negare poſſit.

Am-

(*) *Singulares ſunt flores hujus claſſis, & monſtruoſam, ac inadſuetam præ ſe ferunt faciem, quod a ſitu partium fructificationis inſolito, reſpectu ad reliquas plantas, oritur. Lin. Gen. Plant.* 404.

Ambroſinam hanc dixi Plantam a Bartholomæo, & Hyacintho Ambroſino Horti publici Bononienſis Profeſſoribus, qui Botanicam Apotheoſim adhuc deſiderabant (*), quorum primus libellum de Capſicorum varietate, & Panacæam ex herbis, quæ a Sanctis denominantur, evulgavit, cujuſque cura ſummaque diligentia quatuor poſthuma volumina Ulyſſis Aldrovandi viri maxime memorabilis ſunt publici juris facta, de Quadrupedibus nempe digitatis, de Serpentibus, de Monſtris, Muſæum denique metallicum. Bartholomæus ann. 1665 ſupremum explevit diem, atque in docenda Botanica Bartholomæo Hyacinthus frater ſucceſſit, eodemque anno Hortum Studioſorum edidit. Phytologiam deinde hoc eſt de Plantis Partis primæ Tomum primum opus laboris plenum publico dedit prælo, imbecillæ valetudinis, nec non ſenectutis grave onus ipſe ſuſtinens reliqua volumina perficere non potuit. Deceſſit Hyacinthus ann. 1672, remque Herbariam Bartholomæus, & Hyacinthus fratres optimi in Gymnaſio, & Horto publico Bononienſi annos quinquaginta duos explicaverunt.

TABULÆ EXPLICATIO.

Fig. 1. Integra florens Planta, cujus flos anteriorem exhibet Spathæ hiantem faciem.

Fig. 2. Poſtica Spathæ pars cucullata.

Fig. 3. Flos Spatha arte non nihil patente loculum anteriorem cum Piſtillo, & diſſepimentum tranſverſale demonſtrans.

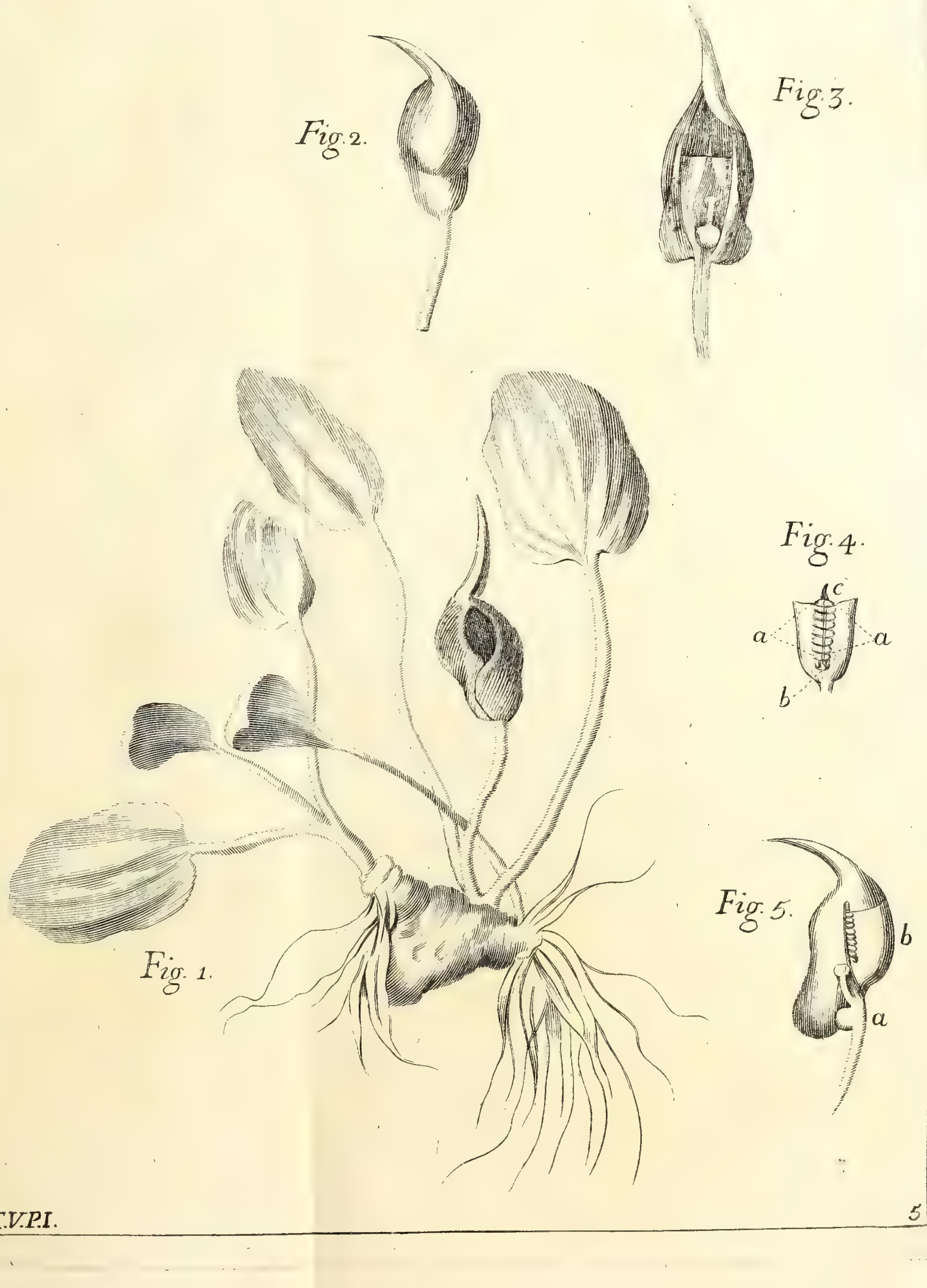
Fig. 4. Poſtica diſſepimenti facies, cui adnatæ ſunt *a.* Antheræ, *b.* Nectaria, *c.* Apex ſulco intermedio, & Antheris inſidens.

Fig. 5. Flos tranſverſaliter ſectus, *a.* Piſtillum in Anteriore, *b.* Antheras diſſepimento inhærentes in poſteriore loculo oſtendens.

VIN-

(*) *Hoc unicum & ſummum præmium laboris ſancte ſervandum, & Caſte diſpenſandum ad incitamentum, & ornamentum Botanices. Linn. Phil. Bot.* 171.

pag. 86. Or.



T.V.P.I.

5

VINCENTII RICCATI SOC. JESU.

De termino generali Serierum Recurrentium cum Appendice.

Diſquiſitio Analytica.

IN capite quarto Commentarii *De Seriebus recipientibus Summam algebraicam, aut exponentialem*, quem edidi Bononiæ anno 1756, methodum exhibui, per quam omnium ſerierum recurrentium determinatur terminus generalis; quo invento ex methodis traditis ſerierum ſumma pariter invenitur. Series recurrentes illæ appellantur, quarum termini ſinguli determinantur per aliquot proxime antecedentes ductos in quantitates conſtantes. Verum aliud ſerierum recurrentium genus ſpectari poteſt, quarum termini ſinguli determinantur, ſi aliquot antecedentibus per conſtantes multiplicatis addas, vel demas quantitatem item conſtantem. Has autem propter terminum conſtantem, qui additur, licet nominare ſeries recurrentes cum appendice. Gradus autem ſeriei deſumitur ex numero terminorum antecedentium, per quos ſubſequens definitur.

Ad exemplum propono ſeriem
0, 1, 1, 2, 4, 9, 21, 50, 120, 289 &c. Ad inveniendum tertium hujuſce ſeriei terminum multiplica ſecundum per 2, primum per 1, & deme 1. Similiter ſi multiplices tertium terminum per 2, ſecundum per 1, & demas 1, obtinebis terminum quartum; atque ita deinceps. Quare quilibet terminus determinatur per antecedentes duos, quorum ſecundus, hoc eſt propior termino inveniendo, ducitur in 2, primus in 1, & horum ſummæ additur appendix − 1. Hæc ſeries eſt ſecundi ordinis, quia ad quemlibet terminum formandum duo termini antecedentes requiruntur.

De hoc ſerierum genere in meo commentario ne verbum quidem feci, quia nondum methodum detexeram inveniendi earum terminum generalem, ſine quo earumdem ſumma deter-

terminari non poteſt. Hanc autem methodum, quæ poſt editum commentarium ſe ſe obtulit, exponens, docebo in præſens, quiſnam ſit terminus generalis ſerierum recurrentium cum appendice, ex quo conſtabit, eas coaleſcere ex ſolis ſeriebus algebraicis, geometricis, & algebraico-geometricis, quæ omnes, ut in commentario demonſtravi, in ſummam colliguntur.

Ordior a ſeriebus ordinis primi. Primus terminus, qui ex libito ſumitur, ſit $= a$; quantitas, per quam multiplicandus eſt præcedens, ut generetur terminus ſubſequens, ſit $= t$; appendix addenda $= z$.

Series reccurens cum appendice continetur in ſequenti tabula, quæ, quomodo formetur, poſt aperiam.

$$\begin{array}{cccccc}
a & at & at^2 & at^3 & at^4 \ldots\ldots & at^{n-1} \\
 & z & zt & zt^2 & zt^3 \ldots\ldots & zt^{n-2} \\
 & & z & zt & zt^2 \ldots\ldots & zt^{n-3} \\
 & & & z & zt \ldots\ldots & zt^{n-4} \\
 & & & & z \ldots\ldots & zt^{n-5} \\
 & & & & & \vdots \\
 & & & & & \ldots zt^2 \\
 & & & & & . zt \\
 & & & & & z
\end{array}$$

Si primus terminus aſſumptus a multiplicetur per t, eique addatur appendix z, naſcetur ſecundus terminus $= at + z$, qui in verticali columna diſtribuitur, prout in tabula ſuperiore factum eſt. Similiter ſi ſecundus terminus ducatur in t, tum addatur appendix z, orietur tertius terminus $= at^2 + zt + z$, qui in tabula tertiam columnam verticalem conſtituit. Hoc modo reliquos ſeriei terminos inveniemus, atque in verticalibus columnis collocabimus.

Nunc ad tabulæ ſeries horizontales animum adverte. Iſtæ omnes ſunt ſeries recurrentes ordinis primi, in quibus terminus quilibet eſt æqualis antecedenti multiplicato per t. Primæ terminus primus $= a$, aliarum $= z$. Quare ſi primam excipias reliquæ omnes ſunt una, eademque ſeries, ſed numerus terminorum gradatim minuitur. Ex his facile eſt cognoſcere, columnam illam verticalem, quæ poſt puncta poſita eſt, exhibere terminum generalem ſeriei primi ordinis recurrentis cum appendice. Co-

Columna hæc, atque adeo ſeriei terminus generalis conſtat ex termino $a t^{n-1}$, atque ex ſerie recurrente primi ordinis $z t^{n-2}$, $z t^{n-3}$, $z t^{n-4}$ . . . . . . z, in qua terminorum numerus $= n - 1$: ſive mutato terminorum ordine, ex ſerie z, zt, zt^2 . . . . . . zt^{n-2}. Adverte in hac ſerie, primum terminum non $n = 1$, ſed $n = 2$ reſpondere. Itaque qui ſummam hujus ſeriei habeat, quod facile eſt per ea, quæ docui in commentario, cognoſcet terminum generalem ſeriei recurrentis cum appendice.

Si $t = 1$, evidens eſt, hujus ſeriei ſummam eſſe $= \overline{n - 1}\,.\,z$: igitur terminus generalis ſeriei recurrentis cum appendice $= a + \overline{n - 1}\,.\,z$, qui indicat ſeriem eſſe algebraicam primi ordinis, ſive arithmeticam, cujus differentiæ primæ conſtantes ſunt.

Si non ſit $t = 1$, ſeries z, zt, zt^2 . . . . . . zt^{n-2} eſt geometrica, cujus ſumma expreſſa per $n = \frac{zt^{n-1} - z}{t - 1}$: Ergo ſeriei recurrentis cum appendice terminus generalis habebitur $= at^{n-1} + \frac{zt^{n-1} - z}{t - 1} = \frac{at^n + \overline{z - a}\,.\,t^{n-1} - z}{t - 1}$.

Exemplum primum ſufficiet ſeries, qua utor in commentario capite ſecundo, nempe 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, 255 &c., in qua quilibet terminus æquat antecedentem bis ſumptum addita unitate. Quare erit $a = 1$, $t = 2$, $z = 1$: igitur ſeriei terminus generalis $= 2^n - 1$.

In exemplum ſecundum propono ſeriem 2, 3, 6, 15, 42, 123, 366 &c., quæ, poſito primo termino $= 2$, formatur, ſi quilibet terminus præcedens multiplicetur per 3, eique addatur -3, ſeu dematur 3. Habebimus itaque $a = 2$, $t = 3$, $z = \overline{-3}$: igitur terminus generalis fiet $= \frac{2 \cdot 3^n - 5 \cdot 3^{n-1} + 3}{2} = 3 - \frac{5}{2} \cdot 3^{n-1} + \frac{3}{2} = \frac{3^{n-1} + 3}{2}$.

Exemplum tertium præbeat ſeries 1, $\frac{5}{6}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{17}{24}$, $\frac{33}{48}$, $\frac{65}{96}$ &c., quæ naſcitur ſi, aſſumpto primo termino $= 1$, accipiatur dimidium termini præcedentis, eique ad-

addatur appendix $= \frac{1}{3}$. Quare erit $a = 1$, $t = \frac{1}{2}$, $z = \frac{1}{3}$. Hiſce valoribus ſubſtitutis orietur terminus generalis $= \frac{1}{3 \cdot 2^{n-1}} + \frac{2}{3}$, atque adeo terminus in infinite remota ſede poſitus $= \frac{2}{3}$.

Tranſeo ad ſeries ſecundi ordinis, quarum natura eſt, ut quilibet terminus ſit æqualis duobus antecedentibus ductis in quantitates conſtantes, addita appendice pariter conſtante. Quantitates ducendæ in terminos antecedentes ſint s, t; ideſt t ducenda ſit in terminum propiorem termino inveniendo, s in remotiorem. Primus ſeriei terminus $= a$, ſecundus ita exponatur $b + z$, ut b æquet ſecundum terminum ſeriei dempta appendice.

Pono tibi ob oculos tabulam, cujus geneſim mox intelliges

a	b	P	$\overset{I}{P}$	$\overset{II}{P}$	$\overset{III}{P}$	$\overset{IV}{P}$	
	z	tz	Q	$\overset{I}{Q}$	$\overset{II}{Q}$	$\overset{III}{Q}$	
		z	tz	Q	$\overset{I}{Q}$	$\overset{II}{Q}$	&c.
			z	tz	Q	$\overset{I}{Q}$	
				z	tz	Q	
					z	tz	
						z	

Diſpoſitis duobus primis terminis, prout in tabula, ut ſecundus formet columnam verticalem binomiam, ad tertium detegendum neceſſe eſt, multiplicare a per s, b per t, & exurget $sa + tb$, quam voco $= P$; tum multiplicare t per z, & fiet tz, demum addere appendicem z: igitur tertius terminus erit $P + tz + z$, qui in tabula ſcribatur in columna verticali. Similiter ad inveniendum quartum terminum multiplica b per s, P per t, ut fiat $sb + tP$, quam fac $= \overset{I}{P}$, deinde z per s, tz per t, ut ſit $sz + t^2 z$, quam voca $= Q$, demum z per t, quibus quantitatibus appone appendicem z. Erit itaque quartus terminus $\overset{I}{P} + Q + tz + z$, quem conſtitue in quarta columna verticali. Hac ratione progredere ad determinandos reliquos ſeriei terminos, hanc conditionem ſervans, ut quæ quantitates proveniunt ex multiplicatione terminorum primæ ſeriei horizontalis, in eadem ſerie ponantur, æquando illas ſucceſſive P, $\overset{I}{P}$, $\overset{II}{P}$, $\overset{III}{P}$ &c. Idem facito de re-

reliquis ſcribens in eadem ſerie horizontali eas quantitates, quæ oriuntur ex multiplicatione terminorum antecedentium, quas quantitates voca Q, $\overset{\text{I}}{Q}$, $\overset{\text{II}}{Q}$, $\overset{\text{III}}{Q}$ &c.; ſunt enim iſtæ in omnibus ſeriebus eædem.

Hoc pacto diſtributa ſerie recurrente cum appendice, perſpicuum eſt cuilibet attendenti, ſeries omnes horizontales eſſe ſeries recurrentes ordinis ſecundi, quæ formantur multiplicatis duobus terminis antecedentibus per t, s facto initio ab ultimo. Verum primæ termini duo primi ſunt a, b, aliarum z, zt. Si numerus terminorum primæ ſit $= n$, ſecundæ erit $= n - 1$, tertiæ $= n - 2$, atque ita deinceps. Sed hoc advertendum eſt, primum terminum ſeriei primæ haberi facta $n = 1$, ſecundæ poſita $n = 2$, tertiæ poſita $n = 3$, atque ita de reliquis.

Demonſtravi pluribus verbis in commentario, terminum generalem omnium iſtarum ſerierum horizontalium dependere a reſolutione æquationis $xx - tx - s = o$, cujus radices ſunt $x = \frac{t}{2} + \sqrt{\frac{tt}{4} + s}$, $x = \frac{t}{2} - \sqrt{\frac{tt}{4} + s}$, quas brevitatis cauſſa vocabimus K, H. Duo caſus diſtinguendi ſunt; in primo ponemus duas radices K, H inæquales, in altero autem æquales.

Si radices K, H inæquales ſunt, terminus generalis primæ horizontalis ſeriei hac formula continetur $A . K^n + B . H^n$. Indeterminatæ A, B ex duobus primis ſeriei terminis erunt definiendæ. Aliarum vero ſerierum horizontalium termini generales ſunt hujuſmodi, nimirum ſecundæ $C . K^{n-1} + D . H^{n-1}$, tertiæ $C . K^{n-2} + D . H^{n-2}$, quartæ $C . K^{n-3} + D . H^{n-3}$, atque ita deinceps. Hoc unice obſervandum eſt, harum ſerierum terminos primos haberi poſita $n = 2$, 3, 4 &c. Indeterminatæ C, D, quæ in omnibus ſeriebus ſunt eædem, definiendæ ſunt per primos terminos z, tz.

Determinemus quantitates A, B, C, D. Primæ duæ definientur per æquationes $AK + BH = a$, $AK^2 + BH^2 = b$. Multiplicetur prima per H, & naſcetur $AKH + BH^2 = aH$, quæ dematur ex ſecunda, ut fiat $AK . \overline{K - H} = b - aH$: ergo $A = \frac{b - aH}{K . \overline{K - H}}$. Item multiplicans primam per K obti-

nebis $AK^2 + BKH = aK$, ex qua detrahens ſecundam invenies $B.H.\overline{K-H} = aK - b$: ergo $B = \frac{aK - b}{H.\overline{K-H}}$.

Similem methodum ſequens determinabis C, D ope duarum æquationum $CK + DH = z$, $CK^2 + DH^2 = tz$. Multiplica enim primam per H, ut habeas $CKH + DH^2 = zH$, quam ex ſecunda detrahens invenies $CH.\overline{K-H} = z.\overline{t-H}$: ergo $C = \frac{z.\overline{t-H}}{K.\overline{K-H}}$. Multiplica deinde primam per K, ut oriatur $CK^2 + DKH = zK$; ex hac demens ſecundam nanciſceris $DH.\overline{K-H} = z.\overline{K-t}$: ergo $D = \frac{z.\overline{K-t}}{H.\overline{K-H}}$.

Hiſce probe intellectis evidens eſt, terminum generalem ſeriei recurrentis cum appendice eſſe hujuſmodi

$AK^n + CK^{n-1} + CK^{n-2} + C.K^{n-3} \ldots\ldots CK$

$BH^n + DH^{n-1} + DH^{n-2} + DH^{n-3} \ldots\ldots DH$,

in quo quantitates omnes A, B, C, D, K, H ſunt determinatæ. Quapropter idem terminus generalis æquabit binomium $AK^n + BH^n$ addita ſumma duarum ſerierum recurrentium primi ordinis, quæ, translatis ultimis terminis in primas ſedes, erunt hujuſmodi

$CK, CK^2, CK^3 \ldots\ldots CK^{n-1}$

$DH, DH^2, DH^3 \ldots\ldots DH^{n-1}$, quarum primus terminus non habetur facta $n = 1$, ſed poſita $n = 2$.

Si alterutra ex duabus radicibus, velut K, ſit æqualis unitati, primæ ſeriei, quæ coaleſcit ex terminis conſtantibus, exiſtente eorum numero $= n - 1$, ſumma erit $\overline{n-1}\,C$. Summa vero ſecundæ ſeriei ex regulis traditis in commentario prodibit $\frac{DH^n - DH}{H - 1}$. Igitur terminus generalis ſeriei recurrentis cum appendice fiet $= A + \overline{n-1}.C + B.H^n + \frac{DH^n - DH}{H - 1}$ $= A - C + nC + \frac{BH^{n+1} + \overline{D-B}.H^n - DH}{H - 1}$.

Si neutra ex radicibus æquet unitatem, duarum ſerierum ſummæ ex loco citato erunt hujuſmodi $\frac{CK^n - CK}{K - 1}$,

DH

$\frac{DH^n - DH}{H - 1}$: ergo hic habetur terminus generalis ſeriei recurrentis cum appendice $AK^n + \frac{CK^n - CK}{K - 1} + BH^n + \frac{DH^n - DH}{H - 1}$
$= \frac{A.K^{n+1} + \overline{C - A}.K^n - CK}{K - 1} + \frac{BH^{n+1} + \overline{D - B}.H^n - DH}{H - 1}$.

Venio nunc ad caſum alterum, ubi æquales ſunt radices K, H, quod accidit, quum $s = -\frac{tt}{4}$. In hoc caſu primæ ſeriei horizontalis, quæ habetur in tabula, ut conſtat ex meo commentario, terminus generalis hanc formam habebit $\overline{A + Bn}.K^n$, in quo quantitates A, B ex primis ſeriei terminis ſunt determinandæ. Aliarum vero ſerierum horizontalium hi erunt termini generales, nempe ſecundæ $C + \overline{n-1}.D.K^{n-1}$, tertiæ $C + \overline{n-2}.D.K^{n-2}$, quartæ $C + \overline{n-3}.D.K^{n-3}$, atque ita deinceps. Quantitates C, D, quæ in omnibus ſeriebus eædem ſunt, ex primis duobus terminis ſunt definiendæ.

Per duas haſce æquationes $\overline{A + B}.K = a$, $\overline{A + 2B}.K^2 = b$ determinemus quantitates A, B. Ex ſuperioribus æquationibus hæ naſcentur $A + B = \frac{a}{K}$, $A + 2B = \frac{b}{K^2}$. Ex prima multiplicata per 2 deme ſecundam, ut habeas $A = \frac{2aK - b}{K^2}$. Primam detrahe a ſecunda, ut fiat $B = \frac{b - aK}{K^2}$. Simili modo ex duabus æquationibus $\overline{C + D}.K = z$, $\overline{C + 2D}.K^2 = tz$ invenies $C = \frac{z.\overline{2K - t}}{K^2}$, $D = \frac{z.\overline{t - K}}{K^2}$.

His præmiſſis perſpicuum eſt, ſeriem recurrentem cum appendice habere pro termino generali
$\overline{A + nB}.K^n + \overline{C + \overline{n-1}.D}.K^{n-1} + \overline{C + \overline{n-2}.D}.K^{n-2} \ldots + \overline{C + D}.K$. Itaque noſtræ ſeriei terminus generalis erit æqualis $\overline{A + n.B}.K^n$ addita ſumma ſeriei recurrentis ſecundi ordinis, quæ transferendo ultimos terminos in primas ſedes erit hujuſmodi $\overline{C + D}.K$, $\overline{C + 2D}.K^2$, $\overline{C + 3D}.K^3 \ldots\ldots$ $\overline{C + \overline{n-1}.D}.K^{n-1}$.

Si

Si utraque radix ſit unitas, nempe $K = 1$, ſeries hæc eſt algebraica primi ordinis, cujus differentiæ primæ ſunt conſtantes. Hujus ſeriei ſumma ex capite ſecundo mei commentarii facillime invenitur, nempe $C + \frac{D}{2}.\overline{n-1} + \frac{D}{2}.\overline{n-1}^2$. Quare ſeriei recurrentis cum appendice terminus generalis fiet

$$A + Bn + C + \frac{D}{2}.\overline{n-1} + \frac{D}{2}.\overline{n-1}^2, \text{ ſive}$$

$$A + Bn + \frac{D}{2} n^2,$$ qui quum ſit terminus generalis ſeriei

$$\begin{array}{l} -C + Cn \\ \quad -\frac{D}{2} n \end{array}$$

algebraicæ ſecundi ordinis, cujus ſcilicet ſecundæ differentiæ conſtantes ſunt, palam eſt hujuſce generis ſeriem iri productum.

Si K unitatem non æquet, tum ſeries, cujus ſumma capienda eſt, erit algebraico geometrica. Ex methodo vero tradita capite quarto mei commentarii ſummam invenies eſſe $\frac{CK - C - D}{\overline{K-1}^2} + \frac{D.\overline{n-1}}{K-1}.K^n \frac{-CK^2 + CK + DK}{\overline{K-1}^2}$. Igitur ſeries recurrens cum appendice habebit hunc terminum generalem

$$A + Bn + \frac{CK - C - D}{\overline{K-1}^2} + \frac{D.\overline{n-1}}{K-1} K^n \frac{-CK^2 + CK + DK}{\overline{K-1}^2}.$$

Exempla aliquot pro ſingulis caſibus afferamus. Primum habe in ſerie

$$0, 1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 1, 2, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 2, 3, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, 3, 4, \frac{7}{2}, \frac{9}{2} \text{ \&c.},$$

quæ ſeries, poſitis primis terminis 0, 1, formatur ſi $t = 0$, $s = 1$, $z = \frac{1}{2}$. Quare habebimus $a = 0$, $b = \frac{1}{2}$. Æquatio reſolvenda erit $xx - 1 = 0$, quæ dat duas radices $K = 1$, $H = -1$. Quum hæ radices inæquales ſint, & una æquet unitatem, conſtat, formulas adhibendas eſſe huic caſui convenientes. Quibus adhibitis inveniemus $A = \frac{1}{4}$, $B = \frac{1}{4}$, $C = \frac{1}{4}$, $D = -\frac{1}{4}$, & terminus generalis invenietur eſſe

$$\frac{1}{4} + \frac{n-1}{4} + \frac{1}{4}(-1)^n - \frac{\frac{1}{4}(-1)^n - \frac{1}{4}}{-2}, \text{ ſeu } \frac{2n+1}{8} + \frac{3}{8}.(-1)^n.$$

Q. E. Inv.

Alterum exemplum præbeat ſeries

1,

$1, 1, \frac{9}{10}, \frac{81}{100}, \frac{719}{1000}, \frac{7281}{10000}$ &c., quæ, acceptis duobus primis terminis æqualibus unitati, formatur, ſi fiat $z = \frac{-1}{10}$, $s = \frac{1}{10}$, $t = \frac{9}{10}$. Invenietur $a = 1$, $b = \frac{11}{10}$. Æquatio reſolvenda erit $xx - \frac{9x}{10} - \frac{1}{10} = 0$, qua reſoluta habebis $x - \frac{9}{2 \cdot 10} = \pm \frac{11}{2 \cdot 10}$: Igitur $K = \frac{9 + 11}{2 \cdot 10} = 1$, $H = \frac{9 - 11}{2 \cdot 10} = \frac{-1}{10}$. Adhibe formulas pertinentes ad caſum, ubi radices inæquales ſunt, & una æquat unitatem. Invenies autem $A = \frac{12}{11}$, $B = \frac{10}{11}$, $C = \frac{-1}{11}$, $D = \frac{1}{11}$. Subſtitutis valoribus terminus generalis detegitur eſſe $\frac{142 - 11n}{11^2} + \frac{1}{11^2 \cdot (-10)^{n-2}}$, ex quo diſces ſeriem poſt multos poſitivos præbere terminos negativos, quorum primus erit decimus tertius.

Exemplum tertium habeatur in ſerie, quæ naſcitur, ſi $t = 6$, $s = -8$, & appendix $z = -2$, exiſtente $a = 0$, $b = 3$. Indigemus reſolutione æquationis $xx - 6x + 8 = 0$, quæ dat radices duas $K = 4$, $H = 2$. Neutra ex his æquat unitatem, & ſunt inæquales. Ergo opportunis formulis uſi determinabimus $A = \frac{3}{4 \cdot 2}$, $B = \frac{-3}{2 \cdot 2}$, $C = \frac{-8}{4 \cdot 2} = -1$, $D = \frac{4}{2 \cdot 2} = 1$, quibus valoribus ſubſtitutis obtinemus terminum generalem $\frac{\frac{3}{2} \cdot 4^n - \frac{11}{2} \cdot 4^{n-1} + 4}{3} - \frac{3}{2} \cdot 2^n + \frac{7}{2} \cdot 2^{n-1} - 2$, ſive $\frac{2}{3} 4^{n-2} + 2^{n-2} - \frac{2}{3}$. Series vero ita procedit $0, 1, 4, 14, 48, 252$ &c.

Exhibeat quartum exemplum ſeries $1, 2, 4, 6, 6, 2, -6, -14, -14, 2, -26$ &c., quæ, acceptis primis terminis $1, 2$, efformatur poſitis $s = -2$, $t = 2$, appendice $z = 2$. Ad inveniendos valores K, H reſolvatur oportet æquatio $xx - 2x + 2 = 0$, quæ in hanc mutatur $xx - 2x + 1 = -1$, ex hac oritur $x = 1 \pm \sqrt{-1}$: ergo $K = 1 + \sqrt{-1}$, $H = 1 - \sqrt{-1}$. Deinde determinantur valores

A

$$A = \frac{-1+\sqrt{-1}}{\overline{1+\sqrt{-1}}\,.\,2\sqrt{-1}} = \frac{-1+\sqrt{-1}}{\overline{\sqrt{-1}-1}\,.\,2} = \tfrac{1}{2}$$

$$B = \frac{1+\sqrt{-1}}{\overline{1-\sqrt{-1}}\,.\,2\sqrt{-1}} = \frac{1+\sqrt{-1}}{\overline{\sqrt{-1}+1}\,.\,2} = \tfrac{1}{2}$$

$$C = \frac{2\,.\,\overline{1+\sqrt{-1}}}{\overline{1+\sqrt{-1}}\,.\,2\sqrt{-1}} = \frac{1}{\sqrt{-1}} = -\sqrt{-1}$$ demum

$$D = \frac{2\,.\,\overline{-1+\sqrt{-1}}}{\overline{1-\sqrt{-1}}\,.\,2\sqrt{-1}} = \frac{-1}{\sqrt{-1}} = \sqrt{-1}.$$ His valoribus ſubſtitutis in formula termini generalis inveniemus

$$\tfrac{1}{2}\,.\,\overline{1+\sqrt{-1}}^{\,n} - \frac{\sqrt{-1}\,.\,\overline{1+\sqrt{-1}}^{\,n}}{\sqrt{-1}} + \frac{\sqrt{-1}\,.\,\overline{1+\sqrt{-1}}}{\sqrt{-1}}$$

$$+ \tfrac{1}{2}\,.\,\overline{1-\sqrt{-1}}^{\,n} + \frac{\sqrt{-1}\,.\,\overline{1-\sqrt{-1}}^{\,n}}{-\sqrt{-1}} - \frac{\sqrt{-1}\,.\,\overline{1+\sqrt{-1}}}{-\sqrt{-1}},$$ ſive

$$-\tfrac{1}{2}\,.\,\overline{\overline{1+\sqrt{-1}}^{\,n} + \overline{1-\sqrt{-1}}^{\,n}} + 2,$$ qui terminus, niſi adhibeas ſeriem infinitam, generatim ſine imaginariis non poteſt exprimi.

Quintum exemplum deſumo ex ſerie

$0,\ 1,\ \frac{1}{8},\ \frac{3}{8},\ \frac{5}{32},\ \frac{7}{32},\ \frac{21}{128},\ \frac{23}{128},\ \frac{65}{512},\ \frac{67}{512}$ &c., quæ gignitur facta $t = 0$, $s = \frac{1}{4}$, $z = \frac{1}{8}$, exiſtente $a = 0$, $b = \frac{7}{8}$. Æquatio reſolvenda eſt $xx - \frac{1}{4} = 0$, quæ dat $K = \frac{1}{2}$, $H = -\frac{1}{2}$. Ex his definiuntur $A = \frac{7}{4}$, $B = \frac{7}{4}$, $C = \frac{1}{8}$, $D = -\frac{1}{8}$, qui valores poſiti in formula termini generalis exhibent

$$\frac{-7}{2^{n+1}} + \frac{13}{2^{n+2}} + \tfrac{1}{8}\,\frac{-7}{2\,.\,3\,.\,(-2)^{n+1}} + \frac{5}{4(-2)^{n}} + \frac{1}{3\,.\,8},$$

quæ reducitur ad ſequentem

$$\frac{3}{2^{n+1}} + \frac{22}{3\,.\,(-2)^{n+2}} + \frac{1}{2\,.\,3} = \frac{3}{2^{n+1}} - \frac{11}{3(-2)^{n+1}} + \frac{1}{2\,.\,3}.$$

Facta n infinita fit ultimus terminus ſeriei $= \frac{1}{6}$.

Exemplum ſextum præbeat ſeries

1, 0, 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45 &c., quæ aſ-

aſſumptis ex libito primis duobus terminis 1, 0 formatur, poſita $t = 2$, $s = -1$, $z = 1$: ergo $a = 1$, $b = -1$. Æquatio, quæ reſolvenda eſt, nempe $xx - 2x + 1 = 0$, non ſolum habet duas radices inter ſe æquales, ſed ambas æquales unitati, hoc eſt $K = 1$. Quo circa uſi opportunis formulis determinabimus $A = 3$, $B = -2$, $C = 0$, $D = 1$. Igitur factis ſubſtitutionibus terminus generalis oritur $3 - \frac{5}{2} n + \frac{1}{2} nn$.

Septimum exemplum præbeat ſeries 0, 0, 2, 10, 34, 98, 258 &c., quæ, ſumptis duobus primis terminis $= 0$, conficitur facto $s = -4$, $t = 4$, & appendice $z = 2$. In hac hypotheſi habebimus $a = 0$, $b = -2$. Oportet reſolvere æquationem $xx - 4x + 4 = 0$, quæ dat utramque radicem $= 2$: ergo $K = 2$. Itaque adhibentes formulas huic caſui accommodatas inveniemus $A = \frac{1}{2}$, $B = -\frac{1}{2}$, $C = 0$, $D = 1$, qui valores ſubſtituti in formula canonica termini generalis dabunt $\overline{\tfrac{1}{2} - \tfrac{n}{2} - 1 + n - 1} \,.\, 2^n + 2$ $= \overline{\tfrac{-3}{2} + \tfrac{n}{2}} \,.\, 2^n + 2 = \overline{n - 3} \,.\, 2^{n-1} + 2$.

Octavum, & ultimum exemplum ſuppeditet ſeries 0, 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{17}{27}$, $\frac{59}{81}$ &c., in qua $s = \frac{-1}{9}$, $t = \frac{-2}{3}$, $z = 1$, $a = 0$, $b = 0$. Reſolvatur æquatio $xx + \frac{2}{3} x + \frac{1}{9} = 0$, quæ habet utramque radicem $= \frac{-1}{3}$. Ergo $K = \frac{-1}{3}$. Hinc determinantur valores $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$, $D = -3$. Itaque terminus generalis exurgit

$$\overline{\frac{3\cdot 3^2}{4^2} + \frac{3n\cdot 3}{4} - \frac{3\cdot 3}{4}} \,.\, \frac{1}{(-3)^n} + \frac{3^2}{4^2}, \text{ ſive perfecto calculo}$$

$$\overline{\frac{-1}{4^2} + \frac{n}{4}} \,.\, \frac{1}{(-3)^{n-2}} + \frac{3^2}{4^2}. \text{ Q. E. Inv.}$$

Hactenus de ſeriebus recurrentibus cum appendice, quæ ſpectant ad ſecundum gradum, in quibus ſupervacaneum non duxi diutius immorari, quia ita patefacta eſt methodus inveniendi terminum generalem ſerierum graduum altiorum. In ſerie tertii gradus terminus quilibet datur per tres antecedentes multiplicatos, incipiendo ab ultimo, ideſt ab eo, qui

 pro-

propior eſt termino inveniendo, per t, s, r, quibus additur conſtans appendix z. Ad præparandam opportune ſeriem ita tres primi termini, qui dantur, ſunt diſponendi

a, b, c
z, tz
z

tum formanda eſt ſeries hos multiplicando facto initio ab ultimo per t, s, r cum additione appendicis z, hac ſemper ſervata cautione, ut quantitates ponantur in ea ſerie horizontali, ubi ſunt illæ, a quibus oriuntur, & appendix z infra ſcribatur, ut fiat terminus primus novæ ſeriei horizontalis.

Confecta hoc modo ſerie recurrente cum appendice, omnes ſeries horizontales, a quibus componitur, erunt ſeries recurrentes vulgares tertii ordinis, quarum prima habet tres primos terminos a, b, c, reliquæ z, tz, $t^2z + sz$. Si numerus terminorum in prima $= n$, in ſecunda erit $= n - 1$, in tertia $= n - 2$, & ſic de cæteris. Advertendum tamen eſt, in ſecunda primum terminum obtineri, quum $n = 2$, in tertia, quum $n = 3$, atque ita deinceps.

Manifeſtum eſt ex meo commentario, omnium ſerierum horizontalium terminum generalem dependere a reſolutione æquationis $x^3 - tx^2 - sx - r = 0$. Tres caſus accidere poſſunt, primo ut omnes radices ſint inæquales, quo in caſu, vocatis tribus radicibus K, H, I, terminus generalis primæ ſeriei habet hanc formam $AK^n + BH^n + CI^n$; coefficientes A, B, C definiuntur per comparationem cum primis terminis ſeriei. Similiter ſecundæ horizontalis ſeriei terminus generalis erit $DK^{n-1} + EH^{n-1} + FI^{n-1}$, tertiæ $DK^{n-2} + EH^{n-2} + FI^{n-2}$; atque ita deinceps. Quapropter terminus generalis ſeriei recurrentis cum appendice erit æqualis $AK^n + BH^n + CI^n$ addita ſumma trium ſerierum geometricarum, nimirum

$DK + DK^2 + DK^3 \ldots\ldots DK^{n-1}$

$EH + EH^2 + EH^3 \ldots\ldots EH^{n-1}$

$FI + FI^2 + FI^3 \ldots\ldots FI^{n-1}$, in quibus primus terminus habetur, quum $n = 2$. Serierum autem ſummæ ex meo commentario innoteſcunt.

In ſecundo caſu duæ radices æquales ſunt, tertia inæqualis.

lis. Radix duplex K, inæqualis H. In hoc caſu terminus generalis primæ ſeriei horizontalis erit

$\overline{A+Bn}.K^{n}+CH^{n}$; ſecundæ

$\overline{D+En}.K^{n-1}+FH^{n-1}$, tertiæ

$\overline{D+En}.K^{n-2}+FH^{n-2}$, atque ita deinceps. Quocirca terminus generalis ſeriei recurrentis cum appendice æquabit $\overline{A+Bn}.K^{n}+CH^{n}$ additis ſummis duarum ſerierum, quarum una eſt algebraico-geometrica, ſcilicet

$\overline{D+E}.K+\overline{D+2E}.K^{2}\ldots\ldots\overline{D+\overline{n-1}.E}.K^{n-1}$, altera eſt geometrica, nempe

$FH+FH^{2}+FH^{3}\ldots\ldots FH^{n-1}$, quarum duarum ſerierum terminus primus habetur poſita $n=2$. Summæ vero ex commentario ſunt in poteſtate.

In tertio caſu quælibet ex tribus radicibus æqualibus fit $=K$. Terminus generalis primæ ſeriei erit

$\overline{A+Bn+Cnn}.K^{n}$, ſecundæ

$\overline{D+\overline{n-1}.E+\overline{n-1}^{2}.F}.K^{n-1}$, tertiæ

$\overline{D+\overline{n-2}.E+\overline{n-2}^{2}.F}.K^{n-2}$, atque ſimiliter de reliquis. Igitur terminus generalis ſeriei recurrentis cum appendice æquabit $\overline{A+Bn+Cn^{2}}.K^{n}$ addita ſumma ſeriei algebraico-geometricæ nempe

$\overline{D+E+F}.K+\overline{D+2E+4F}.K^{2}\ldots\ldots$

$+\overline{D+\overline{n-1}.E+\overline{n-1}^{2}.F}.K^{n-1}$, cujus primus terminus reſpondet $n=2$. Methodus in commentario tradita te docebit, quænam hujuſce ſeriei ſit ſumma.

Exemplum præbeat ſeries

$0, 0, 0, 1, 2, 3\frac{1}{4}, 4\frac{1}{2}, 5\frac{13}{16}, 7\frac{1}{8}, 12\frac{13}{64}$, &c., cujus terminus quilibet datur per tres antecedentes, illos multiplicando, facto initio ab ultimo, per $1, \frac{1}{4}, \frac{-1}{4}$, & addendo appendicem $=1$. Series, ut ad recurrentes vulgares reducatur, ita eſt diſponenda, prout docuimus.

$$
\begin{array}{lllllll}
0, & -1, & -2, & -2\tfrac{1}{4}, & -2\tfrac{1}{2}, & -2\tfrac{1}{16}, & -2\tfrac{5}{8} \text{ \&c.}\\
& 1, & 1, & 1\tfrac{1}{4}, & 1\tfrac{1}{4}, & 1\tfrac{5}{16}, & 1\tfrac{5}{16} \text{ \&c.}\\
& & 1, & 1, & 1\tfrac{1}{4}, & 1\tfrac{1}{4}, & 1\tfrac{5}{16} \text{ \&c.}\\
& & & 1, & 1, & 1\tfrac{1}{4}, & 1\tfrac{1}{4} \text{ \&c.}\\
& & & & 1, & 1, & 1\tfrac{1}{4} \text{ \&c.}\\
& & & & & 1, & 1 \text{ \&c.}\\
& & & & & & 1 \text{ \&c.}
\end{array}
$$

Quæ ſeries omnes ſunt recurrentes vulgares.

Ut earum terminus generalis inveniatur, reſolvenda eſt æquatio $x^3 - x^2 - \frac{x}{4} + \frac{1}{4} = 0$, quæ habet tres haſce radices, $x = 1$, $x = \frac{1}{2}$, $x = -\frac{1}{2}$. Hiſce inventis per methodum traditam in commentario determinabimus terminum generalem ſeriei primæ horizontalis $-\frac{8}{3} + \frac{3}{2^{n-1}} \frac{-1}{3.(-2)^{n-1}}$, ſecundæ $\frac{4}{3} - \frac{1}{2^{n-1}} \frac{-1}{3(-2)^{n-1}}$, tertiæ $\frac{4}{3} - \frac{1}{2^{n-2}} \frac{-1}{3(-2)^{n-2}}$, atque ita deinceps: ergo terminus generalis noſtræ ſeriei erit $-\frac{8}{3} + \frac{3}{2^{n-1}} - \frac{1}{3(-2)^{n-1}}$, addita ſumma ſeriei $\frac{4}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{4}{3}$ &c., & detracta ſumma duarum ſerierum

$$\frac{1}{2^{n-1}},\ \frac{1}{2^{n-2}},\ \frac{1}{2^{n-3}} \cdots\cdots \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{3(-2)^{n-1}}$, $\frac{1}{3(-2)^{n-2}}$, $\frac{1}{3(-2)^{n-3}} \cdots\cdots \frac{-1}{3.2}$, in quibus ſeriebus numerus terminorum $= n - 1$.

Quoad primam patet, ejus ſummam $= \frac{\overline{n-1}.4}{3}$. Reliquæ duæ invertantur, ut fiant $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8} \cdots\cdots \frac{1}{2^{n-1}}$; $\frac{-1}{2.3}$, $\frac{1}{4.3}$, $\frac{-1}{8.3} \cdots\cdots \frac{1}{3(-2)^{n-1}}$, in quibus primus terminus habetur, quum $n = 2$. Earum ſummæ ex meo commen-

mentario habentur, nempe primæ $= 1 - \frac{1}{2^{n-1}}$, alterius vero $= \frac{1}{3^2 \cdot (-2)^{n-1}} - \frac{1}{3^2}$. Igitur ſeriei recurrentis cum appendice terminus generalis ad hunc tandem reducetur

$$-5 + \frac{1}{9} + \frac{1}{2^{n-3}} \quad \frac{-1}{3^2 \cdot (-2)^{n-3}} + \frac{4n}{3}.$$

Alterum exemplum det ſeries

$1, 0, 0, \frac{3}{8}, \frac{13}{16}, \frac{19}{16}, \frac{47}{32}, \frac{213}{128}$ &c., ſive

$1, 0, 0, \frac{3}{8}, \frac{13}{16}, 1\frac{3}{16}, 1\frac{15}{32}, 1\frac{85}{128}$ &c., in qua quilibet terminus invenitur, ſi tres termini antecedentes facto initio ab eo, qui proxime antecedit terminum inveniendum, multiplicentur per $\frac{3}{2}$, $-\frac{3}{4}$, $\frac{1}{8}$, tum addatur appendix $\frac{1}{4}$. Series, uti præcepimus, hoc modo eſt diſtribuenda

1,	$-\frac{1}{4}$,	$-\frac{5}{8}$,	$-\frac{5}{8}$,	$-\frac{1}{2}$,	$-\frac{23}{64}$,	$-\frac{31}{128}$	&c.
	$\frac{1}{4}$,	$\frac{3}{8}$,	$\frac{3}{8}$,	$\frac{5}{16}$,	$\frac{15}{64}$,	$\frac{21}{128}$	&c.
		$\frac{1}{4}$,	$\frac{3}{8}$,	$\frac{3}{8}$,	$\frac{5}{16}$,	$\frac{15}{64}$	&c.
			$\frac{1}{4}$,	$\frac{3}{8}$,	$\frac{3}{8}$,	$\frac{5}{16}$	&c.
				$\frac{1}{4}$,	$\frac{3}{8}$,	$\frac{3}{8}$	&c.
					$\frac{1}{4}$,	$\frac{3}{8}$	&c.
						$\frac{1}{4}$	&c.

Series omnes horizontales ſunt ſeries recurrentes vulgares, quarum terminus generalis dependet a reſolutione æquationis $x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{8} = 0$, quæ habet tres radices æquales, quarum ſingulæ $= \frac{1}{2}$. Igitur ſerierum terminus generalis $\overline{A + Bn + Cnn} \cdot \frac{1}{2^n}$. Pro prima ſerie determinatis determinandis, prout in commentario docuimus, inveniemus terminum generalem $\overline{4 - \frac{3n}{2} - \frac{nn}{2}} \cdot \frac{1}{2^n}$; pro ſecunda vero

$n - 1$

$\overline{n-1+\overline{n-1}^2}\cdot\frac{1}{2^{n+1}}$, pro tertia $\overline{n-2+\overline{n-2}^2}\cdot\frac{1}{2^n}$, pro quarta $\overline{n-3+\overline{n-3}^2}\cdot\frac{1}{2^{n-1}}$, atque ita deinceps. Itaque terminus generalis ſeriei recurrentis cum appendice erit æqualis $\overline{4-\frac{3n}{2}-\frac{nn}{2}}\cdot\frac{1}{2^n}=\overline{8-3n-nn}\cdot\frac{1}{2^{n+1}}$ addita ſumma ſeriei algebraico geometricæ, quæ poſita ordine inverſo eſt $\frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{16} \ldots\ldots \overline{n-1+\overline{n-1}^2}\cdot\frac{1}{2^{n+1}}$, in qua primus terminus habetur exiſtente $n=2$.

Summa hujuſce ſeriei ex capite quarto commentarii hæc invenitur

$$2-\frac{1}{2^{n-1}}\cdot\overline{2+\frac{5\cdot\overline{n-1}}{4}+\frac{\overline{n-1}^2}{4}}=2-\frac{1}{2^{n+1}}\cdot\overline{4+3n+nn}.$$

Igitur ſeriei recurrentis cum appendice terminus generalis hic obtinetur $\overline{8-3n-nn}\cdot\frac{1}{2^{n+1}}+2-\frac{1}{2^{n+1}}\cdot\overline{4+3n+nn}$, ſive $2+\frac{1}{2^n}\cdot\overline{2-3n-nn}$. Q. E. Inv.

Simili ratione in aliis ſeriebus recurrentibus cum appendice procedendum eſt. Nam ſi ſeries fuerit quarti gradus, in qua ad inveniendum quemlibet terminum multiplicandi ſunt quatuor antecedentes, facto initio ab ultimo per t, s, r, q, ita quatuor primi termini diſponantur

$$\begin{array}{cccc} a, & b, & c, & d, \\ & z, & tz, & t^2z+sz \\ & & z, & tz \\ & & & z \end{array}$$

His poſitis ita formetur ſeries, ut termini provenientes ex prima ſerie horizontali in prima ponantur, qui ex ſecunda in ſecunda, atque ita de reliquis. Orientur plures ſeries recurrentes vulgares quarti ordinis, quarum terminus generalis dependet a reſolutione æquationis $x^4-tx^3-sx^2-rx-q=o$.

Omnes radices hujus æquationis neceſſariæ ſunt ad inveniendum terminum generalem. Si radix K nullam habet æqualem,

lem, in prima ſerie præbebit terminum hujus formæ $A K^{n}$. Si duæ ſint radices æquales K, præbebunt hujuſmodi $\overline{A + B n} . K^{n}$, ſi tres fuerint æquales, ſufficient terminum $\overline{A + B n + C n n} . K^{n}$; demum ſi quatuor æquales, terminus generalis hanc formam habebit $\overline{A + B n + C n^{2} + D n^{3}} . K^{n}$. Idem dic de terminis generalibus aliarum ſerierum, dummodo pro n ſcribas $n - 1$, $n - 2$ &c. Itaque terminus generalis ſeriei recurrentis cum appendice æqualis erit termino generali primæ ſeriei horizontalis, additis terminis generalibus omnium aliarum ſerierum, qui formant ſeries aut algebraicas, aut geometricas, aut algebraico-geometricas, quarum omnium ſumma ex meo commentario determinatur.

Ita procedendum eſt in ſeriebus graduum ſuperiorum. Ad facilem vero praxim exhibendam ſatis eſt, ut exponam, quo pacto primi termini ſecundæ ſeriei horizontalis inveniendi ſint. Quantitates, quæ debent multiplicare terminos antecedentes, facto initio ab ultimo ſint t, s, r, q &c. Primus ſeriei terminus eſt ſemper appendix z; ſi hunc multiplices per t, habebis ſecundum terminum; ſi ſecundum per t, primum per s, obtinebis tertium; hunc duc in t, ſecundum in s, primum in r, & invenies quartum, atque ita deinceps; ita ut primi iſti termini eodem modo formentur ac reliqui, neglectis tamen illis quantitatibus, quæ carent terminis antecedentibus, per quos multiplicentur. Hoc modo inveniantur tot termini, quot ſunt quantitates multiplicatrices dempta una: atque iſti termini erunt primi termini ſeriei ſecundæ horizontalis: quibus inventis habentur primi termini ſerierum inferiorum horizontalium; ſunt enim iidem. Demum ex primis terminis ſeriei recurrentis cum appendice, qui dati ſunt, determinantur primi termini ſeriei primæ horizontalis. Reliqua peraguntur prout antea traditum eſt.

Exemplum det ſeries quinti ordinis recurrens cum appendice, nimirum

1, 2, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 14, 16 &c.,

quæ formatur multiplicatis quinque terminis antecedentibus facto initio ab ultimo per 1, 1, -1, -1, 1, poſita appendice $= 1$. Ut ad noſtrum canonem redigatur, neceſſe eſt ita ſeriem diſponere

1,

1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1
1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1
1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 0
1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 0, 0, 0
1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 0, 0
1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 0
1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1
1, 1, 2, 2, 2, 2, 1 &c.
1, 1, 2, 2, 2, 2
1, 1, 2, 2, 2
1, 1, 2, 2
1, 1, 2
1, 1
1

Series iſtæ omnes horizontales ſunt ſeries recurrentes quinti ordinis: immo ſunt una eademque ſeries; numerus tamen terminorum continue minuitur.

Terminus generalis harum ſerierum dependet a reſolutione æquationis $x^5 - x^4 - x^3 + x^2 + x - 1 = 0$, quæ prædita eſt hiſce quinque radicibus $x = 1$, $x = \sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}$, $x = -\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}$, $x = \sqrt{\frac{1-\sqrt{-3}}{2}}$, $x = -\sqrt{\frac{1-\sqrt{-3}}{2}}$.

Quapropter ſeriei primæ terminus generalis fiet

$$A \cdot 1^n + B \cdot \left(\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}\right)^n + C \cdot \left(-\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}\right)^n$$

$$+ D \cdot \left(\sqrt{\frac{1-\sqrt{-3}}{2}}\right)^n + E \cdot \left(-\sqrt{\frac{1-\sqrt{-3}}{2}}\right)^n.$$

Ad definiendos indeterminatarum valores, poſita ſucceſſive $n = 1, 2, 3, 4, 5$, quinque æquationes inſtituendæ ſunt cum quinque primis ſeriei terminis, quæ æquationes erunt hujuſmodi, facta facilitatis cauſſa $\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}} = a$, $\sqrt{\frac{1-\sqrt{-3}}{2}} = b$

1 . $A + \overline{B - C} . a + \overline{D - E} . b = 1$

2 . $A + \overline{B + C} . aa + \overline{D + E} . bb = 1$

3 . $A + \overline{B - C} . a^3 + \overline{D - E} . b^3 = 2$

4 . $A + \overline{B + C} . a^4 + \overline{D + E} . b^4 = 2$

5 . $A + \overline{B - C} . a^5 + \overline{D - E} . b^5 = 2$. Ut per has æquationes valores quæſiti determinentur, artificio opus eſt ad longos moleſtoſque calculos evitandos.

Primam æquationem multiplicatam per bb deme ex tertia, ut habeas

6 . $A . \overline{1 - bb} + \overline{B - C} . \overline{a^3 - ab^2} = 2 - bb$. Tertiam multiplicatam per bb deme ex quinta, ut fiat

7 . $A . \overline{1 - bb} + \overline{B - C} . \overline{a^5 - a^3 b^2} = 2 - 2bb$. Sextam multiplicatam per aa detrahe ex ſeptima, ut oriatur

$A . \overline{1 - bb - aa + a^2 b^2} = 2 - 2bb - 2aa + a^2 b^2$, ex qua ſtatim ſeſe offert valor A, nempe $A = \frac{2 - 2bb - 2aa + aabb}{1 - bb - aa + aabb}$; facta autem ſubſtitutione valorum a, b, invenitur $A = 1$.

Subſtituto valore A ſexta æquatio mutatur in

8 . $\overline{B - C} . \overline{a^3 - abb} = 1$. Jam ſecundam ductam in bb deme ex quarta, in quibus tamen fac ſubſtituas inventum valorem A, & habebis

9 . $\overline{B + C} . \overline{a^4 - a^2 b^2} = 1$. Octavam ſi multiplices per a, & compares cum nona, ex ſignorum ambiguitate hos valores invenies $B = \frac{1 + a}{2 . \overline{a^4 - a^2 b^2}}$, $C = \frac{1 - a}{2 . \overline{a^4 - a^2 b^2}}$, ſive ſubſtitutis valoribus a, b, $B = \frac{1 + a}{-3 + \sqrt{-3}}$, $C = \frac{1 - a}{-3 + \sqrt{-3}}$.

Simili modo reliquos duos valores D, E determinabis. Nam ſi primam multiplicabis per aa, & demes ex tertia, invenies

10 . $\overline{D - E} . \overline{b^3 - a^2 b} = 1$. Secundam item ductam in aa deduc ex quarta, & naſcetur

11 . $\overline{D + E} . \overline{b^4 - a^2 b^2} = 1$. Decimam multiplica per b, & compara cum undecima, atque ex ambiguitate ſignorum hos valores elicies $D = \frac{1 + b}{2 . \overline{b^4 - a^2 b^2}}$, $E = \frac{1 - b}{2 . \overline{b^4 - a^2 b^2}}$, & facta ſubſti-

tutione valorum a, b, $D = \frac{1+b}{-3-\sqrt{-3}}$, $E = \frac{1-b}{-3-\sqrt{-3}}$.

Quæ quum ita ſint terminus generalis ſeriei primæ horizontalis erit

$$1 + \frac{1+\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}}{-3+\sqrt{-3}} \cdot \left(\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}\right)^n + \frac{1-\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}}{-3+\sqrt{-3}} \cdot \left(-\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}\right)^n + \frac{1+\sqrt{\frac{1-\sqrt{-3}}{2}}}{-3-\sqrt{-3}} \cdot \left[\sqrt{\frac{1-\sqrt{-3}}{2}}\right]^n$$

$$+ \frac{1-\sqrt{\frac{1-\sqrt{-3}}{2}}}{-3-\sqrt{-3}} \cdot \left[-\sqrt{\frac{1-\sqrt{-3}}{2}}\right]^n.$$ Reliquæ ſeries horizontales eumdem terminum generalem habebunt, dummodo pro n ſucceſſive ſcribas $n-1$, $n-2$, $n-3$ &c.

Ex his omnibus colligitur, terminum generalem ſeriei recurrentis cum appendice æquare ſummam plurium ſerierum, quarum prima eſt quantitatum æqualium $= 1$, & habet ſummam $= n$; reliquæ quatuor ſunt geometricæ, quarum termini generales ſupra habentur. Quæ habet terminum generalem $= \frac{1+\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}}{-3+\sqrt{-3}} \cdot \left[\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}\right]^n$ obtinet ſummam

$$= \frac{\left(1+\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}\right) \cdot \left[\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}\right]^{n+1}}{\left(-1+\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}\right) \cdot \left(-3+\sqrt{-3}\right)}$$

$$- \frac{\left(1+\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}\right) \cdot \sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}}{\left(-1+\sqrt{\frac{1+\sqrt{-3}}{2}}\right) \cdot \left(-3+\sqrt{-3}\right)}.$$ Alia, cui eſt termi-

nus

nus generalis $= \dfrac{1-\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{-3}}{2}}}{-3+\sqrt{-3}} \cdot \left(-\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{-3}}{2}}\right)^{n}$, colli-

gitur in hanc ſummam $\dfrac{\overline{1-\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{-3}}{2}}} \cdot \left(-\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{-3}}{2}}\right)^{n+1}}{\overline{-1-\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{-3}}{2}}} \cdot \overline{-3+\sqrt{-3}}}$

$- \dfrac{\overline{1-\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{-3}}{2}}} \cdot -\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{-3}}{2}}}{\overline{-1-\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{-3}}{2}}} \cdot \overline{-3+\sqrt{-3}}}$. Quæ conſequitur habet

terminum generalem $= \dfrac{1+\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}}{-3-\sqrt{-3}} \cdot \left(\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}\right)^{n}$:

huic erit ſumma $= \dfrac{\overline{1+\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}} \cdot \left(\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}\right)^{n+1}}{\overline{-1+\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}} \cdot \overline{-3-\sqrt{-3}}}$

$- \dfrac{1+\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}} \cdot \sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}}{\overline{-1+\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}} \cdot \overline{-3-\sqrt{-3}}}$. Demum ſumma illius, cui

terminus generalis eſt $\dfrac{1-\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}}{-3-\sqrt{-3}} \cdot \left(-\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}\right)^{n}$,

erit hujuſmodi $\dfrac{\left(1-\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}\right)\cdot\left(-\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}\right)^{n+1}}{\left(-1-\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}\right)\cdot\left(-3-\sqrt{-3}\right)}$

$$-\frac{\left(1-\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}\right)\cdot\left(-\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}\right)}{\left(-1-\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{-3}}{2}}\right)\cdot\left(-3-\sqrt{-3}\right)}.$$ Itaque ſi harum ſerierum ſummas ſimul conjungas, habebis terminum generalem ſeriei recurrentis cum appendice.

Hæc autem, reor, ſatis indicare, qua methodo inveniendus ſit terminus generalis ſerierum recurrentium cum appendice. Hujuſce autem termini formula patefacit, ſeries iſtas coaleſcere ex pluribus ſeriebus vel algebraicis, vel geometricis, vel algebraico-geometricis. Quapropter quum harum omnium ſerierum ſumma ex methodo tradita in meo commentario ſit in poteſtate, perſpicuum eſt, omnium ſerierum recurrentium cum appendice ſummam generalem obtineri, dummodo æquationis illius, quæ reſolvenda eſt ad terminum generalem inveniendum, radices omnes poſſint exhiberi.

CAJETANI MONTI.

De Ammanniæ herbæ paluſtris nova ſpecie.

AMmannia genus plantæ eſt, ſuperioribus Herbariis penitus ignotum, quod hac noſtra ætate propriis, & characteriſticis notis definivit Jacobus Houſtonus, anglus chirurgus, & botanicus perdiligens, qui annis abhinc circiter triginta, ſtirpium conquirendarum cauſſa, varias Americæ partes peragravit. Herba eſt in Jamaica, & in Caribeis inſulis frequens, quam ſub exitu præteriti ſæculi vir omni præcellens doctrinæ laude Hans Sloane, ut alias longe multas, princeps invenit, & in Catalogo prius enunciatam, in Hiſtoria quoque Naturali Jamaicæ inſulæ deſcripſit: cumque ad nullum ex jam editis generibus referre poſſet, *Aparines folio anomalam*, *vaſculo ſeminali rotundo*, *ſemine minutiſſimo* appellavit. Houſtonus obſervata diligenter floris, ac fructus ſtructura, novum, ut diximus, ex ea genus inſtituit, Ammanniæ nomine; ſcilicet ut Paulli Ammanni, qui jampridem obierat, & Johannis Ammanni, qui Petropoli, ut opinor, etiamnum vivit, illuſtrium Botanicorum memoriam propagaret ad poſteros. Sic ea tum primum innotuit Ammanniæ ſpecies, quam vir noſtrorum temporum longe præſtantiſſimus Carolus Linnæus, ſervato eodem Ammanniæ nomine, in Horto Cliffortiano recenſuit, eique claſſi adſcripſit, quam tetrandriam monogyniam nuncupavit. Sequutum eſt opus illud, quo ſpecies plantarum rite cognitas ad ſua genera retulit Linnæus; quo quidem in opere, non unicam dumtaxat, ut in Horto Cliffortiano, ſed tres diſtinctas Ammanniæ enumeravit ſpecies; videlicet præter illam ab Houſtono deſcriptam, alteram quoque in Virginia repertam, quam Claytonus *Ludwigiam aquaticam caule rubente*, *foliis ad genicula binis anguſtis*, *flore tetrapetalo albo* appellaverat: tertiam denique a Plukenetio in Phytographia depictam, quæque ab eo *Anonymos Linariæ folio*, *orientalis*, *Galii lutei flore*, *herba verticillata*, *capſularis* fuerat nuncupata. Hæ duæ plantæ ob ſimi-

ſimilitudinem floris, & fructus inter Ammaniæ ſpecies recenſendæ viſæ ſunt, exoticæ ambæ, & ex terris valde longinquis advectæ: quando & tertiam illam, quam orientalem appellavit Plukenetius, Sinarum regionis, & Osbeckiæ eſſe incolam ab ipſo clariſſimo Linnæo memoriæ proditum accepimus.

Ager Bononienſis, qua ad Septemtriones vergit, fluviis, ac torrentibus per hiemem exundantibus nimium quantum humidus, ac paludoſus, aquatilibus plantis vel maxime abundat, partim quæ ſub ipſis aquis vivunt, partim quæ in limoſis agris, & ad ſtagnorum margines proveniunt. In hoc numero plane ſingularis eſt, a nemine, quod nobis conſtet, hactenus memorata, herba ſalignis foliis, floribus verticillatis, puſillis, herbacei coloris, ad genus Ammanniæ, quod orientales tantum, & americanas continere adhuc exiſtimatum eſt, ſine dubio referenda.

Ne autem quiſquam debita laude fraudetur, ejus viri nomen minime reticendum, cujus induſtriæ, ac diligentiæ antiquiorem notitiam debemus hujus plantæ, qui in humentibus agris territorii noſtri primus eam reperit; paullo ille quidem longius ab urbe, licet in loco propinquiori, ac pæne ſuburbano ſemel a nobis poſtea inventam. Johannes Carolus Amadeus fuit, de quo alias meminimus, cum Aldrovandiæ genus evulgaremus: nam eam quoque aquatilem herbulam, veſiculoſam, radiatis foliis, quam, conſtituto proprio generis charactere, in Academiæ noſtræ commentariis Aldrovandiam appellavimus, multo ante apud nos, quamvis floribus, ac ſeminibus vacuam, Amadeus deprehenderat. Is igitur quum pluribus abhinc annis Butrii, non incelebri oppido agri Bononienſis, commoraretur, ad medicinam faciendam conductus; cumque æſtivo tempore, ſtirpium conquirendarum cauſſa, ad vicinas paludes nonnumquam diverteret, in eam forte incidit verticillatam herbam, ſeminibus prope maturis onuſtam, quæ facie ſua, & fructificationis habitu, ab reliquis omnibus ſibi antea conſpectis plurimum differre viſa eſt. Ejus ille ramulos inter chartaceas paginas exſiccatos ad memoriam ſervavit, ut maxime cum illis plantis per otium conferret, quarum imagines, ac deſcriptiones apud auctores tunc editos exſtabant; nec tamen, licet omni diligentia adhibita, ullam invenire potuit, quæ illi ſatis reſpondere videretur.

Lyſimachiam Hyſſopifoliæ ſimilem, verticillatam appellavit:

lavit: nondum enim temporibus illis ſyſtema ullum in botanicis, ac ne Tournefortiana quidem methodus apud nos percrebuerat; externique habitus ſimilitudinem neſcio quam in plantis denominandis unice ſequebantur, vix ullis certis legibus adſtricti. Neque tamen hominem in perſcrutandis ſeminibus, & microſcopio ſubjiciendis exercitatiſſimum latere potuit affinitas inter novam plantam, cujus ipſe inventor fuerat, & Lyſimachiam veterum purpuream, Salicariam videlicet Tournefortii, ſive Lythrum Linnæi, cujus ſpecies eſt illa, quam Caſpar Bauhinus Hyſſopifoliam appellavit. Illudque eſt plane veriſſimum, quod Linnæus in Claſſibus, & Generibus plantarum ſcriptum reliquit; Ammanniam videlicet, & Iſnardam, & Peplidem, quæ Glaucoides a Michelio dicta eſt, & Lythrum, ſive Salicariam, plantas, licet conſtructione florum, ac fructuum, petalis maxime, & antherarum numero diſſimiles, non obſcura tamen affinitate inter ſe junctas eſſe, ac in methodo naturali ad eumdem ordinem referendas. Non igitur omnino præter rationem Lyſimachiam Hyſſopifoliæ ſimilem in privatis ſuis ſchedis hanc plantam Amadeus nuncupaverat; & quidem verticillatam, ob floſculos verticillorum inſtar ad ſingulos nodos denſe glomeratos.

Accidit poſtea, ut Amadeo mortuo, ejus botanica ſupellex ad manus perveniret piæ memoriæ Parentis noſtri, cui diligenter ſcrutandæ intenti, hujus quoque plantæ ramulos invenimus, quam & ipſi omnino ſingularem, & a nemine deſcriptam judicavimus; congenerem nihilominus orientali illi plantæ, quam a Plukenetio Anonymon Linariæ folio appellatam eſſe diximus, quæque eſt tertia Linnæanæ Ammanniæ ſpecies; id quod ex figura maxime conjecimus, tabulæ impreſſa, licet non optima, cuique nulla prorſus deſcriptio eſſet appoſita. Interea dare operam conſtituimus, ut plantam ipſam virentem, & floridam conſpiceremus; id quod aliquot annis poſt, caſu tamen potius, quam conſilio accidit. Forte enim profecti ad eum locum, quem Piſcariolam appellant, abeſt autem ab urbe noſtra non amplius milliariis duobus; neque alius propinquior paluſtrium herbarum tam ferax eſt; ibi ſolſtitiali tempore, humido quidem in ſolo, non tamen aquis demerſo, & cui pedibus facile inſiſti poſſet, obverſata eſt oculis non mediocris copia hujus herbæ, quæ a Salicaria Hyſſopifolia, cui fere intermiſta erat, foliis multo amplio-

ri-

ribus, ac floribus verticillatis facile diſtinguebatur. Annuam herbam, ſub maximo æſtu, tunc vel in primis florentem, in hortos transferre, ut culturæ aſſueſceret, ſi quis forte molitus eſſet, oleum fortaſſe perdidiſſet & operam: ramulos igitur decerpere contenti fuimus, inter chartas exſiccandos; ex quibus, & aliis maturitati propioribus ab Amadeo relictis, & figuram in tabula exſculpi curavimus, & herbam ipſam ad hunc modum deſcripſimus.

Radice nititur fibroſa, tenui, candicante. Caulis ad pedalem, interdum etiam ad cubitalem altitudinem aſſurgit, ſtriatus, quadrangularis, ſed angulis in planta nondum adulta obſcurioribus, ac prope incerto eorum numero, qui in matureſcente longe manifeſtior evadit. Eſt autem is caulis modo ſimplex, modo, & quidem crebrius, in ramos diffuſus, qui in nodis ſingulis, potiſſimum inferioribus, e foliorum alis egrediuntur, gemini, & invicem oppoſiti, unde habitus totius plantæ plenior quodammodo, ac denſior redditur. Folia etiam nodis inſiſtunt, gemina pariter, & oppoſita, anguſto exortu ſenſim dilatata, ac in mucronem deſinentia; quæ ſi quis ad Linnæanam normam definire velit, lanceolata integerrima ſine dubio appellet; quippe in eorum margine nullum, ne obſcurum quidem, denticuli, aut crenæ, aut inciſuræ cujuslibet veſtigium deprehenditur. Alias conſueverant Botanici id genus folia Salici non inepte comparare, arbori ſcilicet notiſſimæ, unde & *Tithymali Salicis folio*, *Perſicariæ Salicis folio*, *Aſteris Salicis folio*, & aliæ hujuſmodi non paucæ nomenclationes ortæ ſunt; quas ego manere facile paterer, niſi conſuetudo noviter introducta, & paſſim recepta obſtaret, cui reſiſtere difficile eſt: non abhorrebit tamen, ut opinor, vel ab iſto recenti inſtituto ac more, ſi quis Ammanniam noſtram triviali, ut ajunt, nomine Salicifoliam appellaverit. Flores Junio menſe ad nodos maxime ſuperiores conferti, & conglobati erumpunt, ſepteni, octoni, aut forte plures, verticillorum modo caulem ambientes, ac foliorum alis innixi, petiolis inſidentes breviſſimis, ut in Marrubio, ut in Mentha, ut in aliis, quæ verticillatæ propterea nuncupantur. Sunt autem flores, quantum quidem nobis aſſequi licuit, corolla, ſeu petalis omnino deſtituti, calyce, ſive perianthio in primis ſuffulti, herbacei coloris, intra quem antheræ, una cum germine reconduntur, quique diu perſiſtens

fru-

fructum ipſum coercet uſque ad maturitatem. Hujus calycis ſtructura, quæ plantæ characterem continet, paullo accuratius deſcribenda. Campanulatus eſt, concavus, ſimilis fere corollæ floris Cuſcutæ, ſed aliquanto minor, extrinſecus quadrangularis, ore etiam quadrifido; ſegmentorum autem, ſive laciniarum, quæ acuminatæ, ſunt margines introrſum flectuntur, unde quaſi valvulæ efficiuntur quaternæ, obtuſius mucronatæ in eodem plano axi calycis perpendiculari jacentes, cuſpidibus ſuis ad centrum ſic coeuntes, ut calycis os propemodum occludant, rima dumtaxat cruciformi in medio relicta (a). Intra hunc calycem penitus occultantur internæ floris partes, filamenta, antheræ, germen: niſi forte accidat, ut ſub meridiano Sole rima illa cruciformis quam diximus nonnihil dilatetur; cujus rei periculum facere nobis non licuit; tum enim plantam offendimus matutino rore madentem, neque eam poſtea vel iiſdem ex locis, mutata fortaſſe a proximi fluminis exundationibus ſoli facie, vel aliunde, licet ſtudioſe id ageremus, nanciſci potuimus. Diſſecto calyce filamenta ſive ſtamina apparent quatuor, non plura certe numeravimus, ab imo exorta, germen medio inſiſtens complexa, antheras didymas ſuſtinentia: germen ipſum ſubrotundum ſtylo inſtruitur breviſſimo, qui globoſo ſeu capitato ſtigmate terminatur. Hinc patet cauſſa, cur ad tetrandriam monogyniam genus hoc retulerit Linnæus; nimirum propter quatuor antheras, unicumque ſtylum, cum annexo ſtigmate. Defloreſcente planta, germen intra calycem ſenſim increſcit, fitque utriculus, ſive capſula membranacea, globoſa (b), coloris per maturitatem ſpadicei, ſeminibus farta ejuſdem coloris, nitidis, ſubrotundis, minutiſſimis (c). Utrum hæc capſula quadrilocularis ſit, ut de ſua Ammannia refert Linnæus, nondum ſatis liquido perſpexi: in extima tamen ejus facie quatuor coſtæ nonnihil prominentes totidem diſſepimentis reſpondere videntur, forte adeo tenuibus, ac fragilibus, ut fructu diſrupto, aut tranſverſim ſecto, granulorum multitudine obruta conſpectum effugiant. Calyx, quemadmodum oſtendimus, maturam etiam continet capſulam, neque propterea conſtricto ore in globoſam figuram extuberat, ut in prima Linnæanæ Ammanniæ ſpe-

T. V. P

(a) *V. Tab. lit. a.* (b) *V. Tab. lit. b.*
(c) *V. Tab. lit. c.*

ſpecie: illud tamen evenit, ut valvulæ calycem cooperientes, ab intumeſcente capſula ſurſum protruſæ, diducantur, ac dilatentur, utque ex cruciformi rima quaſi oſtiolum quadrangulare fiat, per quod capſulæ vertex erumpit, ſuo adhuc ſtylo, ſuo ſtigmate, ad perfectam uſque maturitatem ſuperſtite inſtructus: quo quidem tempore verticillati globuli nodos ambientes rigidiores facti, & folia deorſum flexa ſeneſcentem plantam denunciant, ac brevi perituram.

Deſcriptione abſoluta, quæ animadverſionem deſiderant aliquam hæc ſunt. In primis illud quæri poteſt, an flores perpetua, & conſtanti naturæ lege apetali ſint, omnique corolla deſtituti. Suadere id profecto videtur clauſi perianthii ſtructura; etiam affinitas ſumma, quam habet hæc planta cum Iſnarda Linnæi, ſive Dantia Petiti, a qua differre ſolummodo videtur, quod in Iſnarda capſula ſeminalis cum calyce ipſo, quo includitur, in unum quaſi corpus claviforme, caryophyllo aromatico ſimile, coaleſcat. At Salicaria, & Peplis, quæ etiam Ammanniæ, ut oſtendimus, affines ſunt, corolla, & petalis ornantur: quin etiam in prima Ammanniæ ſpecie, unde genus ipſum conflavit Houſtonus, quatuor ab eo deſcripta ſunt petala; quæ tamen in eadem planta europeis in hortis culta, & a Linnæo obſervata defecere: id quod minime mirum videri debet: cum aliis quoque plantis id accidere ſatis compertum ſit, ut modo flores corollis, ſeu petalis inſtructos habeant, modo, ex quadam naturæ aberratione, iiſdem penitus orbatos. Nos quidem ſemel in unico Ammanniæ noſtræ ramulo petala neſcio quæ floriferis glomerulis inſidere vidimus, purpuraſcentia, e ſua tamen baſi excuſſa, & nocturno humore convoluta. Verum non ſine cauſſa ſuſpicati ſumus, petala ejuſmodi e proximis Salicariæ Hyſſopifoliæ floribus delapſa, hujus noſtræ verticillis rore madidis adhæſiſſe, falſamque præbuiſſe ſpeciem propriæ corollæ.

Ammanniæ ſpecies tres recenſet Linnæus; ea vero quam tertio loco deſcribit ad noſtram hanc bononienſem præ ceteris proxime accedit, ſi re vera eadem eſt, quam Plukenetius Anonymon Linariæ folio appellavit. Imago enim a Plukenetio tradita plantam exprimit ab hac noſtra non prorſus diſſimilem, foliis tamen præditam longe anguſtioribus. Neque obſtat, quod flores quinquepartiti in eadem tabula exſtent ſeparatim delineati; cum enim planta *Anonymos Linariæ*

riæ

riæ folio Galii lutei flore nuncupetur, Galii vero flores non in quinque, ſed in quatuor ſegmenta dividantur, omne id, qualecumque eſt, diſcrimen pictoris vitio tribuendum eſſe facile exiſtimare poſſumus. Aliam hujus anonymæ herbæ ſpeciem habet idem Plukenetius in Amaltheo, quam orientalem etiam, ſed majorem appellat, latioribus, foliis, capſuliſque nudis, ac pæne globoſis, quæ quomodo a ſuperiori differat alii viderint: figura certe hanc etiam a bononienſi ſatis diverſam oſtendit.

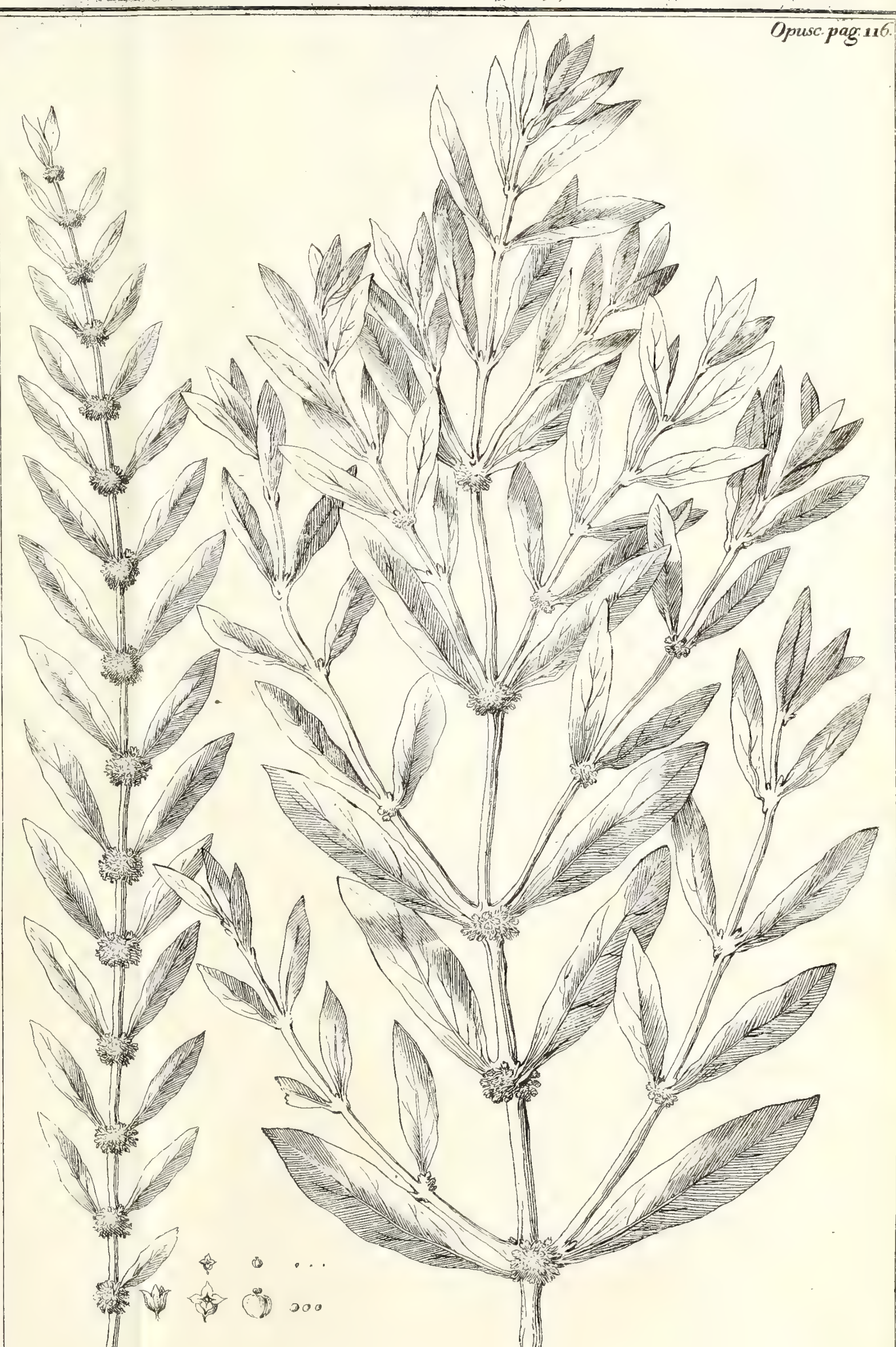
Initio hujus ſermonis illud minime dubitanter poſuimus, herbam hanc noſtram paluſtrem de Ammanniæ eſſe genere. At enim Cl. Linnæus characterem Ammanniæ exprimens de calyce hæc habet: *Calyx: Perianthium campanulatum oblongum, erectum octo ſtriis & plicis quadrangulare, octodentatum, denticulis alternis reflexis, perſiſtens*. Non multum diſſimilem perianthii ſtructuram, excepto denticulorum numero, in Peplide, ſive Glaucoide deſcribit his verbis: *Calyx: Perianthium monophyllum, campanulatum, perſiſtens, maximum, ore duodecimfido, denticulis alternis reflexis*. Ergo ut in Peplide re vera calyx in duodecim lacinias finditur, quarum ſex alterno ordine ſurrectæ ſunt, ſex vero reflexæ, germini primum, mox capſulæ incumbentes; ita etiam conjectari forte quis poſſet Ammanniæ calycem in octo lacinias, ſive denticulos ſectum eſſe, quaternos videlicet erectos, quaternos alternatim depreſſos; noſtram vero plantam, quippe quæ calycem habeat, ut nos obſervavimus, quadrifidum, denticulis alternis nullis, Ammanniæ genere minime contineri.

Haud equidem diſſimulaverim diu me quoque in ea fuiſſe ſententia, ut id re vera diſcriminis ſubeſſe arbitrarer, novumque genus noſtra ex planta conſtituere æquum ducerem, quam neque Ammanniæ, neque ullius hactenus deſcriptæ notis ſatis congruentem invenirem. Sed cum ſuperioribus diebus ad Virum ornatiſſimum Ferdinandum Baſſium, Academiæ noſtræ Præſidem, ſemina exotica non pauca tranſmiſſa eſſent ex Batavia, in eorum numero primam Ammanniæ ſpeciem conſpicati fuimus; eam videlicet, quam Cl. Sloane in Hiſtoria Jamaicenſi deſcripſerat, & ex qua generis characterem elicuerat Houſtonus. Hinc data nobis facultas obſervandi calyces, & fructus, quorum erant nonnulli longe ante maturitatem decerpti, flores verius quam fructus;

 quo

quo autem eorum forma diſtinctius appareret tepente aqua maceravimus donec revireſcerent: invenimus autem eadem ferme ratione conſtructos, ut in planta noſtra verticillata, in quatuor videlicet lacinias diviſos, margine ſimiliter laciniarum intro revoluto, & producto in quatuor valvulas germen operientes, relicta in medio rima, ſive hiatu cruciformi. Non igitur de numero denticulorum amplius fuimus ſoliciti, neque multum intereſſe exiſtimavimus, ſi quis forte valvulas a nobis dictas pro alternis denticulis reputaſſet: quando illud exploratiſſime nobis compertum erat, ſalicifoliam paluſtrem agri bononienſis plantam, propter conſimilem ſtructuram floris, & fructus, ad genus Ammanniæ, ſemota omni dubitatione, eſſe revocandam.

THO-



T.V.P.I.

THOMÆ LAGHII.

Hiſtoria Epidemicæ conſtitutionis, in qua Parotides ſeroſo glutine tumentes redduntur, cum peculiaribus ſymptomatibus, quæque conſtitutio ineunte anno 1753 Bononiæ contigit.

NEminem, ut arbitror, latet pluribus ab hinc menſibus populares morbos non minus Bononiam, quam Bononienſem agrum vexaſſe; ſiquidem ineunte æſtate ſuperioris anni petechiales febres, & variolæ exortæ ſunt; illæ adultos plerumque homines, hæ pueros, ſicuti fert illius ætatis conditio, male habuerunt, nec paucos enecarunt; quamquam ſi de variolis agamus, ipſæ quidem ad autumnum uſque benigniores apparuere, quam Octobri & Novembri Menſibus, quibus multo ſævire magis, & confluere cœperunt, donec ſummo hyeme, multoque frigidiori Cælo iterum miteſcere, atque penitus extingui viderentur, quod vel quibuſdam peſtilentiis familiare eſt.

Neque per id temporis memoratas febres tam late dominari patuit, quin immo accedentibus interdum parotidibus Ægri aliquanto citius relevabantur.

Sed non hic communium morborum finis fuit. Eos enim paulatim evaneſcentes excepit alius non contemnendus, brevior licet, & lenior, qui nondum tamen remiſit, quique parotides primo in tumorem elevans ſingularia ſæpe infert ſymptomata.

Hujus popularis morbi hiſtoria argumentum erit præſentis ſermonis, quem inſtituam clariſſimi Franciſci Zanotti hortationibus excitatus, cum legerem noviſſimos Academiæ noſtræ commentarios, ubi ille medicis auctor eſt, ut ægrotationes, quæ diu ſerpunt, ſtudioſe obſervent, & diligenter ſcribant, quod ut rei medicæ conducibile eſt, eo etiam conducibilius videri debet, quod a tanto homine commendetur.

In hoc itaque morbo ad parotides præcipue tumor eminet, tactui nonnihil renitens, tentivum dolorem movens, maxillares glandulas, atque in nonnullis glandulas colli attingens,

gens, ſicuti in aliis tonſillas, quo propterea mandendi, aut deglutiendi poteſtas imminuitur. Ruborem modo nullum tumentes glandulæ oſtendunt, modo aliquem, modo etiam majorem inſtar Eriſypelatis. Rarius utraſque malas ſimul obſidet tumor, ſæpius alteram primum, deinceps transfertur ad alteram.

Intumeſcentiæ magnitudo non ſemper eadem; quandoque enim inſignis viſu eſt exterius prominens, neque ſolum prædictas glandulas, verum etiam integumenta occupans. Plerique hunc morbum adeo ſpreverunt, ut nec decumbere, nec conſuetis vacare negotiis cogerentur, paucorum dierum ſpatio, vel ſponte, vel ſolo impoſito oleo, aut fotu, ſanati.

Utinam vero eadem ſors ſingulis contigiſſet! Veruntamen pleroſque cepit febris, hæcque haud ſemper blanda, & mitis fuit, quin potius in aliis vehemens facta, nonniſi poſt nonam, aut undecimam, aut decimam quartam ſe ſubduxerit; tuncque vel iteratam ſanguinis detractionem impetus morbi requirit.

Cæterum ea ommiſſa, & leniens medicamentum, quo ſedes moveatur, & diluentia, atque attemperantia, cum exquiſita diæta, ac fomentis ad valetudinem inſtaurandam ſufficiunt. Quæ cum dico non ita accipi velim, quaſi nihil præterea acciderit memoratu dignum in hoc morbo; nam illud propemodum ſingulare viſum eſt, quod nempe detumeſcentibus facile parotidibus inter morbi initia, ſubinde non paucis ſcrotum dolet, tumet, ac rubet; nec ſolummodo ſcrotum, at ſæpe teſticulus alter, raro ambo, humore ſcilicet parotides onerante illuc per metaſtaſim delato; quo loco non minus moleſtiæ eſt, præſertim cum majorem quoque accendat febrim, quæ & ſanguinem deinceps mitti deſiderat, & de novis ablutionibus, atque fomentis opportune adhibendis Medicum admonet, quibus tandem dolor paulatim conquieſcit, ac tumor reſolvitur. Siquidem ubi aut parotides, aut ſcrotum, aut teſticuli, tumore in hoc morbi genere corripiantur, numquam pus movetur, at materia infarciens ejus conditionis videtur eſſe, ut vitali cordis, & arteriarum actione mobilis reddita circumeuntibus humoribus facile admiſceri patiatur.

Nemo, quod ſciam, ante pubertatem ex inflatis parotidibus in naturalium ſuorum tumorem incidit, nullus propemodum ſenex, maxime quod illi ætati, ſi paucos excipias, morbus ex toto pepercit.

Sed

Sed jam a Maſculis ad Mulieres veniamus. Quæ parotides ſic tumentes, & exinde febrim paſſæ ſunt, ſi cum viris comparentur, multo minores numero extiterunt ſaltem ante æquinoctium vernum; ægrotatio tamen propria illius ſexus, nonnullas identidem exercuit, dolor nempe ad lumbos, ac pubem, qualem imminentes purgationes menſtruæ afferre ſolent; enim vero vel intempeſtive properarunt, vel pruritus certe aliquis, & caloris ſenſus ad pudenda imminutis parotidibus ſupervenit.

Hactenus ea incommoda recenſuimus, quæ hujuſmodi parotides ratione ſexuum habita excitarunt; nunc enarremus cætera, quæ promiſcue adoleſcente morbo tam viros, quam mulieres non minus divexarunt.

Inter hæc non infrequens vomitus ad plures dies perſtitit, cui demum cohibendo cardiaca, & anodyna, tum etiam Epithemata profuerunt; cumque importunus hic vomitus conſiſtit, genitalia ab omni inflammatione ſervari ſpes eſt.

Non reticendus porro capitis dolor videtur ad modum ſolaris hemicraniæ excrucians, quem tamen ut imminuta parotidum inflatio attulit, ſic interdum, hoc extenuato, ſcrotum tumere incipit.

Quod ſi nihil horum, quod timebatur, in nonnullis ſequeretur, moleſtus humor in pectus diſtillans tuſſim creavit; quando autem hæc, vel illa ſymptomata ingraveſcerent, intendebatur febris, eamque ſitis, anxietas, vigiliæ potiſſimum comitabantur.

Nimius profecto eſſem, ſi quidquid tumentibus parotidibus nonnunquam ſe ſe adjunxerat, perſequi ſingulatim vellem; his enim omnibus ſuperſedendum, quoniam ex eo fuerunt genere, quod continuæ febres, & cattarales morbi commune habent.

Curationis ratio, nihil in iis, quæ præcipiuntur a Medicis, memoratu dignum exhibuit, & ſatis ſuperque de ipſa dictum eſt, in qua & per alvi fluxum pleriſque, & per ſudores omnibus, aut urinas copioſius fluentes ſalus tandem ſe ſe oſtendit. Notare ſubit aliquos ex adoleſcentibus præſertim, matura ſanguinis e naribus profuſione, quarta, aut ſeptima circiter die feliciter ſecuta, protinus convaluiſſe, apertis hac ratione tutiſſime venis, naturæ non artis auxilio.

At vero ſive hujus ſive alterius indolis humor effluxerit,

in ſalutarem ſemper evaſit criſim, utpote quod neminem adhuc, acuta quantumvis febris adeſſet, hic morbus ſuſtulit; periclitari tamen inter cæteros magis viſi ſunt, quibus temperamentum ineſt bilioſum, ac fervidum.

Dum hæc refero, illud non omittam, pleriſque non multo poſt incautam corporis jactationem, ac frigidiuſculum ſubinde aerem hauſtum, parotides intumuiſſe; quarum quidem inflationem præivit in aliis colli, aut gutturis dolor, in aliis vero nihil prorſus eaſdem nunciavit.

His per epitomen expoſitis, addo animadverſionem alteram, quæ ad morbum hunc, tanquam unum ex iis, qui conſtitutionum ſunt, habendum pertinet: quoſdam videlicet, dum ab aliis ægrotationibus evaderent, in hanc propediem offendiſſe, quemadmodum juveni poſt icterum, mulieri, atque viro cuidam poſt lateris dolorem eveniſſe, præter omnem dubitationem eſt poſitum.

Habetis, ſpectatiſſimi Sodales, ſeroſarum parotidum Epidemia apud nos graſſantium hiſtoriam, quam vobiſcum communicare conſtitui, id fore non deſperans, ut obſervationibus, & conjecturis veſtris illuſtrata, majorem fidem, atque auctoritatem obtineat. Quamquam ſi auctoritati aliquid ſit tribuendum, videor ſane in hoc ſermone plurimum tribuiſſe, doctiſſimi Vincentii Menghini obſervationibus uſus, quas in Noſocomio a Vita dicto diligentiſſime inſtituit, quaſque mihi in eum finem conceſſit, ut de his Academiam commonefacerem.

Nonnulla ſuperſunt præterea nobis inveſtiganda, quæ morbi hujus cauſas, naturam, atque, ut ita dicam, ingenium reſpiciunt.

Primo ad cauſas me conferam, poſt ad morbi naturam, atque ingenium. Qui popularium morborum originem ad Hippocratis mentem interpretantur, maximam aeris intemperiei rationem habent; cur non igitur & nos habebimus? Habituri autem conabimur nonnulla a meteorologicis depromere, quæ apud Phyſicos, atque Medicos, dum ad hunc locum venerint, ſpectari ſolent; proptereaque & Illuſtris Galeatius meteorologicas obſervationes in rem medicam quotidie colligit, iiſque utor, Galeatii partes agens non meas.

Ab autumnali æquinoctio ad ſolſtitium hyemale, quo tempore malignis febribus, ac variolis plerique vehementius af-

afflictabantur, ſeptentrionales venti modo Euro, modo Zephyro, ſuccedentes, præ Auſtralibus perflarunt. Imber maximus primis Octobris diebus fuit; ſudum inde Cælum ad quartum Idus Novembres; rurſus pluvia decidit, tunc meridionalibus ventis extantibus; mox redierunt Occidentales, imbre in caligines mutato. Tertio Kalendas Decembres Favonius nives attulit, has ſecuta eſt ſerenitas Cæli, & vulturnus; mox prope ſolſtitium nubes Solem obumbrarunt; ſub ipſo ſolſtitio Auſtrales iterum venti apparuerunt; exeunte Menſe Decembri, aliæ nives, & pluviæ brevi deciduæ occidentales ventos, & circium comitabantur; ſed de his ſatis. Illud proprius ad nos attinet Januario Menſe poſt variam, & longam ventorum viciſſitudinem, plerumque occidentalium, altiſſimas decidiſſe nives, quæ præter omnium expectationem copioſa ſuperveniente pluvia, ventiſque auſtralibus identidem prævalentibus, cito liquatæ ſunt, ut hinc, & humus quam maxime humida, & mitiſſima hyems diutiſſime permanſerint, niſi quod dies aliquando frigidiores intercederent, quibus thermometrum fere nunquam glaciei gradum attigerat, Hydrargirus in Barometro viginti octo pollices; ſæpius enim plures lineas deſcenderat.

Nemo autem dubitat, quin conſtitutio temperate frigida, atque humida plurimum ſit nocitura; hac fortaſſe de cauſa tum Gallia, tum quædam alia Italiæ loca varius acutorum morborum generibus per hæc tempora patuerunt; ſic enim infenſis halitibus imbuitur atmoſphæra, quibus præcipue brumali tempeſtate ſeroſus, ac lymphaticus latex perſtringitur, ſimulque mordax, & injurioſus effunditur.

Nobis vero non ea morborum genera, quæ paſſim occurrunt, & ab auctoribus memorantur, ſub hujuſmodi Cæli conditionibus evenerunt, at ſingularis, eaque ſeroſa parotidum inflatio, in qua non ſolum communis aer culpandus, ſed non minus peculiare aliquid, & proprium e noſtrate terra, nimia fortaſſe hac hyeme, atque inſueta humiditate perfuſa, erumpens, cujus vi ſalivalis parotidum humor cogitur, in iiſque ſubſidet.

Equidem conjectura ducor ad id ſuſpicandum, propterea quia pleraſque ex finitimis Regionibus ab hac ærumna ſervatas audiverim. In Emilia, vix Lucum, & Faventia, hunc eumdem morbum ſuſtinuerunt. In Etruria, atque Ciſal-

pina Gallia nullibi, quod ſciverim, de parotidibus ſimiliter tumentibus oppidani conqueruntur. Statim ac non ita ſe res habeat, ignorantiam meam accuſate, & conjecturam abjicite.

Aliam ego quoque, quæ mihi placitura erat, abjeci, dum animo finxeram ab Africa, ubi peſtis cum parotidibus graſſabatur, auſtralium ventorum ope peſtilentiales halitus ad nos uſque translatos, Africanam terram adhuc olere. Nugæ enim potius videntur, quam divinationes philoſopho dignæ.

Si quis interim quærat, quid demum illud fuerit, quod ſive è terra, ſive aliunde in atmoſphæram emiſſum parotides adoriatur, facile cognoſcet divinum aliquid latere in morbis, quod aſſequi humana imbecillitas nequeat. Proinde magis opportunum fore exiſtimo, ſi a cauſarum conſideratione ad effectus me referam.

Poſſem equidem, quam conjecturam amplexus ſum, vel novo rationum pondere confirmare, vel ab iis, quæ opponi poterunt, vindicare. Si tempus redundaret, facerem hoc ipſo loco; ut autem brevitati conſultum ſit, haud prorſus abutar patientia veſtra in iis vel opponendis vel diluendis, quæ quidem videmini vos interim, & opponere taciti, & diluere.

Dum igitur ad effectuum explicationem aggredior, illud moneo, parotides in hac conſtitutione, glutinoſo ſero turgentes, peculiaris naturæ morbum deſignare, e quo febris, ſcroti tumor, ac reliqua ſuperius dicta ſymptomata naſcuntur. Quamobrem nequeunt ipſæ cum parotidibus ab Hippocrate deſcriptis comparari, quæ morbis acutis, atque malignis ſæpe numero accedunt, tanquam eorumdem conſectariæ, in ſuppurationem, & abſceſſum pronæ, quod a noſtris parotidibus alienum eſt. Illæ quidem has anteceſſerant, ut ſupra compræhenſum eſt; tunc nempe cœperat, vel ante noſtri hujus morbi ingreſſum, abditum neſcio quid evolvi, quod morborum impetum ad parotides direxerat, quodque nunc etiam eaſdem facilius, ſicut & finitimas glandulas præ reliquis excruciat. Sileo vulgarem opinionem illam, qua putant malum hoc contagione facile contrahi poſſe, cum nondum eventis ſatis firma, & ſtabilis inveniatur.

Videamus nunc, quare parotides potiſſimum inter reliquas ſalivales glandulas ob eam labem ægrotent; quo loco præſtat Heiſterum monentem audire inſignibus, & confertiſſimis

mis externarum carotidum ramis parotidem irrigari, atque ab ipſa largam ſalivæ copiam effundi. Quamobrem nil mirum, ſi ut ipſa propius aeri objicitur, citiſſime vitium capiat, maxime in adoleſcentibus, quorum cutis mollior, patentiorque eſt, contra ac ſenum cutis flaccida admodum, aut ſtrigoſa.

Idem ferme dixerim de maxillaribus glandulis, quæ nonnunquam viſæ ſunt, primo ante parotides doluiſſe. Ex his porro & alios ſalivales fontes affici, & fauces dolere propinquitate loci, & muneris ſocietate manifeſte colligitur. Non ita manifeſtum eſt, cur infenſus parotidibus humor ab iiſdem deſcendens, in ſcrotum, ac teſtes deflectat; videtur ſane id obſcuriſſimum, & explicatu difficillimum. Nam quidquid liquoris e ſalivalibus filtris emittitur, alienæ prorſus cenſetur indolis, ac ſuccus, quo madet tunica vaginalis; niſi ergo per morbum, huic ſimilis fiat, proindeque circulatione abreptus, eoque deductus, commode in illius vaginalis tunicæ cellulis deponatur, nulla intereſſet neceſſitudo, ob quam eamdem ſedem obtineret. Nonnunquam tamen in ſyphillide, obſcænas partes, viru illo fædatas, ſalivales glandulas ſibi comites adjungere, non eſt cur denegemus; qua de re ſuſpicari aliquis poſſet abditum quoddam commercii genus, teſtes inter, & oris glandulas intercedere. Quemadmodum enim genituræ, & vocis magna conſenſio eſt, quam vel ipſe noverat Hippocrates, docens libro ſecundo Epidemior. ſec. prim. diuturnas tuſſes, ob hanc eandem conſenſionem, in tumorem teſtium deſinere, ita porro cum Parotides glandulæ haud multum diſtent a gutture, hujus quandoque ſocietatis participes fiunt, proindeque earum tubercula prolabente ad teſtes humore ſolvuntur.

Neque tamen deſunt in morbis aliis ſimilium mutationum exempla, quibus pravam eam materiam ab uno in locum alium transferri, quotidie, ob mutuam quarundam partium conſpirationem, admiramur; in qua quidem conſpiratione non modo humoris ſimilitudo, verum etiam intimior viſcerum ſibi reſpondentium conſtitutio æſtimanda eſt.

Plane ignoro num aliæ hujuſmodi morborum conſtitutiones apud auctores paſſim legantur. Ab Hippocrate tamen, primo Epidemiorum libro, memoratur quod in Thaſo ſub plejadibus, cum aquæ multæ, auſtro plerumque flante, de-

cidiſſent, Tubercula circa aures, multis, circum alteram erant, quibuſdam parum incaleſcebant, omnibus ſine ſuppuratione: Tuberculorum figura laxa, & magna. Fiebant autem hæc junioribus ætate vigentibus, mulieribus vero paucis. Tuſſes interea ſiccæ, voces raucæ, &, paulo poſt, inflammationes cum dolore in teſticulum alterum, quibuſdam in utrumque. Qua de re videtur ſane conſtitutio hæc noſtra, cum illa Hippocratis comparanda. Cæterum neque Sydenhamius quod ſciam, neque Ramazzinus, neque Lucas Schrochius, neque Muſchembroechius, neque Noyerus in ſuis hiſtoriis Epidemicis quidquam de Parotidibus ſeroſo glutine oppletis, quod inde ſæpe numero in ſcrotum defluat; lectores ſuos monuere. Veruntamen, ad inſequentem hunc ſcroti tumorem quod pertinet, oportet meminiſſe, tantam non eſſe morboſi hujus humoris cum teſtibus affinitatem, ut non potius in pulmones, vel in ſtomachum irrumpat, illuc impetu morbi converſo; quod diſcrimen, viſcerum infirmitas, ac ſuccorum aberratio, promovet omne. Jam vero in his aberrationibus illud ſemper nos conſolatur, victricis naturæ opere huc uſque gravem parotidibus, atque univerſo ſanguini humorem hunc, ſubigi potuiſſe, & modo alvi fluxu, & modo ſudore copioſius manante, e corpore expelli, vel conducibili ſanguinis e naribus profuſione, compeſci, indeque prorſus diſſipari. Nihilo tamen minus, quod diſſimulare nequeo, poſtremis hiſce ſuperioribus diebus, exaſperari morbus viſus eſt, in iis potiſſimum, quibus prædictæ intumeſcentiæ celeriter evanuerunt, contra ac in iis, quibus inflatio exterius prominebat, magiſque augeri conſpiciebatur. Tunc autem & tonitrua, & fulgura extiterunt, & grando, & creber imber copioſus effluxit, ventis tunc temporis ſive occidentalibus, ſive orientalibus ad auſtrum ſæpe inclinantibus, nec non etiam barometro inſigniter depreſſo. Quamobrem nil mirum, ſi in hujuſmodi inconſtantibus Cæli tempeſtatibus, inconſtantes, & judicatu difficiles morbi fiant.

Hæc habui, Sodales optimi, vobiſcum interea communicanda: fortaſſe maturavi nimis, quoniam exacta omnino Epidemica hac conſtitutione ſingulas ipſius viciſſitudines, naturam, cauſas apertius detexiſſem; ſcilicet tutius affirmaſſem, num alibi parotides epidemicæ vagentur, num vero Bononiæ conſiſtant, ruſticari contentæ. Rumor quidem nudius ter-

tertius percrebuit, Mutinæ, Ferrariæ, in Foro Cornelii, & Romæ nunc quoſdam iiſdem parotidibus, atque nos ipſos detineri; at nondum eidem rumori aquieſco. De exitu quoque morbi certior fieri potuiſſem, an ſcilicet ſe ſe occultante hoc morbo, novus alter, vel magis formidandus exurgat, quod ſedatis, & extinctis quibuſdam popularibus morbis alias accidiſſe docemur; quodque nunc etiam ſi lentum, ac mucoſum ſerum deteriori fæditate imbuatur, timeri poteſt; quamquam nihil horum hactenus accidit. Sed quanam modo cunctatione indigemus?

Conatibus noſtris non deerit Academiæ ſtudium, quæ ſapientiſſimis animadverſionibus, ac monitis, ſuſceptum a nobis munus in præſenti conventu expoliat, atque perficiat.

EUSTA-

EUSTACHII ZANOTTI.

De Veneris ac Solis congreſſu.

Obſervatio habita in Aſtronomica Specula Bononienſis Scientiarum Inſtituti die 5 Junii 1761.

NEminem aſtronomiæ ſtudioſum eſſe puto, quin ea, quæ in hoc Veneris cum Sole congreſſu obſervata fuerunt, intelligere valde aveat, præſertim cum nullus ſit uſquam alius corporum cæleſtium concurſus, quo incertas adhuc, aut nondum ſat accurate definitas Solis & Veneris parallaxes majori ſubtilitate aſſequi valeamus; ac ſi ipſam planetæ Veneris theoriam ſpectamus, non eſt dubium quin hæc obſervatio ad loca nodorum ſtabilienda ceteris omnibus, quæ inſtitui poſſunt, anteponenda ſit. Quod ad parallaxis inveſtigationem attinet, ea certe confici nequit, niſi obſervationes in remotiſſimis regionibus habitæ invicem collatæ fuerint, quæ obſervationum comparatio non requiritur ad inveſtiganda nodorum loca. Cum autem hoc phænomenon probe obſervatum ad aſtronomiam magis magiſque promovendam conferat, muneris noſtri eſſe arbitramur non modo ea diligenter exponere, quæ ab obſervationibus colliguntur, verum etiam quæ fuerint inſtrumenta, & quomodo adhibita, quæque fuerit ratio calculi in perquirenda ſemita a Venere deſcripta, ut omnes intelligant quantum noſtris hiſce obſervationibus deferendum ſit. Ob hanc cauſam qui legerint veniam dabunt, ut ſpero, ſi ſingula minutius perſequemur.

Nocte præcedente cælum undique nubibus obductum erat; at feliciter nobis contigit, ut ſummo mane paulatim nubes leni perflante vento disjicerentur, quæ cum prope horizontem ad exiguam altitudinem coactæ fuiſſent, dimidia circiter hora obſervationem tantum retardarunt. Plures interea ex iis, qui aſtronomiæ ſæpe indulgent, ad Inſtitutum convenerant, ac in primis celeber. Vir. P. D. Paullus Friſius Cong. Cler. Reg. S. Paulli, & in Piſano Gymnaſio matheſeos Profeſſor, qui obſervationis faciendæ cauſa Bononiam ſe contulerat. Quoniam vero unum Speculæ conclave tot aſtronomorum com-

commodo non ſatis amplum erat; ipſe & ſocius Matheucius Speculam conſcendimus, ut quadrante, & longioribus teleſcopiis obſervationem aggrederemur. Friſius in inferius conclave ſe recepit, cui ſe ſocios præbuerunt & Comes Gregorius Caſalius, & Sebaſtianus Canterzanus in hoc Gymn. matheſeos Profeſſores. Ibi duo teleſcopia parata erant reticulo inſtructa, & horologium ex pendulo compoſito e Britannia advectum, quod non multo ante pro optima, qua ſemper fuit erga Inſtitutum voluntate, Senator ampliſſimus Marchio Sigiſmundus Malvetius Inſtituto dono dederat, quodque unum deeſſe videbatur ad hanc aſtronomicam ſupellectilem abſolvendam. Nunc primum ea referam, quæ in ſuperiori conclavi, tum quæ in inferiori peracta ſunt.

Cum in minoribus ab horizonte diſtantiis ob præceps refractionis decrementum corporum cæleſtium a circulis, quos diurno motu perluſtrant, æquatori parallelis ſenſibilis ſit deviatio, mihi propoſitum fuit quadrante uti, ut appulſus notarem ad fila in foco teleſcopii conſtituta, quæ horizontalem & verticalem circulum deſignant, in quibus nullus a refractionibus error oriri poteſt. At maxime intererat rectam utriuſque fili poſitionem obtinere; nam ſi fila aliquantulum & a verticali circulo, & ab horizontali aberraverint, errores, qui in obſervationes eodem ſenſu irreperent, attenta obſervationum ſerie non ita facile apparerent, & nulla uſquam fieret eorum compenſatio. Quæ cum animadverterem, omnem diligentiam adhibendam eſſe cenſui, & nulla experimenta prætermittenda eſſe ex iis, quæ in hac re ab Aſtronomis haberi ſolent. Quadrantem in meridiano poſuimus, & ſtellam per meridianum tranſeuntem pone filum horizontale non una vice excurrere obſervavimus, quod de recta fili poſitione certiſſimum indicium erat. Quod ad filum verticale attinet, etiamſi in objectis terreſtribus ſæpius experti fuerimus examuſſim cum verticalibus lineis convenire, aliud tamen examen inſtituimus iis diebus, quibus æquales Solis altitudines captabamus ad meridiei tempus accurate definiendum. In eadem altitudine ante & poſt meridiem non modo Solis excurſum per filum horizontale, ſed etiam per filum verticale notabamus, ut inde appareret, an eadem eſſet in utroque filo ante & poſt meridiem diametri mora, quæ cum eadem inventa ſit, ſi ab errorculis præſcindimus, qui inter obſervandum

dum evitari nequeunt, de filis recte conſtitutis nullus dubitandi locus relinquebatur. Mitto nunc obſervata Veneris loca in diſco Solis emendari facile potuiſſe, ſi perperam fila diſpoſita fuiſſent; nam cognita ſolaris diametri mora in meridiano, ubi filum ſemitæ Solis perpendiculare exiſtit, ſi fiat ut mora obſervata in alterutro filo quadrantis ad moram in meridiano, ita radius ad quartum, elicietur ſinus inclinationis fili cum ſemita a Sole deſcripta, quæ inclinatio ſi ab ea differat, quam circuli ſphæræ depoſcunt, in perquirendis planetæ locis ſupra Solis diſcum aberrationis illius ratio habenda erit, idque facile aſſequemur ſi ea methodo utemur, quam infra trademus. Nunc obſervationes ipſas conſcribimus, quibus tempora vera a meridie numerata accurate præfigimus. In ſingulis etiam quadrantis altitudinem notamus, ſed minus diligenter; nam cum hæ parallaxi inquirendæ tantum inſerviant, etiamſi uno gradu a veritate aberraverint, nulla inde variatio in quantitate parallaxis ſequeretur.

Obſervatio I. Alt. gr. 5 14.

16	54	37	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	54	45½	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	56	15	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	56	20	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	57	20	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	57	26	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	57	54	limb. ſeq.	☉	ad fil. hori.
16	57	55	limb. ſeq.	☉	ad fil. verti.

Obſervatio II. Alt. gr. 7 0.

17	5	56½	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	5	59½	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	7	25½	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	7	30½	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	8	35½	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	8	40½	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	9	11½	limb. ſeq.	☉	ad fil. hori.
17	9	13	limb. ſeq	☉	ad fil. verti.

Obſervatio III. Alt. gr. 8 10.

17	12	50½	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	12	53	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	14	16	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	14	22	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	15	27	limb. præ.	♀	ad fil hori.
	15	32	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	16	4	limb. ſeq.	☉	ad fil. hori.
17	16	7	limb. ſeq.	☉	ad fil. verti.

Obſervatio IV. Alt. gr. 9 8.

17	19	24	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	19	29	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	20	50	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	20	55½	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	21	57½	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	22	3	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	22	35	limb. ſeq.	☉	ad fil. hori.
17	22	45½	limb. ſeq.	☉	ad fil. verti.

Obſervatio V. Alt. gr. 10 50.

7	29	41	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	29	55½	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	31	14½	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	31	20	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	32	10	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	32	16	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	32	50½	limb. ſeq.	☉	ad fil. hori.
17	33	15½	limb. ſeq.	☉	ad fil. verti.

Obſervatio VI. Alt. gr. 14 12

17	49	38½	limb. præ	☉	ad fil. hori.
	49	42½	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	50	55	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	51	1½	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	51	58½	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	52	4½	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	52	42½	limb. ſeq.	☉	ad fil. hori.
17	53	7½	limb. ſeq.	☉	ad fil. verti.

Obſer-

Obſervatio VII. Alt. gr. 17 0.

18	6	3½	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	6	15	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	7	11	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	7	17	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	8	31	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	8	36½	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	9	18	limb. ſeq.	☉	ad fil. hori.
18	9	31½	limb. ſeq.	☉	ad fil. verti.

Obſervatio VIII. Alt. gr. 23 40.

18	44	36½	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	45	15½	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	46	7½	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	46	14	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	46	39½	limb præ.	♀	ad fil. hori.
	46	47	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	47	36	limb. ſeq.	☉	ad fil. hori.
18	48	49	limb. ſeq	☉	ad fil. verti.

Obſervatio IX. Alt. gr. 31 42.

19	30	15	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	30	22	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	30	59	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	31	5	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	32	6	limb. præ.	♀	ad fil hori.
	32	11	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	33	11½	limb. ſeq.	☉	ad fil. hori.
19	34	0	limb. ſeq.	☉	ad fil. verti.

Obſervatio X. Alt. gr. 34 15.

19	44	10½	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	44	26½	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	44	58½	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	45	5½	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	45	59	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	46	4½	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	47	7½	limb. ſeq.	☉	ad fil hori.
19	48	4	limb. ſeq.	☉	ad fil. verti.

Obſervatio XI. Alt. gr. 37 21.

20	2	1½	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	2	14	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	2	38	limb. præ.	♀	ad fil verti.
	2	44	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	3	46½	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	3	52	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	4	59½	limb. ſeq.	☉	ad fil. hori.
20	5	49	limb. ſeq.	☉	ad fil. verti.

Obſervatio XII. Alt. gr. 41 7.

20	23	0½	limb. præ.	☉	ad fil. hori.
	23	1½	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	23	18	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	23	24½	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	24	41½	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	24	48	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	26	0	limb. ſeq.	☉	ad fil. hori.
20	26	36	limb. ſeq.	☉	ad fil. verti.

Obſervatio XIII. Alt. gr. 44 10.

20	40	16	limb. præ	☉	ad fil. hori.
	40	22	limb. præ	☉	ad fil. verti.
	40	33½	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	40	39	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	41	56½	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	42	1½	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	43	17½	limb. ſeq.	☉	ad fil. hori.
20	43	53½	limb. ſeq.	☉	ad fil. verti.

Obſervatio XIV. Alt. gr. 46 28.

20	53	51½	limb. præ	☉	ad fil. hori.
	53	58½	limb. præ.	☉	ad fil. verti.
	54	3½	limb. præ.	♀	ad fil. verti.
	54	9	limb. ſeq.	♀	ad fil. verti.
	55	30	limb. præ.	♀	ad fil. hori.
	55	36	limb. ſeq.	♀	ad fil. hori.
	56	54	limb. ſeq.	☉	ad fil. hori.
20	57	25½	limb. ſeq.	☉	ad fil. verti.

Ingruente tempore, quo Venus a Sole ſe ſubduceret, diverſa teleſcopia in Solem intendimus, quibus Veneris exceſſum obſervaremus. Ego teleſcopio quadrantis, Matheucius teleſcopio ped. 22, Marinus teleſcopio ped. 10 utrumque planetarum contactum definivimus in hunc modum:

Obſervatio interioris Planetarum contactus.

21	4	34	Tubo	ped.	$2\frac{1}{2}$.
21	4	58	Tubo	ped.	10.
21	4	58	Tubo	ped.	22.

Obſervatio exterioris eorumdem contactus.

21	22	30	Tubo	ped.	$2\frac{1}{2}$.
21	23	0	Tubo	ped.	10.
21	23	7	Tubo	ped.	22.

Interea dum ab obſervandis Planetarum appulſibus ad fila quadrantis vacabamus, Venerem attente inſpicientes, ea nobis ſemper perfecte rotunda viſa eſt; neque ulla aut corona, aut nubecula apparuit, quæ globum circumiret, quæque atmoſphæræ indicium præberet; nihil etiam hujuſmodi in ejus exceſſu deprehendi potuit. At mirum cuipiam fortaſſe videbitur inter obſervationes duobus teleſcopiis peractas altero pedum 22, altero pedum 10, ſi de contactu interiori ſermo ſit, nullum, ſi de exteriori, perexiguum temporis diſcrimen fuiſſe, & culpam vel in longius teleſcopium, vel in obſervatorem transferet. Equidem teſtari poſſumus longius teleſcopium præſtantiſſimum eſſe, ut quiſque facile Campanam artificem agnoſcat. Nulla quoque ſuſpicio propter obſervatorem eſſe poteſt, cujus in obſervando dexteritas cuique notiſſima eſt. Ego puto hujuſce rei cauſam a certa quadam lentium, quibus teleſcopia conſtabant, conjugatione repetendam eſſe, qua fiebat, ut imago Solis ex utroque teleſcopio viſa, ejuſdem magnitudinis appareret. In teleſcopio pedum 22 oculare vitrum diametrum habebat unciarum 3. At in breviori diameter erat unciarum $1\frac{1}{4}$ juxta Herculis Lellii præceptum, qui ut in ceteris facultatibus, quibus operam dedit, ſic in hac vitraria maxime excellit. In ſuis teleſcopiis oculares lentes maxime convexas adjungit, præſertim ſi objecta lucidiſſima conſpicienda fuerint; nam quamvis imago rerum objectarum obſcurior fiat, quo magis extendi, & amplificari videtur, cum tamen de Sole inſpiciendo agitur, non quantitas luminis deſideranda eſt, ſed potius imaginis amplificatio requirenda. Caveant igitur ne errent, qui in conciliandis obſervationibus emendanda eſſe tempora exiſtimant pro diverſa teleſcopii longitudine, cum potius imaginis amplificatio attendenda ſit.

De

De Veneris ſemita intra Solem in hoc congreſſu deſcripta.

EX præcedentibus numeris liquet tempus, quo Venus centro ſuo filum horizontale aſſecuta eſt, itemque tempus, quo centrum Solis idem filum pertranſivit; quare ſi hæc temporum differentia conferatur cum mora ſolaris diſci in eodem filo, colligetur diſtantia a centro illius cordæ, in qua Venus a filo horizontali biſecta verſabatur. Solaris diametri mora duobus modis ſumi poteſt, vel quæ prodit ab ipſis obſervationum numeris, vel quæ ſubducitur trigonometricis rationibus ex inclinatione fili cum parallelo circulo a Sole deſcripto, nec non e diametro Solis jam conſtituta. Cum autem in teleſcopiis ob diverſam radiorum refrangibilitatem aliqua ad planetarum diametros acceſſio fiat, cumque fili craſſities nonnihil conferat ad augendum intervallum inter appulſus limbi præcedentis, & ſubſequentis, elementa theoriæ Veneris, quæ infra trademus, inquirenda eſſe exiſtimavi adhibita mora, quæ trigonometricis rationibus, uti diximus, pro ſingulis obſervationum temporibus deducitur. Repræſentet O R (*fig.* 1) filum horizontale, cui ducta diameter perpendicularis *t u* vicem gerat circuli verticalis. Rationem, quam habent prædicta duo temporum intervalla, eamdem habent & diſtantia C I, & diameter circuli. Fiat igitur ut mora diametri Solis in filo horizontali ad differentiam temporis, quæ intercedit inter appulſus centri Veneris, & centri Solis ad idem filum, ſic diameter Solis ad diſtantiam C I. Eſto ecliptica in E F; & quoniam tempore obſervationis notus eſt angulus circuli verticalis cum ecliptica, ducta diametro *t u*, quæ notum angulum cum E F comprehendat, & ſumpta C I ejus longitudinis, quæ deducitur ex præcedenti proportione, liquido conſtat locum Veneris fuiſſe in corda O R. Eadem prorſus ratione invenietur corda, in qua Venus verſabatur quo tempore filum verticale pertranſivit; nam ducta diametro T V, quæ eclipticam ſecet angulo V C F, quantus ſcilicet fuerat angulus verticalis cum ecliptica, eique parallela corda, cujus diſtantia C A, quam ex obſervationum numeris eruemus; manifeſtum eſt locum Veneris per filum verticale tranſeuntis reperiri in prædicta corda; quapropter ſi nullus fuiſſet Veneris a Sole motus eo tempore, quo ab uno ad alterum filum migravit, lo-

cus Veneris haberetur in *n*, ubi cordæ ſe mutuo ſecant. At cum motus Veneris a Sole prædicto temporis intervallo negligere non liceat, fingamus nobis apparentis ſemitæ portiunculam *ms* a Venere deſcriptam fuiſſe, quam nunc definire oporteat, in quo ſane nulla erroris ſuſpicio ſubeſſe poterit, cum de minimis quantitatibus quæſtio ſit, ſi non modo Veneris motum a Sole in orbita tamquam certo conſtitutum e tabulis aſtronomicis deſumpſerimus, verum etiam angulum, quem ſemita a tellure viſa cum ecliptica comprehendit. Horarium hunc motum eſſe conſtat ex noſtris ephemeridibus juxta Caſſini tabulas ſupputatis min. 4 circiter, angulum vero gr. 8. Fiat igitur ut hora ad min. 4 ſic tempus inter obſervatos tranſitus Veneris per duo fila ad lineam *ms*. Hæc linea ut plurimum nobis prodiit ſec. 5. Dein in triangulo *mns* cum datus ſit angulus *mns*, ut infra declarabimus, & angulus *nms* æqualis ſummæ angulorum inclinationis ſemitæ apparentis, & circuli verticalis V T cum ecliptica, ſubducto calculo reſultabit linea *mn*. Locus igitur Veneris habebitur in *m*, ac ſi fiat *m*P æqualis differentiæ parallaxium Solis, & Veneris, dabitur in P locus Veneris e centro telluris viſus. Demum ducta PL ad eclipticam perpendiculari, erit hæc latitudo Veneris, & CL differentia longitudinum Solis, & Veneris pro eo tempore, quo planeta in verticali filo verſabatur.

His præmiſſis trigonometricus calculus expeditiſſimus erit, præſertim ſi ea contempſerimus, quæ propter eorum exiguitatem negligi omnino poſſunt. In triangulo rectangulo CIH ex data diſtantia CI cordæ a centro, & angulo ICH, quem duo circuli verticales comprehendunt, ſupputetur CH, & IH. A puncto *n* demittatur ſupra CT perpendicularis *n*Q, quæ cum æqualis ſit CA, in triangulo *n*QH ſimili CIH ſupputetur QH, quæ ſi addatur CH, conficietur CQ = *n*A. Verum hic juvat animadvertere ob exiguitatem anguli ICH nullam ſenſibilem differentiam exſurgere inter CI, & CH, ac præterea QH contemnendam eſſe; quapropter abſque erroris periculo fiet A*n* æqualis CI, & QH pro nulla habebitur, & angulus QH*n* tamquam rectus, cui æqualis erit *mns*. Cum igitur data ſit CI = *n*A, ſi huic addatur *mn*, & ab ea ſubducatur *m*P, reſultabit PA. In triangulo BCA rectangulo ex data CA, & ex dato angulo verticalis circuli cum ecliptica CBA, ſupputetur CB, & BA. Inventæ BA

ad-

addatur P A ut fiat P B. Demum in triangulo rectangulo P L B ſimili triangulo B C A, ex data P B, ſubducatur latitudo quæſita P L; ſupputetur quoque B L, ut habeatur differentia inter B L, & C B, nempe differentia longitudinum Solis, ac Veneris. Has longitudinum differentias, per quas Venus modo Sole orientalior erat modo occidentalior, itemque Veneris latitudines, uti ex ſingulis obſervationibus nobis prodierunt poſita Solis ſemidiametro min. 15 48½, ſequentibus numeris exhibemus.

Tem. ver. poſt meridiem. H. ′ ″	*Differ. longitud. inter ♀ ☋ ☉.* ′ ″	*Latitud. merid.* ′ ″
16 56 17½	5 46 Orien.	8 31
17 7 28	5 7 Orien.	8 40½
17 14 19	5 41½ Orien.	8 45
17 20 52¾	4 15½ Orien.	8 56
17 31 17¼	3 36½ Orien.	8 54
17 50 58¼	2 18 Orien.	9 0
18 7 14	1 21½ Orien.	9 14
18 46 10¾	1 19 Occi.	9 46
19 31 2	4 19½ Occi.	10 4
19 45 2	5 1½ Occi.	10 13
20 2 41	6 20½ Occi.	10 28½
20 23 21¼	7 46½ Occi.	10 41
20 40 36¼	8 46 Occi.	10 49
20 54 6¼	9 46 Occi.	11 0

Hi longitudinum, ac latitudinum progreſſus nequaquam reſpondent temporum intervallis, quibus obſervationes peractæ ſunt. At ſi quis animadverterit quid efficere poſſit error dimidii ſecundi temporis, non amplius mirabitur aliqua inter longitudinum, ac latitudinum numeros diſſidia reperiri. Hanc ſeriem nullo negotio emendare potuiſſem, ſed noſtri candoris

ris erat integram referre, ne quid rerum veritati detraheremus. Ut autem elementa ſtatueremus, a quibus ſemitæ Veneris poſitio pendet, cum non uni potius quam alteri obſervationi fides habenda ſit, eadem ex pluribus combinationibus inveſtigavimus, ut inde medium arithmeticum perciperemus. Obſervationes ſunt omnino 14; at ne combinationes omnes perſequeremur, quas hic numerus complectitur, eas tantum elegimus, in quibus obſervationes una ſaltem hora & dimidia diſtarent; ſi enim breviſſimum fuerit temporis intervallum, minus accurata fiet determinatio motus horarii tum in longitudinem, tum in latitudinem. Calculos omnes hic non trademus, ne longiores ſimus quam oportet, ſed ea tantum conſcribemus, quæ ex præcedentibus numeris ſubducto calculo comperta ſunt.

Motus horarius Veneris in longitudinem —	gr.	0	3	55 $\frac{4}{5}$
Motus horarius in latitudinem ———	gr.	0	0	36 $\frac{3}{5}$
Tempus verum conjunctionis Planetæ cum Sole ———	hor.	18	26	0
Latitudo Veneris in conjunctione ———	gr.	0	9	27 $\frac{5}{6}$.

Ex his reliqua, quæ hic ſubjiciemus, trigonometrico calculo inveſtigavimus.

Angulus ſemitæ cum ecliptica ———	gr.	8	49	23
Motus horarius in ſemita ———	gr.	0	3	58 $\frac{2}{3}$
Portio ſemitæ inter medium tranſitus & conjunctionem ———	gr.	0	1	27
Diſtantia ſemitæ a centro Solis ad Auſtrum —	gr.	0	9	21
Longitudo ſemitæ intra Solis diſcum ———	gr.	0	25	29 $\frac{1}{2}$
Differentia longitudinis Veneris & Solis in ingreſſu ———	gr.	0	14	2
Differentia longitudinis in egreſſu ———	gr.	0	11	9 $\frac{1}{2}$
Latitudo Veneris in ingreſſu auſt. ———	gr.	0	7	17
Latitudo in egreſſu auſt. ———	gr.	0	11	12
Tempus medii tranſitus ———	hor.	18	4	6
Ingreſſus centri Veneris in Solis diſcum —	hor.	14	51	49
Egreſſus centri ———	hor.	21	16	23.

Reliquum eſt, ut egreſſum centri Veneris e Solis diſco, quem præcedenti calculo definivimus, cum eo conferamus, quem ſuperius tradidimus ex ipſis obſervationibus. Verum pro hac comparatione rite inſtituenda ſtatuere oportet quid parallaxium differentia tum in interiori, tum in exteriori

con-

contactu efficere valeat; nam cum ea ſemita deſcripta fuerit, quæ e centro telluris viſeretur, egreſſus, qui inde oritur, nulli parallaxi obnoxius eſt. Antequam vero demonſtremus qua ratione obſervatus uterque Veneris contactus ab errore parallaxis emendari queat, inquirenda eſt apparens Veneris diameter. Ab uno contactu ad alterum ex obſervatione habita teleſcopio pedum 22 numerantur min. 18 9 quibus reſpondet motus in ſemita min. 1 12 $\frac{1}{5}$. Angulus ſemitæ cum tangente in puncto egreſſus complectitur gr. 53 43 49; quare ſi fiat ut radius ad ſinum prædicti anguli, ſic motus in ſemita ad diametrum Veneris, reſultabit hæc ſec. 58 $\frac{1}{2}$.

Sit (*fig.* 2) vera planetæ ſemita intra ſolem deſcripta in D, atque ejus diſtantia a centro CD. Sit verus planetæ locus P, & locus apparens O eo temporis puncto, quo Sol, & Venus ſe exterius tangere viſi ſunt. Erit PO portio circuli verticalis differentiæ parallaxium æqualis in data altitudine. Interea dum expectamus, ut ex plurium obſervationum comparatione, quas aſtronomi, ſi Deo placet, in diverſas regiones profecti aggreſſi ſunt, melius conſtet de parallaxium quantitate, eam nunc ſupponemus, quam adhibuimus in præcedentibus ſupputationibus, ac propterea PO tamquam explorata habebitur. Statuimus jam ſemitæ longitudinem, atque ejus diſtantiam a centro. Et quoniam notus eſt angulus ſemitæ cum ecliptica, dabitur angulus ejuſdem ſemitæ cum circulo verticali obſervationis tempore, nempe angulus DPO. His poſitis invenienda ſit PB, ideſt portio ſemitæ a Venere peragratæ inter verum, & apparentem contactum. Ducatur diameter ſemitæ parallela, quæ occurrat PO productæ in H, & demittatur perpendicularis PG, junganturque centra CO, CB. In triangulo rectangulo PHG, in quo nota eſt PG diſtantia ſemitæ a centro, & angulus H angulo DPO æqualis, ſupputetur PH & GH. PH addatur PO ut fiat OH. In triangulo COH præter OH notus eſt angulus H & latus CO = ſummæ ſemidiametrorum Solis & Veneris in contactu exteriori, earum vero differentiæ in contactu interiori, quare colligetur CH. Ab hac abſcindatur inventa GH, & relinquetur CG = DP. In triangulo CDB rectangulo ex datis CD & CB = ſummæ ſemidiametrorum in contactu exteriori, differentiæ vero in contactu interiori ſupputetur DB. Fiat demum differentia inter DB & DP ut habeatur PB,

quæ

quæ erat invenienda. Nunc juvat animadvertere contingere aliquando poſſe ut D B ſit major D P, aliquando minor; in primo caſu contactus apparens verum antevertet, in ſecundo caſu ſubſequetur quantum eſt tempus quod requiritur, ut Venus ſemitæ portionem P B excurrat. Quod ſi differentia inter D B & D P nulla fuerit, nullum quoque erit temporis diſcrimen inter verum, & apparentem planetarum contactum.

Calculum inivimus, ac primum angulum ſemitæ cum circulo verticali ſubduximus. Hic angulus in primo contactu inventus eſt gr. 57 10, in ſecundo gr. 58 46. Parallaxium differentiam poſuimus in primo contactu ſec. 17, in ſecundo ſec. 16. His ita conſtitutis & poſita Solis ſemidiametro min. 15 48 $\frac{1}{2}$ nobis tandem prodiit P B, quæ in primo contactu depoſcit ſec. 30; in altero ſec. 18; cumque in utroque caſu habeatur D B major D P concludendum erit parallaxim utrumque contactum incitaviſſe. Ex obſervationum numeris primus contactus contigit hor. 21 4 58, ſecundus autem hor. 21 23 7, igitur.

Contactus planetarum interior e centro telluris – hor. 21 5 28

Contactus exterior ———————————— hor. 21 23 25

Hinc centri exitus, qui medium inter utrumque contactum locum non tenet, uti percipitur ab inæquali linearum D B progreſſu ———————————— hor. 21 14 33.

Conſtituta Veneris mora in egreſſu, quemadmodum viſeretur e centro telluris, determinatio diametri apparentis adhuc acuratior fiet. Subducto calculo uti ſupra, reſultat.

Diameter apparens Veneris ———————— gr. 0 0 57 $\frac{4}{5}$.

Egreſſus centri Veneris, qui pendet a poſitione ſemitæ, & a ceteris elementis ſuperius expoſitis, duobus fere minutis differt ab eo, quem poſteriori calculo ſubduximus. Hanc differentiam parvi faciemus, ſi animadvertemus ab errore unius minuti ſecundi in motu horario egreſſum uno minuto primo aut accelerari, aut retardari. Fortaſſe etiam hæc differentia oritur a quantitate parallaxis nondum conſtituta. Quamobrem ſubtiliorem hujuſce rei indaginem in aliud tempus rejiciendam eſſe exiſtimamus.

De-

Determinatio nodi deſcendentis, & inclinationis orbitæ cum ecliptica.

HActenus ea perſecuti ſumus, quæ ab obſervationum numeris pendent; cetera, quæ nunc addemus, nullo modo definiri potuiſſent, niſi quædam ab aſtronomorum tabulis deprompta præſto fuiſſent. Cognito tempore, quo Venus nodum trajecit, quod ſane conjicere licet ex ejus motu in latitudinem, Solis longitudinem inveſtigavimus ab accuratiſſimis tabulis de la Caille, cumque ex motu horario in longitudinem eliciatur elongatio Veneris a Sole, dabitur Veneris longitudo e tellure viſa pro eo tempore, quo nodum aſſecuta eſt. Demum e tabulis aſtronomicis excerpſimus diſtantiam tum Veneris, tum Telluris a Sole; quaproter in triangulo ad Solem, ad Venerem, & ad Tellurem conſtituto ex datis duobus lateribus, & angulo ad tellurem prodit angulus ad Solem, ex quo colligitur nodi longitudo, uti ex ſequentibus numeris apparebit.

Tempus verum quo Venus in nodo verſabatur	hor.	2	55	9
Ad idem tempus longitudo Solis e tabulis de la Caille	♊	14	59	5½
Elongatio Veneris a Sole	gr.	1	0	58
Longitudo Veneris itemque nodi e tellure viſa	♊	13	58	7½
Ex his angulus ad Solem, ſeu differentia longitudinis Veneris, ac Telluris e Sole viſæ	gr.	0	24	15
Inde vero longitudo nodi deſcendentis ex Sole	♒	14	34	50.

Quoniam ex obſervationibus data eſt Veneris latitudo in conjunctione, ſi triangulum reſolvatur, in quo diſtantiæ tum Veneris, tum Telluris a Sole e tabulis aſtronomicis depromptæ duo latera conficiunt, determinabitur angulus ad Solem, nempe latitudo Veneris heliocentrica. Ad comparandas haſce diſtantias vel ſi tabulas Hallej, vel ſi tabulas Caſſini noſtra hac ætate celeberrimas conſulamus, nulla in calculo differentia exſurgit, quæ ſecundum ſcrupulum excedat. Conſtituta latitudine heliocentrica, & ſupputata Solis longitudine in conjunctione, cum ex præcedentibus numeris data ſit longitudo Nodi, in triangulo ſphærico rectangulo ex datis duobus cru-

ribus ſupputabitur angulus, qui inclinationem orbitæ cum ecliptica metitur.

Latitudo Veneris in conjunctione e Tellure viſa	gr.	0	9	27½
Latitudo Veneris in conjunctione e Sole viſa	gr.	0	3	46
Longitudo Solis in conjunctione	♊	15	36	10
Differentia longitudinis heliocentricæ Telluris ac nodi	gr.	1	1	20
Ex his angulus inclinationis orbitæ cum ecliptica	gr.	3	30	49.

De obſervationibus in inferiori Speculæ conclavi habitis.

DUobus teleſcopiis altero pedum 6, altero pedum 8, quibus reticulum aptatum erat ex quatuor filis octo ſemirectos angulos in centro comprehendentibus aſtronomi in inferiori Speculæ conclavi obſervationes injerunt, qua obſervandi methodo differentiæ aſcenſionis rectæ, & declinationis inter Solem, & Venerem in ſingulis phaſibus tuto decernuntur, dummodo Sol ab horizonte abſit gradus circiter decem; in minoribus enim ab horizonte diſtantiis refractiones aliquam deviationem non prorſus contemnendam ab horariis, ac parallelis circulis efficiunt. Ob hanc cauſam obſervationes paulo ſerius inchoatæ ſunt. Monebimus reticulum in ſingulis phaſibus ſic compoſitum fuiſſe, ut limbus Solis meridionalis filum perraderet, quod cum aſtronomi tentando aſſequerentur, machina enim parallactica multis de cauſis uti non licebat, plures phaſes rejicere coacti fuerunt, in quibus Solis limbum obſervatione vix peracta a filo non nihil amoveri perſpiciebant. Nunc eas tantum obſervationes conſcribemus, in quibus nulla erroris ſuſpicio fuit.

Obſer-

Obſervatio I.

18 11 $40\frac{1}{2}$ Centrum ☉ ad horarium.
18 11 50 Centrum ♀ ad horarium.
26 Diff. inter horar. & obliq.

Obſervatio II.

19 24 $1\frac{1}{2}$ Centrum ♀ ad horarium.
19 24 $17\frac{1}{2}$ Centrum ☉ ad horarium.
23 Diff. inter horar. & obliq.

Obſervatio III.

20 16 53 Centrum ♀ ad horarium.
20 17 23 Centrum ☉ ad horarium.
20 Diff. inter horar. & obliq.

Obſervatio IV.

20 47 $22\frac{1}{2}$ Centrum ♀ ad horarium.
20 47 $55\frac{1}{2}$ Centrum ☉ ad horarium.
17 Diff. inter horar. & obliq.

Obſervatio V.

20 59 17 Centrum ♀ ad horarium.
20 59 $54\frac{1}{2}$ Centrum ☉ ad horarium.
$15\frac{3}{4}$ Diff. inter horar. & obliq.

Interior Planetarum contactus.

21 4 54 Tubo ped. 6.
21 5 0 Tubo ped. 8.
21 4 56 Tubo ped. 11.

Exterior Planetarum contactus.

21 22 53 Tubo ped. 6.
21 22 50 Tubo ped. 8.
21 22 59 Tubo ped. 11.

Id Canterzanus ſibi ſumpſit ut prædictas phaſes in typum referret. Modulum conſtruxit ejus magnitudinis, ut in eo bina ſecunda ſcrupula commode internoſcerentur. Captis ex modulo min. 15 48, quanta eſt Solis ſemidiameter, circulum exaravit, & ducta diametro, quæ eclipticam repræſentaret, angulum horarii circuli cum ecliptica in ſingulis phaſibus inveſtigavit, cujus ope punctum in Sole inveniebat, nempe apparentem Veneris locum tempore obſervationis. Dein ducto circulo verticali, cujus angulus cum ecliptica pro eo tempore ſupputatus fuerat, & elicita parallaxium differentia verum ex apparenti locum Veneris comperit. Punctis omnibus ita conſtitutis eam, quam ipſe, & Matheucius Veneris ſemitam compertam habebamus, in ſchema retulit, quæ ſane

inter puncta excurrebat, ut eadem hinc illinc ab ea modico quidem intervallo diſſita eſſent. Poſtquam ſemel atque iterum Canterzanus typum inſpexiſſet, ſibi tandem ſuaſit rem prorſus inutilem ſe facturum, ſi calculos omnes iniret, a quibus elementa eadem atque illa, quæ ſupra tradidimus, neceſſario conſequi debebant. Cum hæc ab eo intelligerem, valde mihi, & Socio Matheucio gratulatus ſum, quod obſervationes a præſtantiſſimis viris habitæ mirum in modum cum noſtris conſenſerint.

Fig. 1.

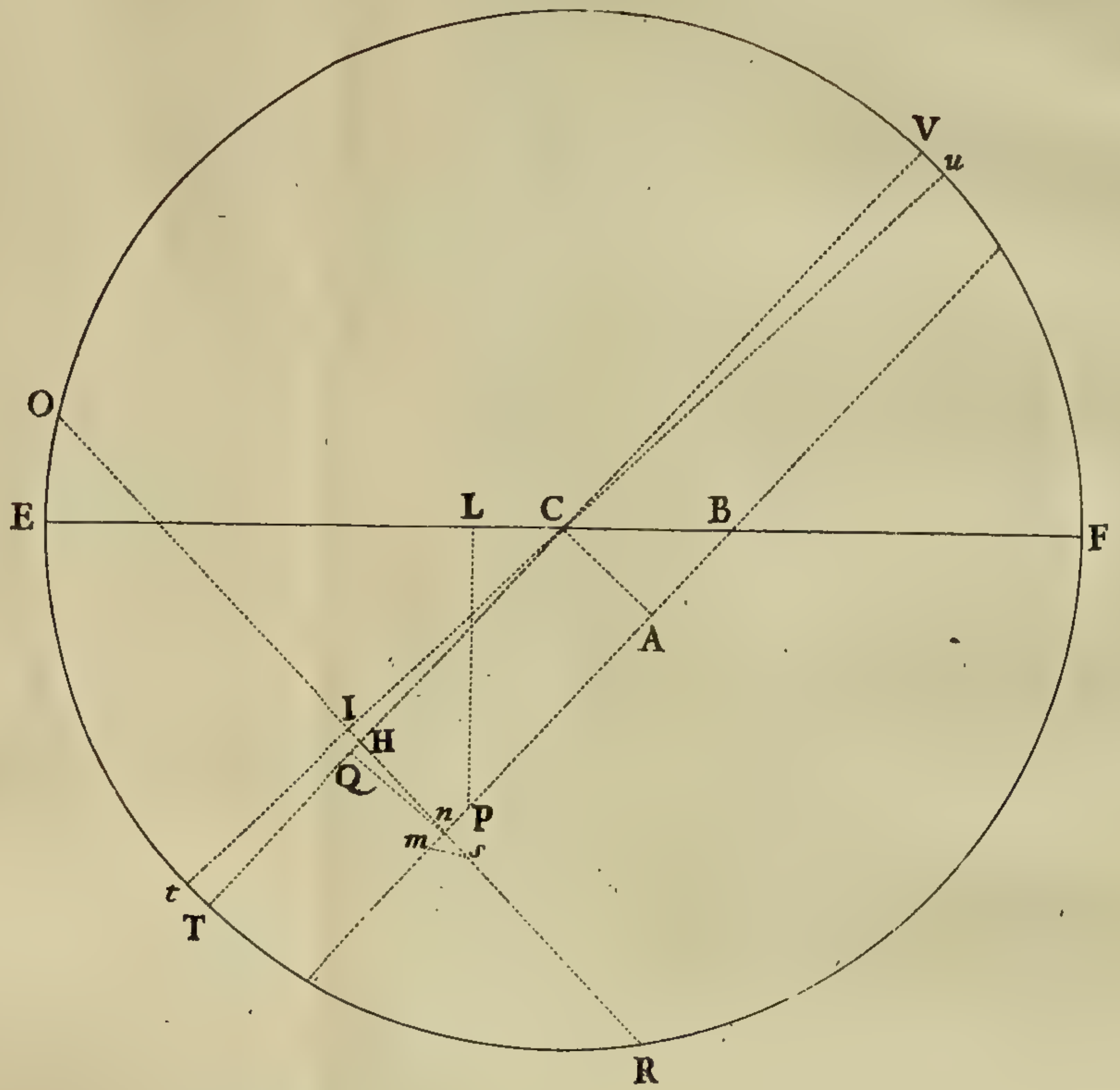
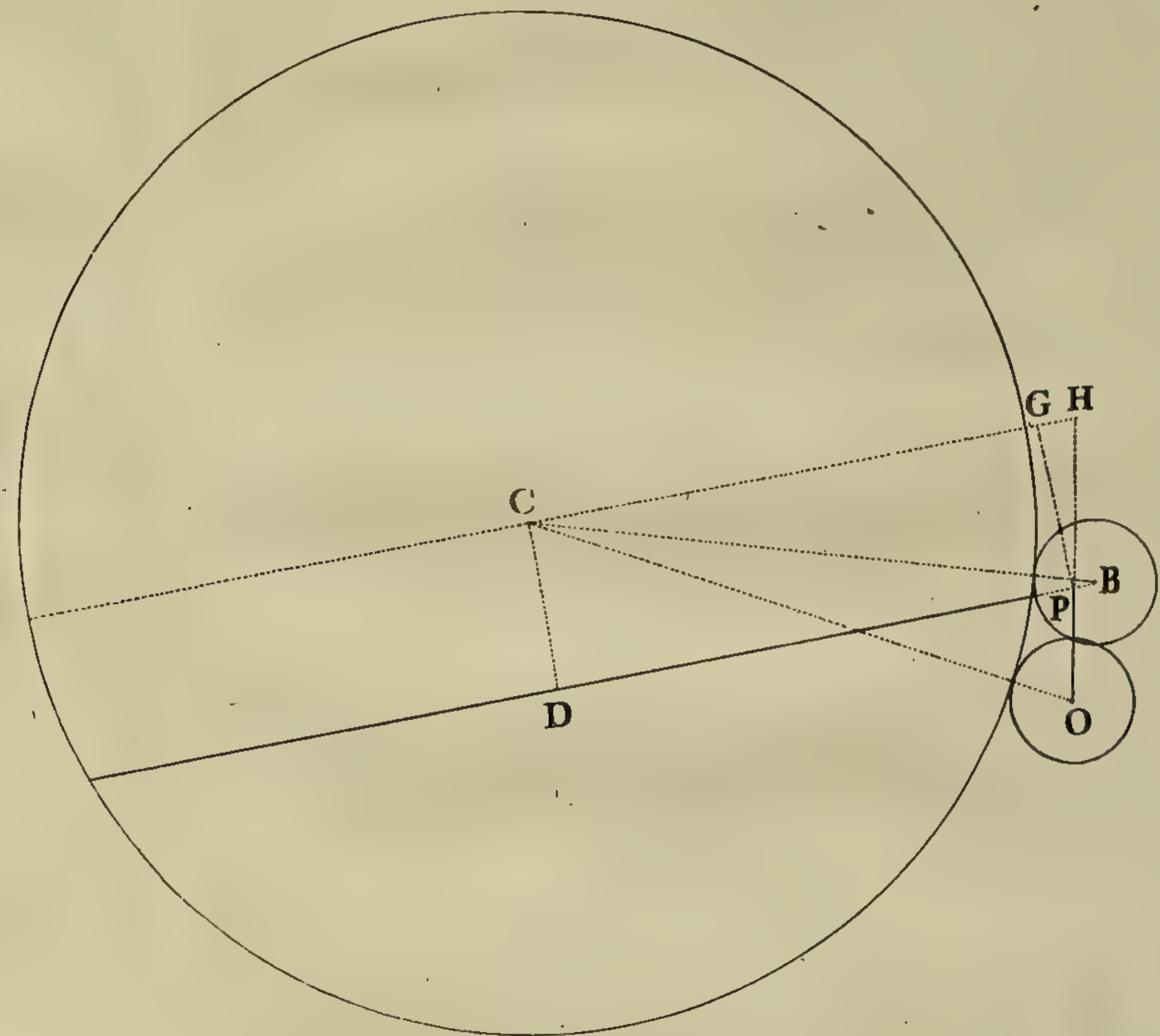


Fig. 2.



FERDINANDI BASSI.

De bononienſi Phytotypolito.

INter Naturalis Hiſtoriæ theſauros, qui hominum admirationem, quin imo mentis aciem provocant, inſignem ſibi vindicant locum organica corpora in lapidem converſa, quæ in montium præcipue viſceribus paſſim occurrunt. Ex terrarum enim ſtratis, eorumque conſtructione, directioneque, ex lapidefactis organicis corporibus, eorumque diſpoſitione, & natura permultas variaſque admodum ſententias de Orbis terraquei Geneſi ſibi finxere Philoſophi, qui Telluris immutationes antiquiſſimas arbitrantes, at inter ſe valde ſemper diſſentientes, ad hoc revera arduum Phœnomenon explicandum plura diverſaque conſtruxere ſyſtemata, quæ tamen omnia hactenus expoſita, ſi mihi fidem habeo, vim patiuntur nimiam. Quamobrem, cum in perſcrutanda interna terrarum fabrica, & in foſſilibus inquirendis ſollicitam frequens operam dedi, ad hanc Theoriam illuſtrandam opportunum ſemper duxi ea omnia ſedulo animadvertere, quæ non ſolum ad ampliandam bononienſis Agri naturalem Hiſtoriam pertinent, ſed ea præcipue Phœnomena, quæ ad ſyſtemata confirmanda, vel infirmanda, vel etiam oppugnanda inſerviunt; neque in caſſum ſemper elaboravi.

De quodam patrio itaque lapide, Sodales ampliſſimi, hoc veſpere ſermonem habebo, qui lapis non mineralis Regni limitibus tantum circumſcribitur, ſed ad tria Naturæ Regna mirum in modum pertinens, ſuamque palam dicens cauſam cum nonnullorum ſententiis ſtrenue contendet, agrumque bononienſem, ut reor, non leviter illuſtrabit. Pauca ergo, quæ de hoc lapide pro ingenii mei tenuitate ſum dicturus, non invitis auribus, & ſerena fronte accipite. Affianus mons, qui modice ſe extollit, nono Bononia diſtat lapide verſus meridiem, qui mons latus habet abruptum, quaſi dixi, in perpendiculum plagam ſeptentrionalem reſpiciens;

qua

qua propter interna montis fabrica, ſtructuraque patefacta licet colligere Affianum ex concretionibus tophaceis, atque ex alternatis arenæ ſtratis marinis quiſquiliis limoque inquinatis, & orizonti parallelis, nec non ex lapideis durioribus plerumque Mitulorum feraciſſimis conſtare congeriebus, quæ in proximum Rivulum & ipſum Affianum nuncupatum præcipites haud raro delabuntur. Dictus Affianus mons olim Tumulus fuit noſtro lapidi, qui proprio pondere e ſuperioribus lapideis ſtratis abrupti lateris divulſus in Rivulum corruit, ibique proximo ſuperiori anno in eum offendi.

Lapis, quem veſtros ſub oculos appono, portiuncula eſt ingentis, latæque congeriei, cujus integra craſſities pariſienſem pedem cum dimidio æquiparabat, at gravi malleo eam comminui, ut ea, quæ congeries condebat, patefaceret. Animadvertendum deinde eſt, hanc congeriem non ad fiſſiles lapides, quos in tenues laminas facile disjungimus, pertinere, ſed ex eorum eſſe genere, qui rudes, cum eos frangimus, in fruſtula abeunt ſine lege anguloſa. Id vero, quod ad mineralogicam naturam noſtri lapidis ſpectat, breviter expediam. Ex particulis cretaceis & arenis cinereis, ſed inæqualibus ille componitur, ſcrobina elimatur, in accidis efferveſcit, nitidam non admittit polituram, chalybe ignis, per raro tamen, in eo excitatur. Ex allatis caracteribus ſi Fridericum Auguſtum Carteuſerum, qui cum Chriſtiano Friderico Kaldesbachio aliiſque recentioribus Lithologis in ſtatuendis præcipuis notis, ex quibus terrarum, petrarumque primarios ordines conſtituit, neſcio qua de cauſa, a Chemia abhorret; ſi, inquam, Carteuſerum conſulo, hanc congeriem ad granulatos lapides pertinere nemo negabit. Si vero Mineralium ſyſtematicam definitionem, quam ego libenter proſequor, Joannis Gotſcalki Vallerii audiamus, lapidem noſtrum ad claſſem lapidum compoſitorum, ad ſpeciem vero ſaxi mixti inæqualiter micacei reor eſſe referendum: conſtat enim lapis iſte & terra calcarea, ex arenis, atque ex nonnullis particulis micaceis; qua de re tribus Naturæ Regnis inſimul mire congregatis, ut impoſterum plane videbitis, Lapis iſte non expletus tres quoque præcipuos cumulat caracteres, ex quibus totam terrarum petrarumque ſeriem oculati dividunt Lythologi, treſque primarios conſtituunt ordines vitriſcibilem nempe, calcarium, & apyrum.

Hæc

Hæc ſunt, quæ pertinent ad Regnum minerale, nunc ad animale Regnum aggredior, ſive ad ſupellectilem marinam, qua lapis iſte gloriatur; quod quidem paucis abſolvam verbis.

Teſtacea, quibus hæc donatur congeries, omnia ad monothalamia ſpectant; ex univalvorum genere Buccinum tantum deprehendi, at ex Bivalvis Pinnas, Mitulos, Chamas, Tellinas, Solenes, quorum Teſtaceorum cavitates eadem farciuntur materie, qua tota conflatur congeries; ex quo pronum eſt colligere, Teſtacea hæc, cum e Mari advecta hiſce montibus credita fuere, non in alienam, ſed illico in fluidam tunc hujus lapidis ſubſtantiam incidiſſe; quæ ſubſtantia una cum Teſtaceis Aſſiano comiſſa longævo temporis decurſu quieſcens in hanc abiit congeriem.

Abſoluto minerali Regno, nec non animali, Regnum aſſequor vegetabile, quo in primis congeries noſtra ſuperbiens curioſorum oculos allicit, menteſque trahit Philoſophorum, & provocat. Phytotypolitos, ceu Plantarum lapideas impreſſiones organicorum foſſilium Perſcrutatores in primis ſemper habuere, ſive ob earum infrequentiam; perraro enim Botanici foſſiles obtinent herboriſationes; ſive quod gracilis, tenuiſque vegetabilium textura tam longo ævo incolumis ſervata majorem inducat admirationem. Bononienſis Ager quamvis Teſtaceis foſſilibus Cruſtaceiſque redundet, nec non lithophytis, attamen Phytotypolitis organicorum lapidefactorum corporum ſpectatiſſimis gloriari hactenus non audebat; ex iis ſaltem, qui de nobiliſſima origine ſe ſe jactare non dubitant; non enim omnes vegetabilium foſſiles impreſſiones eamdem, ni fallor, agnoſcunt antiquiſſimam cauſam; alias ego ad priſcam nimis Mundi ætatem, alias ad recentiorem referendas eſſe libenter crederem; caracteres vero, & notas, ex quibus remota, vel recens Phytotypolitorum origo mea ſententia dignoſcatur, alias exponam.

En vobis Phytotypolitorum Concivis primus ab antiquiſſimo obſcuro carcere fortuito vindicatus, qui ſi diu curioſorum oculos effugit, venuſtate ſua, nonnulliſque ſummi ponderis circumſtantiis nos abunde rependet. Arboris eſt folium brevi petiolatum, limbo integro undulato, ovato oblongum, & in obtuſum elongatum mucronem deſinens, cujus folii media rachis ſive coſta, una cum nervis e coſta prodeuntibus in hoc lapide perbelle exarata averſam folii ſuperficiem expreſ-

preſſam eſſe optime luculenterque declarat; at quod præcipuum, quodque in Phytotypolitis, quantum mihi conſtat, a nemine hactenus obſervatum eſt manifeſta folii, cum hoc lapide creditum fuit, pars exſicca verſus extremitatem ſuperiorem, quæ partialis exſiccatio ad hos dies etiam dilucide conſpicitur. Totus enim concolor lapis cinerea conſtat materie; eadem quoque cinerea, ut dixi, materie farctæ ſunt Teſtaceorum cavitates, ad extremum tantum Phytotypoliti lapidea ſubſtantia in ochroleucum colorem commutatur, & ne particula quidem lapidis ultra folii circumſcriptionem ochroleuco inficitur; nec ratio, neque obſervatio ab hoc diſſentiunt Phœnomeno; quin imo areſcentium vegetabilium adamuſſim ſervantur leges. Exſiccatio enim foliorum non ex petioli parte, dummodo nulla accedat extrinſeca cauſa, at ex eorum ſemper exorditur ſuprema extremitate. Nutritius vegetabilis humor per petiolum ad rachim adducitur; rachis eum nervis communicat, ex quibus membranæ aluntur; illa ergo pars folii, quæ magis magiſque a nutritiis diſtat præcipuis ductibus, prima obſtruitur, ideoque prima areſcit.

At aliquis fortaſſe maxima ductus difficultate, antiquum hoc partialis exſiccationis ſimulacrum parvi habens illud in ſuſpicionem revocat, & ad fortuitam ignotam cauſam ochroleucum colorem revocandum eſſe opinatur; etenim ſi pars exſicca folii proprium ochroleucum colorem huic lapidi communicare potuit, cur nam reliquum vireſcentis folii ſuo viridi lapidem non imbuit? Fateor, me tam difficili in re, implexaque diu hæſiſſe, & quamvis ad hunc nodum apte ſolvendum me minime parem agnoſcam, tamen ea, quæ diu perpendendo conjeci, referam.

Bernardus Juſſieus naturalis Hiſtoriæ Pariſiis Profeſſor eximius, cum in actis regiæ Academiæ anni MDCCXVIII. de gallicis Plantarum lapideis impreſſionibus Agri Furaniani, nec non Fani Sancti Anemundi verba fecit, primus obſervavit, Foſſiles vegetabilium impreſſiones eamdem ipſam folii faciem referre tam in ſubjecta, quam in ſuperaddita convenienti lamina fiſſilium bituminoſorum lapidum; hoc tantum diſcrimine, quod inferior lamina impreſſionem exhibeat aliquantulo convexam, ſuperior vero nonnihil concavam; quod Phœnomenon Philoſophus ille longe clariſſimus diſertiſſimo ſermone extricavit, quem paucis nunc vobiſcum communicabo.

Aqua,

Aqua, quæ certo Maris erat, in qua natantia tunc fluctuabant vegetabilia, quæ nunc in terrarum lapideis ſtratis occurrunt, aqua, inquam, limo, & bitumine a marino ſale diſſoluto haud dubie redundabat: limus ille tunc fluidus, & bituminoſus ſupra vegetabilium natantium ſupernam faciem paulatim deponebatur, ibique a coſtis, nervïſque foliorum prominentibus detinebatur terreſtris illa materies, eouſque dum folia marceſcebant, aquarumque colliſione minimas in moleculas foliorum ſubſtantia diſpergebatur. Corrupta ſolutaque Plantarum ſubſtantia limus ille ſalis, ac bituminis ope aliquantulum jam condenſatus vegetabilium imaginem ſimulabat, & a leviori corpore, ideſt diſſoluto folio, quod folium terreſtris materiei tamquam modulus, & adminiculum primo apparuit, liberatus limus ſpecifice aqua gravior evadebat, idcirco demergebatur: concretus tunc abſorptuſque limus in ſtratum conſimilis molliſque adhuc terreſtris materiei incidens eamdem ipſam Plantarum imaginem, qua ipſe donabatur, inferiori ſtrato imprimebat: interea aqua bituminoſum limum pedetentim demittebat, ex inde concretus limus ſolutarum Herbarum faciem exhibens ſubmergebatur gravitatis leges ſervans, atque hac viciſſitudinum ſerie longo tractu temporis quieſcens limus in fiſſilem concrevit, obduruitque lapidem vegetabilia referentem. Ita ſolertiſſime ingenioſus Juſſieus. Rebus ſic ſtantibus luce meridiana clarius conſtat, qua de cauſa tam ſuperna, quam inferna proxima fiſſilium lapidum ſtrata eamdem exhibeant Plantarum faciem; manifeſto quoque patet, cur inferior lamina convexam, cur ſuperior concavam referat Herbarum impreſſionem. Quod ſi res ita quoque ſe habet, facile etiam intelligitur, cur vegetabilia in Ardeſia vitreſcente, vel Schiſto carbonario, vel aluminoſo, vel in Lithanthracibus, vel denique in lapidibus fiſſilibus bitumine tamen præditis ſæpius occurrant; pene nunquam vero in congeriebus, vel craſſioribus lapideis ſtratis; cur tandem fiſſilium lapidum tenuia ſtrata digitum craſſitie nunquam ſuperent, id obſervante Joanne Jacobo Scheuchzero in ſuo Herbario diluviano, quod quidem adnotat laudatus Godſcalcus Vallerius in ſua Mineralogia, quodque Acta regia Pariſienſium ſæpe ſæpius confirmant, nec non Godifredus Gulielmus Leibnitius in ſua Protogæa, Samuel Chriſtianus Holmannus in Commentariis Gottingenſibus, plurimique alii magni nominis viri,

 quos

quos brevitatis amore ductus nunc prætermitto. Obſervationibus tamen horum Philoſophorum nonnullis conſtanter affirmatis Phytotypolitus noſter, ut plane conſtat, valde repugnat; ſed de hoc alias erit ſermo.

Nunc ad noſtrum perelegans folium, quod quum jam in aquam Maris incidit, & reſolutam, fluidamque noſtri lapidis materiem offendit, extremitate ſua exſiccum fingamus; ex inde pariſienſiis Philoſophi Aſſeclæ totam ejus theoriam bononienſi Phytotypolito tribuamus una addita obſervatione. Si folium viride, atque adhuc proprio nutritio humore turgens, & alterum folium ejuſdem Plantæ exſiccum in aqua ſubmergatur, quæ aqua pluvialis ſit, ſit bitumine, ſit marino ſale, ut libet, prædita, non ne paucis diebus viride folium marceſcit, corruptumque ſolvitur, exſiccum vero diu incolume ſervatur? Ratio experimenti, quod in viridibus, & exſiccis foliis, ut certior eſſem, inſtitui, ratio, inquam, in promptu eſt. Demerſi vireſcentis folii ſuccus nutritius in utriculis diu detentus ſublata omni tranſpiratione, circulationeque cito aceſcit; hinc tenuia vaſa, & organa fermentato ſucco nimis turgida, ideoque infirma & debiliora, nec non ab acredine ejuſdem ſucci eroſa facillime in tabem reſolvuntur: non ita in arido folio, cui non ſolum nutritius humor ad fermentationem tendens vegetabilium more ſublatus eſt, ſed ejus organa exſiccatione rigidiora, conſtrictioraque ſphacelo magis repugnant.

Hiſce præmiſſis ad folium noſtrum iterum revertamur, quod fluidam tunc noſtri lapidis materiem offendens, eaque oneratum ad inſtar Naviculæ in marinis aquis ſupernatabat; interea vireſcentis folii pars marceſcens ſoluta fuit, minimaſque in particulas fluctuantibus aquis effuſa, at extrema ejus exſicca portio corruptioni adhuc obſtitit: lapidea vero ſubſtantia, quæ nonnihil in ſuperficie folii quievit, muriatico, vel quodam alio adjuvante lapidifico ſucco aliquantulum jam denſata impreſſa folii imagine decorabatur, at materies terreſtris gravitate ſua aridi ſuperſtitis folii, quod ſupernatare conabatur, reſiſtentiam ſuperavit, illudque ſecum trahens ſenſim demerſa fuit; eodemque tempore aqua marinam ſupellectilem, totamque noſtræ congeriei materiem illi Aſſiani ſtrato adjudicatam demiſit, quæ omnia inſimul cumulata, & quieſcentia recedentibus aquis ad decliviora loca ſtratum pariſienſem

ſem pedem cum dimidio, ut dixi, craſſum minimeque fiſſile conſtituere. Aſt cum nulla Naphta, nullo Aſphalto, nullove alio bitumine, quibus plerumque fiſſiles donantur lapides, ſit noſtra congeries prædita, ita diu ſervare tenuem, aridamque folii ſociam portionem nequivit; quin imo exſiccos vegetabiles poros aquarum ope, ut opinor, nonnihil hiantes lapidea ſubtilior materies penetrans, arenarumque acies organa aridi ſuperſtitis folii erodens vegetabilem ſubſtantiam longo tractu temporis in minimas diſgregavit particulas, quas perelegans lapis noſter veluti abſorpſit conſpicuis tantum remanentibus folii integra circumſcriptione, & imagine, nec non exſicci vegetabilis ochroleuco colore, quem una cum eroſi vegetabilis particulis ſibi communicavit bibula hæc congeries eo adamuſſim in loco, quo cum arida folii portione lapidis materies conveniebat. Hæc ſunt, quæ circa difficilem hanc rem excogitavi. Quæ porro ſi veſtra ſententia, quæ plurimi ſemper apud me eſt, temere conjeci, ab opinione mea continuo, libenterque recedam. Reſtat denique, ut ad Forum accedamus botanicum; at difficilem ſcopulum forte prætervectus, in alterum incido gravioribus moleſtiis redundantem.

Naturales Hiſtorici plerique, quos inter anonymus ſolertiſſimus Auctor Oryctologiæ paucis ab hinc annis Pariſiis editæ, & Academici Pariſienſes, in hoc conſentiunt, vegetabilia, quæ in Europeis fiſſilium lapidum fodinis occurrunt, ad dorſiferas plerumque Plantas, vel ad frondes Palmarum ſpectare, quas in diſſitis regionibus, veluti in India, ſed præcipue in America Fevilletius, Sloanus, Rumphius, Plumerius, aliique laborioſiſſimi deprehenderunt Peregrinatores Botanici. De Phytotypolitis tantum, & ſemper hic loquor, quibus ego antiquiſſimam tribuo originem; etenim omnes Plantarum foſſiles impreſſiones non eodem chronologico loco penes me ſunt, ſed eas non nullis characteribus, & argumentis ductus, in priſcas, ut dixi, & recentiores ſecerno.

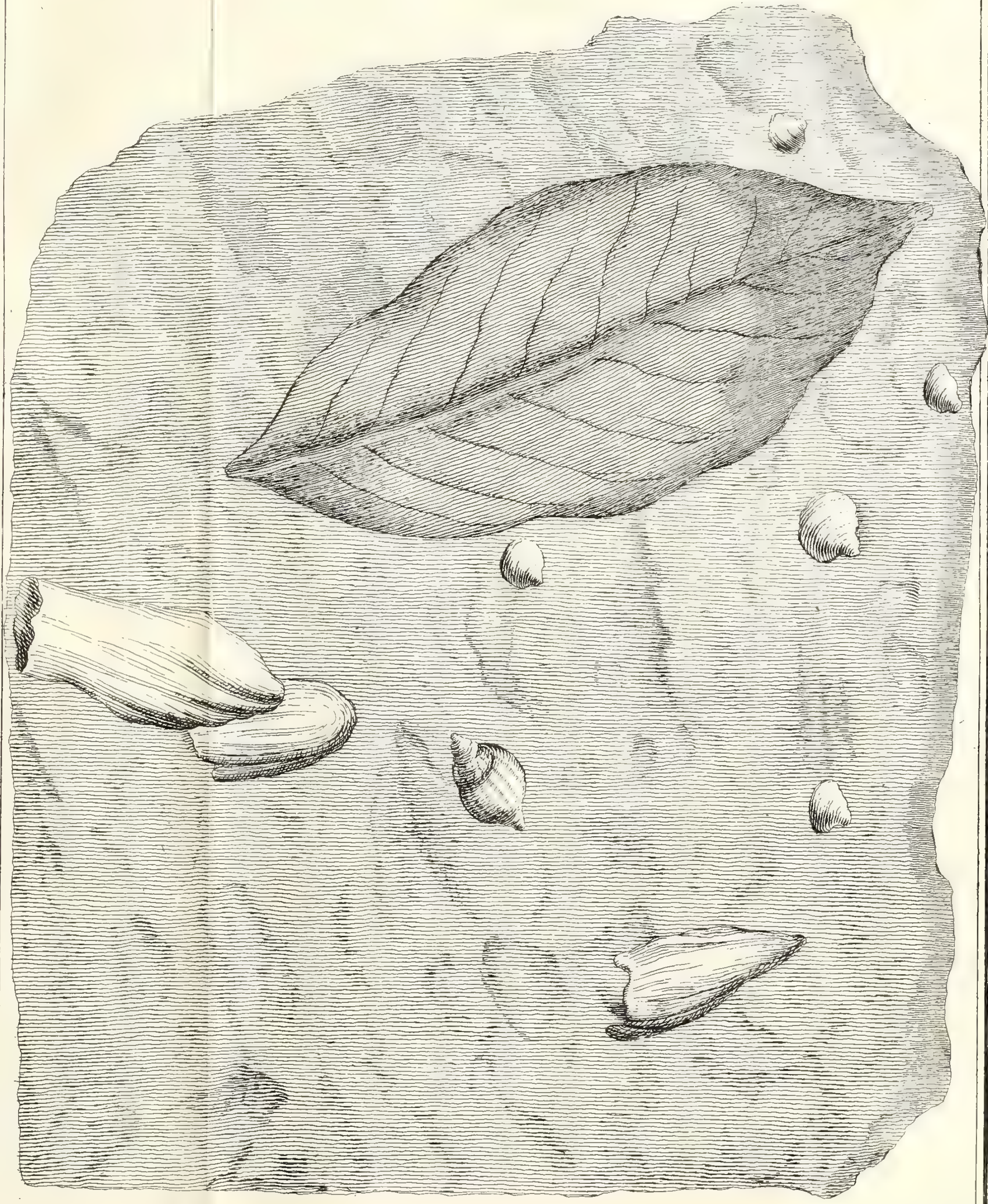
Phytotypolitus noſter, qui mea ſententia procul dubio antiquiſſima origine gloriatur, quamvis ad dorſiferas frondes, vel ad Palmas non ſpectet, eum tamen ad exoticas Plantas referendum eſſe non dubito; nam certe cum foliis indigenarum Arborum nullo modo convenit, at ex lapidea impreſſione unius folii, exoticam, cui pertineat, dijudicare Arborem, ardua nimis ſæpe numero res eſt. Guajacanæ folia, fateor,

T 2 me

me aliquantiſper ancipitem detinuere; namque illa circumſcriptione ad noſtrum accedunt Phytotypolitum; verum folia Guajacanæ valde tenuia ſunt, & coſtis, nerviſque ita levibus donantur, ut tantam in lapide omnino nequeant exarare impreſſionem. Hiſce in ambagibus ad Botanicos Peregrinatores confugi, & lapideam noſtratis folii impreſſionem cum exoticis Plantarum Iconibus comparando tandem in Herbario Amboinenſi Volumine tertio Tabula quinquageſimaſexta Arborem inveni, quæ in Inſulis Xulenſibus procera creſcit, quæque a Georgio Everardo Rumphio *Quercus Molucca*, barbaro vero vocabulo *Taljabo Suda Baſſa*, & a Carolo Linneo noſtri ævi Botanico nemini ſecundo in appendice ſui libri, cui titulus eſt Species Plantarum, *Quercus foliis lancolato ovatis integerrimis indiviſis glabris* nuncupatur, cujus folium in eadem Rumphii Tabula littera A ad naturalem magnitudinem pictam noſtram lapideam folii impreſſionem adamuſſim refert. Brevis enim petiolus, rachis, nervorum numerus, & ordo, ſed præcipue limbus undulatus nullo modo ſerratus, at omnino integer, & mucro ſatis productus cum Rumphii Icone, deſcriptioneque ita conveniunt, ut Phytotypolitum noſtram ex Quercu Molucca nitidam illam effigiem deſumpſiſſe facile crederem.

At vix cognita Planta, cui pertineat Phytotypolitus noſter, exſiccationeque partiali hujus folii, ut opinor, ſatis comprobata, altera inſurgit quæſtio.

Sacræ Geneſis Interpretes, qua anni tempeſtate Noachium inceperit Diluvium inter ſe valde diſentiunt. Horum non nulli ad hyemale tempus, plerique ad autumnale initium revocant. Kirkerus in ſuo libro, cui titulus eſt de Arca Noe, permulta cumulat congruentiæ argumenta, quapropter ille cum Divo Ambroſio, Cornelio a Lapide, aliiſque ſacris Chronologis Diluvii initium verno tempori aſſignat. Naturales Hiſtorici quoque, illi vero tantum, qui ad univerſalem Cataclyſmum, non bene tamen mea ſententia, omnia foſſilia revocant organica corpora, Theologorum munere quaſi functi in ſcenam veniunt, idque divinare aſpirant. Ex Teſtaceis, Cruſtaceiſve foſſilibus vix ab ovo excluſis, ex Carpolithis, ſive vegetabilibus floreſcentibus vel fructeſcentibus lapidefactis hanc enodare controverſiam ſibi fingunt. Eximius ille Philoſophus Anglus Woodvardus in ſua Phyſica Geographia, Scheuchzerus



T.V.P.I.

rus ex triticea ſpica in Glaronenſibus lapidicinis adinventa, aliique Philoſophi majo menſe ſignanter Noachici Diluvii initium ſtatuunt. Si hoc Quercus Moluccæ folium partiali exſiccatione inſignitum in eorum manus incidiſſet, novo quaſi indubio teſte muniti ſententiam ſuam confirmare autumarent, cum Moluccis, aliiſque indicis propinquis regionibus, ubi proceræ hæ Arbores ſponte inhabitant, annua pluviarum tempeſtas ſive hyems ineunte majo menſe certa lege exordiatur; quo tempore indicarum Arborum permulta decidunt, areſcuntque folia, id perſæpe adnotante Georgio Everardo Rumphio in dicto Herbario Amboinenſi. At tricas haſce Theologis, ſacriſque Chronologis Naturales Hiſtorici meo conſilio de bono, & æquo remittant. Quibus vero de cauſis hanc ſolvere quæſtionem Idiomorfis lapidibus nequeant Oryctologi, quibus validiſſimis argumentis contra non nullorum ſententias de Petrefactorum natura congeries hæc contendat, quibus denique characteribus, & notis veterem Phytotypolitorum, vel recentiorem originem dignoſcam ego, & ſtatuam, alias favente Deo referam; nunc vero nimius eſſem. Quis enim veſtrum, Sodales optimi, ornatiſſimique, non videat, in hoc tam copioſo argumento me paucis expediri minime poſſe.

VINCENTII RICCATI SOC. JESU.

De motibus liberis, & curvilineis corporum projectorum, quæ ſeſe attrahaunt per funem inextenſibilem tranſeuntem per datum punctum.

I. A Problemate maxime ſimplici exordium duco, in quo pono corpus A (*Fig.* 1.) conjunctum cum corpore B per filum AKB, quod ſemper inflectitur in puncto K, projici per directionem quamcumque AS data cum velocitate. Quæritur autem, quænam ſit curva a corpore A deſcripta, & quænam utriuſque corporis A, B in punctis ſingulis velocitas. Hoc tamen advertendum eſt, corpori B item communicandam eſſe velocitatem, quam determinat conſtans longitudo funis, qui diſtenſionem non patitur. Si enim inderetur velocitas corpori A, non autem corpori B, ſequeretur inſtantanea quædam motus communicatio, quæ ad rem noſtram non facit. Ut autem definias proportionem inter velocitates communicandas corporibus A, B, ſit longitudo fili AKB, & ſumatur minima A*a* in directione AS. Si corpus A collocetur in *a*, & filum extendatur, B abibit in *b*: ergo quo tempore A percurret *a*A, corpus B percurret *b*B. Hæc igitur erit proportio velocitatum corporum A, B, nempe *a*A : *b*B.

Centro K intervallo K*a* deſcribatur arcus minimus *an*. Quoniam longitudo fili conſtans eſt, erit $aKb = AKB$: Ergo detractis æqualibus remanebit $Bb = An$: igitur corporum A, B velocitates ſeſe habebunt ut $Aa : An$. Directioni AS agatur normalis AQ, & parallela KQ. Similia ſunt triangula *a*A*n*, AKQ: ergo $Aa : An :: AK : KQ$. Quare ejuſmodi celeritas danda eſt mobili B, quæ ſit ad velocitatem corporis A, ut KQ : AK. Q. E. Inv.

His præmiſſis problema aggredior, ac primum denomino quantitates conſtantes. Vocetur $AK = b$, $KQ = P$, $AQ = Q$, ut valeat æqualitas $bb = PP + QQ$. Velocitas corporis $A = C$, corporis $B = c$, ut ſit $C : c :: b : cP$. Corpus A projectum

per

per AS deſcribat curvam ACc, interim dum corpus B attractum a filo percurrit lineam BDd. Dum corpus A pervenit in C, ponamus corpus B perveniſſe in D. Primum eodem tempore percurrat elementum curvæ Cc, alterum elementum rectæ Dd. Ex C normali curvæ agatur CP, cui ſit perpendicularis KP. Vocetur $KC = y$, $cm = Dd = dy$, $CP = q$, $KP = p$, ut ſit $yy = pp + qq$. Velocitas corporis A in $C = V$, velocitas corporis B in $D = u$, ut ſit $V : u :: y : p$: demum voca funis tenacitatem $= T$.

Principium actionis præbet duas haſce æquationes 1. $Tdy = Budu$, 2. $Tdy = -AVdV$. Detrahe ſecundam a prima, & habebis $AVdV + Budu = o$: ergo facta integratione $AV^2 + Bu^2 = AC^2 + Bc^2$. Fit autem ejuſmodi conſtantis additio, ut quum $V = C$, etiam ſit $u = c$. Æquatio continet principium conſervationis virium vivarum, quod nunquam poteſt deficere, quum aut nulla exercetur actio, aut duæ exercentur ad utramque partem æquales, & contrariæ. Hoc autem accidit in caſu noſtro, in quo funis quantum agit adverſus corpus A, a quo diſtenditur, tantum agit ſeſe contrahendo adverſus corpus B.

Æqualitas vis centripetæ, & centrifugæ dat æquationem $\frac{Tq}{y} = \frac{AV^2}{R}$. R eſt radius oſculi, qui $= \frac{ydy}{dq}$. Hoc valore ſubſtituto fit 3. $\frac{Tqdy}{dq} = AV^2$. Per hanc dividens ſecundam invenies $\frac{dq}{q} = \frac{-dV}{V}$, & integrando $qV = QC$; ea additur conſtans, quæ efficit, ut, quum evadit $V = C$, fiat $q = Q$.

Prima, & tertia exhibet duos valores T, nimirum $T = \frac{Budu}{dy}$, $T = \frac{AV^2dq}{qdy}$: igitur $Budu = \frac{AV^2dq}{q}$, ſive ſubſtituto valore V dato per q fiet $\frac{AQ^2C^2dq}{q^3} = Budu$, & facta integratione ita, ut tranſeunte q in Q tranſeat u in c fit $AC^2 + Bc^2 - \frac{AQ^2C^2}{q^2} = Bu^2$: atqui $u : V :: dy : ds$: ergo $u = \frac{Vdy}{ds} = \frac{QCdy}{qds}$. Itaque habebimus $AC^2 + Bc^2 - \frac{AQ^2C^2}{q^2}$

=

$= \frac{BQ^2C^2dy^2}{q^2ds^2}$, ſive $\overline{AC^2 + Bc^2} \cdot q^2ds^2 - AQ^2C^2ds^2 = BQ^2C^2dy^2$: atqui $qds = ydx$: igitur $\overline{AC^2 + Bc^2} \cdot y^2dx^2 - AQ^2C^2ds^2 = BQ^2C^2dy^2$, quæ æquatio nihil continet præter lineas ad curvam A C c pertinentes, adeoque naturam curvæ demonſtrat. Hoc ſolum adverto, curvæ naturam nihil dependere a velocitate, quæ communicatur corpori A, ſed ſolum a directione, per quam projicitur: nam quum ſit $c : C :: P : b$, erit $c = \frac{PC}{b}$: ergo $\overline{AC^2 + \frac{BP^2C^2}{b^2}} \cdot y^2dx^2 - AQ^2C^2ds^2 = BQ^2C^2dy^2$, ſive $\overline{Ab^2 + BP^2} \cdot y^2dx^2 - Ab^2Q^2ds^2 = Bb^2Q^2dy^2$, in quam non ingreditur C. Sed priorem æquationem retinebimus.

Subſtituens in æquatione $dx^2 + dy^2$ pro ds^2 invenies $\overline{\overline{AC^2 + Bc^2} \cdot y^2 - AQ^2C^2} \cdot dx^2 = \overline{AQ^2C^2 + BQ^2C^2} \cdot dy^2$, ſive $dx = \frac{QC\sqrt{A + B} \cdot dy}{\sqrt{\overline{AC^2 + Bc^2} \cdot y^2 - AQ^2C^2}}$. Quoniam dx eſt minimus arcus circuli deſcriptus radio variabili $= y$, ut ejus loco introducatur elementum dz deſcriptum radio conſtante $= a$, fiat $dx : dz :: y : a$: ergo $dx = \frac{ydz}{a}$. Itaque æquatio hæc proveniet $\frac{dz}{a} = \frac{QC\sqrt{A + B} \cdot dy}{y\sqrt{\overline{AC^2 + Bc^2} \cdot y^2 - AQ^2C^2}}$, cujus conſtructio dependet a diviſione arcus circularis in ratione data.

Si in æquatione ſuperiore pro dx^2 ponamus $ds^2 - dy^2$, nanciſcemur $ds = \frac{dy\sqrt{\overline{AC^2 + Bc^2} \cdot y^2 + BQ^2C^2}}{\sqrt{\overline{AC^2 + Bc^2} \cdot y^2 - AQ^2C^2}}$

$= \frac{dy\sqrt{y^2 + \frac{BQ^2C^2}{AC^2 + Bc^2}}}{\sqrt{y^2 - \frac{AQ^2C^2}{AC^2 + Bc^2}}}$, quæ ad ſui integrationem indiget

cum

cum Ellypſis, tum Hyperbolæ rectificatione. Proportio vero inter elementa ds, dy erit hujuſmodi

$$ds : dy :: \sqrt{\overline{AC^2 + Bc^2}.y^2 + BQ^2C^2} : \sqrt{\overline{AC^2 + Bc^2}.y^2 - AQ^2C^2}.$$

Novimus eſſe $q = \frac{y\,dx}{ds}$: ergo valoribus elementorum ds, dx ſubſtitutis, fiet $q = \frac{y.QC.\sqrt{A+B}}{\sqrt{\overline{AC^2+Bc^2}.y^2+BQ^2C^2}}$: atqui inventa eſt $V = \frac{QC}{q}$. Ergo $V = \frac{\sqrt{\overline{AC^2+Bc^2}.y^2+BQ^2C^2}}{y\sqrt{A+B}}$.

Verum $ds : dy :: V : u$: ergo $u = \frac{\sqrt{\overline{AC^2+Bc^2}.y^2-AQ^2C}}{y\sqrt{A+B}}$.

Quare inventæ ſunt amborum corporum A, B velocitates.

Quandoquidem $uu = \frac{AC^2+Bc^2}{A+B} - \frac{AQ^2C^2}{\overline{A+B}.y^2}$, erit ſumptis differentiis $udu = \frac{AQ^2C^2dy}{\overline{A+B}.y^3}$: ergo $\frac{Budu}{dy} = T = \frac{ABQ^2C^2}{\overline{A+B}.y^3}$.

Formula hæc exhibens fili tenacitatem nos deducit ad hypotheſim potentiarum, quæ ſunt in ratione reciproca triplicata diſtantiarum a centro.

Hypotheſim hanc tractavi in diſquiſitione *De motibus liberis, & curvilineis in vacuo*, quæ edita eſt in Tomo quarto Academiæ Bononienſis. Licebit itaque uti illis conſtructionibus, dummodo determinetur, quænam ſit longitudo, per quam mobile actum a potentia, quæ habetur in puncto A, aquirat velocitatem $= C$. Quando generatim tenacitas fili $= \frac{ABQ^2C^2}{\overline{A+B}.y^3}$, facta $y = b$, erit tenacitas fili in puncto A $= \frac{ABQ^2C^2}{\overline{A+B}.b^3}$. Quapropter ſi L ſit longitudo, per quam ab hac potentia gignitur velocitas C in corpore A, fiet $\frac{2ABQ^2C^2}{\overline{A+B}.b^3}.L = AC^2$: ergo $L = \frac{\overline{A+B}.b^3}{2BQ^2}$.

 Hoc

Hoc determinato revoca conſtructiones, quas in citata diſquiſitione expoſui. Quum autem non poſſit eſſe $L < \frac{b^3}{2Q^2}$, quæ huic caſui accommodatæ ſunt, ad rem noſtram non faciunt. Caſum, ubi $L = \frac{b^3}{2Q^2}$, habebimus, quoties aut corpus A ſit infiniteſimum, aut B infinitum.

II. Hæc eadem methodus valet, tametſi corpus B non moveatur in linea recta tranſeunte per punctum K, (*Fig.* 2.) ſed cogatur moveri in curva quacumque B D d. Etenim cæteris denominationibus conſervatis vocetur $Cc = dS$, $Cm = dX$, $Dd = ds$, $dn = dx$:, habebimus æquationes duas 1. $Tdy = Budu$, 2. $Tdy = -AVdV$, ex quibus, ut ſupra, naſcitur æquatio $AV^2 + Bu^2 = AC^2 + Bc^2$. Æqualitas inter vires centripetam, & centrifugam præbet 3. $\frac{Tqdy}{dq} = AV^2$, quæ cum ſecunda conjuncta exhibet $V = \frac{QC}{q}$.

Æquatis duobus valoribus T fiet $\frac{AV^2dq}{qdy} = Budu$, ſeu ſubſtituto valore V, $\frac{AQ^2C^2dq}{q^3} = Budu$, & integrando $AC^2 + Bc^2 - \frac{AQ^2C^2}{q^2} = Bu^2$: atqui in caſu noſtro $u : V = \frac{QC}{q} :: ds : dS$: ergo $u = \frac{QCds}{qdS}$, & ſubſtituendo $\overline{AC^2 + Bc^2}.q^2 - AQ^2C^2 = \frac{BQ^2C^2ds^2}{dS^2}$, & ſubſtituto valore q fiet $\overline{AC^2 + Bc^2}.y^2dX^2 - AQ^2C^2dS^2 = BQ^2C^2ds^2$. Quum autem, vocata longitudine fili $AKB = f$, propter datam curvam B D d, detur ds per dy, & $f - y$, in æquatione nihil habetur præter quantitates ad curvam A C c ſpectantes, adeoque curvæ æquatio erit inventa.

Indeterminatas ſeparabis, ſi ponas $ds = pdy$, in qua p data erit per y, & conſtantes. Nam facto $dS^2 = dX^2 + dy^2$ naſcetur æquatio $\overline{AC^2 + Bc^2}.y^2dX^2 - AQ^2C^2dX^2 = BQ^2C^2p^2dy^2 + AQ^2C^2dy^2$, ſeu

dX

$dX = \frac{QCdy\sqrt{Bp^2 + A}}{\sqrt{AC^2 + Bc^2 . y^2 - AQ^2C^2}}$, cujus conſtructio eſt in poteſtate. Ut invenias dS pro dX^2 pone $dS^2 - dy^2$, & habebis $dS = \frac{dy\sqrt{AC^2 + Bc^2 . y^2 + BQ^2C^2p^2}}{\sqrt{AC^2 + Bc^2 . y^2 - AQ^2C^2}}$.

His determinatis facile eſt, ſpeciem q determinare. Nam $q = \frac{ydX}{dS} = \frac{QCy\sqrt{Bp^2 + A}}{\sqrt{AC^2 + Bc^2 . y^2 + BQ^2C^2p^2}}$. Quoniam vero

$V = \frac{QC}{q}$, habebimus $V = \frac{\sqrt{AC^2 + Bc^2 . y^2 + BQ^2C^2p^2}}{y\sqrt{Bp^2 + A}}$: ſed

$u : V :: pdy : dS$: ergo $u = \frac{p\sqrt{AC^2 + Bc^2 . y^2 - AQ^2C^2}}{y\sqrt{Bp^2 + A}}$. Habes itaque utriuſque corporis velocitates. Tenacitatem autem fili obtinebis, ſi dividas aut differentiam Bu^2 per $2dy$, aut differentiam AV^2 per $-2dy$.

Si p ſit conſtans, invenies $\frac{Budu}{dy} = T = \frac{ABQ^2C^2p^2}{y^3 . Bp^2 + A}$, quæ pariter eſt in ratione reciproca triplicata diſtantiarum. Linea autem, per quam graditur corpus B in hoc caſu, vel eſt linea recta tranſiens per punctum K, ſi $p = 1$, vel ſpiralis logarithmica, ſi $p > 1$. Species autem p nequit minor eſſe unitate.

III. Suppoſuimus hactenus, nullam fuiſſe applicatam potentiam corporibus A, B præter fili tenacitatem. Verum reaſſumpta prima hypotheſi corporis B deſcribentis lineam rectam BK, (*Fig. 1.*) retentiſque denominationibus N. I adhibitis, ponamus B applicatam potentiam $= f$, A vero potentiam $= F$, quarum utraque trahat ad punctum K. In hac hypotheſi principium actionis ſtatim offert æquationes duas, 1. $Tdy + fdy = Budu$, 2. $Tdy + Fdy = -AVdV$.

Secunda dematur ex prima, ut ſit $AVdV + Budu = \overline{f - F}.dy$, & integrando $AV^2 + Bu^2 = AC^2 + Bc^2 + 2S\,\overline{\overline{f - F}.dy}$, quæ ſummatoria ita accipi debet, ut evaneſcat facta, $V = C$, & $u = c$. Noviſſima æqualitas continet principium actionis, nimirum ut tanta vis viva inſit in corporibus A, B, quantam initio habebant, addita, vel detracta ea, quæ producitur, vel deſtruitur a potentiarum actionibus. Æquatio exhibita ab æqualitate vis centrifugæ, & centripetæ eſt $\frac{\overline{T + F}.q}{y} = \frac{AV^2}{R}$, ſive 3. $\frac{\overline{T + F}.qdy}{dq} = AV^2$, per quam, ſi ſecundam dividas, habebis $\frac{dq}{q} = -\frac{dV}{V}$, aut $qV = QC$.

Duo valores T, quos exhibent tertia, & prima æquatio, ſunt hujuſmodi $T = \frac{AV^2dq}{qdy} - F$, $T = \frac{Budu}{dy} - f$: igitur $Budu - fdy = \frac{AV^2dq}{q} - Fdy$: atqui $V = \frac{QC}{q}$: ergo $Budu - fdy = \frac{AQ^2C^2dq}{q^3} - Fdy$, & integrando $Bu^2 - 2Sfdy = AC^2 + Bc^2 - \frac{AQ^2C^2}{q^2} - 2SFdy$: atqui $u = \frac{Vdy}{ds} = \frac{QCdy}{qds}$: igitur $\frac{BQ^2C^2dy^2}{q^2ds^2} - 2Sfdy = AC^2 + Bc^2 - \frac{AQ^2C^2}{q^2} - 2SFdy$: ſed $q = \frac{ydx}{ds}$: ergo $\frac{BQ^2C^2dy}{y^2dx^2} - 2Sfdy = AC^2 + Bc^2 - \frac{AQ^2C^2ds^2}{y^2dx^2} - 2SFdy$. Eliminata autem ds^2, reductaque æquatione, habebis

$$\frac{QC.\sqrt{\overline{A+B}}.dy}{\sqrt{\overline{AC^2 + Bc^2}.y^2 + 2y^2.S\overline{f - F}.dy - AQ^2C^2}} = dx = \frac{ydz}{a}.$$

Si ejicias ab æquatione dx, nanciſceris

dy

$$\frac{dy\sqrt{\overline{AC^2+Bc^2}.y^2+2y^2.S\overline{f-F}.dy+BQ^2C^2}}{\sqrt{\overline{AC^2+Bc^2}.y^2+2y^2.S\overline{f-F}.dy-AQ^2C^2}}=ds.$$ Ex his reperies $q=\frac{ydx}{ds}=\frac{QCy\sqrt{A+B}}{\sqrt{\overline{AC^2+Bc^2}.y^2+2y^2.S\overline{f-F}.dy+BQ^2C^2}}$.

Itaque $V=\frac{QC}{q}=\frac{\sqrt{\overline{AC^2+Bc^2}.y^2+2y^2.S\overline{f-F}.dy+BQ^2C^2}}{y\sqrt{A+B}}$.

Igitur $u=\frac{Vdy}{ds}=\frac{\sqrt{\overline{AC^2+Bc^2}.y^2+2y^2.S\overline{f-F}.dy-AQ^2C^2}}{y\sqrt{A+B}}$.

Ut inventis velocitatibus fili tenacitatem determines, ſume differentiam æquationis

$V^2=\frac{AC^2+Bc^2}{A+B}+\frac{2S\overline{f-F}.dy}{A+B}+\frac{BQ^2C^2}{y^2.\overline{A+B}}$, per quam invenies $AVdV=\frac{A.\overline{f-F}.dy}{A+B}-\frac{ABQ^2C^2dy}{y^3.\overline{A+B}}$: atqui $T=\frac{-AVdV}{dy}-F$: ergo $T=\frac{-Af+AF}{A+B}+\frac{ABQ^2C^2}{y^3.\overline{A+B}}-F$, ſive $T=\frac{-Af-BF}{A+B}+\frac{ABQ^2C^2}{y^3.\overline{A+B}}$.

Ut corpus B motu æquabili moveatur, neceſſe eſt, ut potentia ipſi applicata ſit æqualis, & contraria cordæ tenacitati. Ponamus primo $F=0$. Habebimus itaque

$-f=\frac{-Af}{A+B}+\frac{ABQ^2C^2}{y^3.\overline{A+B}}$, aut $-f=\frac{AQ^2C^2}{y^3}$. Quare $fdy=\frac{-AQ^2C^2dy}{y^3}$, & integrando $2Sfdy=\frac{AQ^2C^2}{y^2}-\frac{AQ^2C^2}{b^2}$: qui valor in formulas introductus dabit æquationem curvæ

bQC

$$\frac{bQC.\sqrt{\overline{A+B}}.dy}{y.\sqrt{AC^2.\overline{b^2-Q^2}+Bb^2c^2}}=dx=\frac{ydz}{a}$$, quæ eſt ad ſpiralem hyperbolicam. Tenacitas autem fili fiet $T=\frac{AQ^2C^2}{\overline{A+B}.y^3}+\frac{ABQ^2C^2}{\overline{A+B}.y^3}=\frac{AQ^2C^2}{y^3}$, quæ nihil dependet a magnitudine corporis B. Per hoc ſolutum remanet ſequens problema. Invenire curvam deſcriptam a corpore projecto A, cui conjungitur per funem inextenſibilem tranſeuntem per punctum K corpus B, quod cogitur per lineam BK iter facere motu æquabili.

Neque vero diverſa ſunt conſectaria, ſi ſpectes quoque potentiam F. Namque ut corporis B motus ſit uniformis, debet $-f=\frac{-Af-BF}{A+B}+\frac{ABQ^2C^2}{\overline{A+B}.y^3}$, aut $-f+F=\frac{AQ^2C^2}{y^3}$: ergo $\overline{f-F}.dy=\frac{-AQ^2C^2dy}{y^3}$. Facta integratione $2S\overline{f-F}.dy=\frac{AQ^2C^2}{y^2}-\frac{AQ^2C^2}{b^2}$, qui valor introductus in formulam curvæ præbet $\frac{bQC.\sqrt{\overline{A+B}}.dy}{y\sqrt{AC^2.\overline{b^2-Q^2}+Bb^2c^2}}=dx=\frac{ydz}{a}$, quæ coincidit cum ſuperiore. Tenacitas autem fili fiet $T=\frac{-AF-BF}{A+B}+\frac{A^2Q^2C^2+ABQ^2C^2}{\overline{A+B}.y^3}=-F+\frac{AQ^2C^2}{y^3}$, quæ non dependet a magnitudine corporis B. Verum T+F, quæ eſt potentia applicata corpori A, ſervat rationem reciprocam triplicatam diſtantiarum a centro K.

Poſui corpus B iter facere per rectam BK: ſed etiamſi aliam quamcumque lineam cogeretur deſcribere, methodus ſolvendi problema diverſa non eſſet, neque calculus difficilior.

IV. Neque difficilior erit problematis ſolutio, ſi utrumque corpus projiciatur, ut utrumque motu libero curvam deſcribat. Sint itaque corpora A, B (*Fig.* 3.) conjuncta filo in-

indiſtrahibili AKB tranſeunte per punctum K. Projiciatur utrumque, A per directionem AS, B per directionem $B\overset{|}{S}$. Determinemus proportionem, quæ intercedere debet inter velocitates corporum projectorum, ut nulla inſtantanea facienda ſit motus communicatio. Duc AQ, $B\overset{|}{Q}$ duabus directionibus perpendiculares, quibus agantur normales KQ, $K\overset{|}{Q}$. Velocitas, qua projicitur corpus A, debet eſſe ad velocitatem, qua projicitur corpus B, in ratione compoſita directa AK : BK, & inverſa KQ : $K\overset{|}{Q}$, ſive in ratione inverſa ſinuum angulorum AKQ, $BK\overset{|}{Q}$, aut angulorum projectionis SAK, $\overset{|}{S}BK$, hac obſervata cautione, ut ſi A projiciatur ad partem anguli obtuſi, projiciatur B ad partem anguli acuti, & viceverſa.

Deſcribat corpus A curvam AC, & corpus B eodem tempore curvam $B\overset{|}{C}$. Sint CP, $\overset{|}{C}\overset{|}{P}$ normales curvis, atque ad angulos rectos in has incidant KP, $K\overset{|}{P}$. Iiſdem literis utemur tum relate ad corpus A, tum relate ad corpus B; ſed quæ ad corpus B ſpectant ſignabatur indice ı. Vocetur $KA = b$, $KB = \overset{|}{b}$, ut longitudo fili ſit $= b + \overset{|}{b}$, $AQ = Q$, $B\overset{|}{Q} = \overset{|}{Q}$, velocitas in $A = C$, velocitas in $B = \overset{|}{C}$, $KC = y$, $K\overset{|}{C} = \overset{|}{y}$, ut ſit $y + \overset{|}{y} = b + \overset{|}{b}$, & $dy = - d\overset{|}{y}$. Velocitas in $C = u$, in $\overset{|}{C} = \overset{|}{u}$, elementum curvæ $AC = ds$, $B\overset{|}{C} = d\overset{|}{s}$; arcus deſcriptus centro K radio $KC = dx$, radio autem $K\overset{|}{C}$ $= d\overset{|}{x}$. Demum ſit $CP = q$, $\overset{|}{C}\overset{|}{P} = \overset{|}{q}$, & fili tenacitas $= T$. His poſitis.

Principium actionis dat duas æquationes 1. $T\,dy = - A\,u\,du$, 2. $T\,d\overset{|}{y} = - B\,\overset{|}{u}\,d\overset{|}{u}$. Æqualitas virium centrifugæ, & centripetæ duas alias ſuppeditat, 3. $\frac{T\,q\,dy}{dq} = A\,u^2$, 4. $\frac{T\,\overset{|}{q}\,d\overset{|}{y}}{d\overset{|}{q}} = B\,\overset{|}{u}\,\overset{|}{u}$. Ultima æquatio ex eo deducitur, quod velocitates ſint oportet ut elementa curvarum, nempe

5. $u : u' :: ds : ds'$. Hiſce quinque æquationibus ſtatutis, hac methodo curvarum deſcriptarum æquationem inveniemus.

Comparatio primæ, & ſecundæ æquationis, quando $dy = -dy'$, dat $Bu'du' = -Audu$: igitur facta integratione $AC^2 + BC'^2 = Au^2 + Bu'^2$. Comparatio primæ, & tertiæ præbet $\frac{dq}{q} = \frac{-du}{u}$: ergo $QC = qu$. Similiter collatio ſecundæ, & quartæ præbebit $Q'C' = q'u'$.

Demum comparatio tertiæ, & quartæ exhibet $\frac{Au^2dq}{qdy} = \frac{Bu'^2dq'}{q'dy'}$, & ſubſtituendo inventos valores u, u' fiet æquatio $\frac{AQ^2C^2dq}{q^3} = \frac{-BQ'^2C'^2dq'}{q'^3}$. Hæc integrata cum opportuna conſtantis additione præbet $AC^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2C^2}{q^2} + \frac{BQ'^2C'^2}{q'^2}$, quæ ex illa, quæ continet æqualitatem virium vivarum, poterat immediate deduci: atqui $q = \frac{ydx}{ds}$, $q' = \frac{y'dx'}{ds'}$: ergo orietur æquatio $AC^2 + BC'^2 = \frac{AQ^2C^2ds^2}{y^2dx^2} + \frac{BQ'^2C'^2ds'^2}{y'^2dx'^2}$, & facto $ds^2 = dx^2 + dy^2$, & $ds'^2 = dx'^2 + dy'^2$, fiet æquatio, quam dicam ſextam, 6. $AC^2 + BC'^2 = \frac{AQ^2C^2}{y^2} + \frac{BQ'^2C'^2}{y'^2} + \frac{AQ^2C^2dy^2}{y^2dx^2} + \frac{BQ'^2C'^2dy'^2}{y'^2dx'^2}$.

Nunc confugiamus ad æquationem quintam $u : u'$, ſive $\frac{QC}{q} : \frac{Q'C'}{q'}$, ſive $\frac{QCds}{ydx} : \frac{Q'C'ds'}{y'dx'} :: ds : ds'$: ergo

7. $QC : Q'C' :: ydx : y'dx'$, quam ſeptimam appellabo.

Si

Si velis curvam deſcriptam a puncto A, inveni per ſeptimam valorem $d\overset{|}{x}$, & ſubſtitue in ſexta, & habebis æquationem quæſitam: nam y data eſt per $\overset{|}{y}$. Si vero velis æquationem curvæ deſcriptæ a corpore B, fac reperias in ſeptima valorem dx, & colloces in ſexta; prodibit enim æquatio quæſita.

Itaque inveniemus $d\overset{|}{x} = \frac{\overset{|}{Q}\overset{|}{C}ydx}{QC\overset{|}{y}}$: ergo $AC^2 + B\overset{|}{C}^2 =$

$$\frac{AQ^2C^2}{y^2} + \frac{B\overset{|}{Q}^2\overset{|}{C}^2}{\overset{|}{y}^2} + \frac{AQ^2C^2dy^2}{y^2dx^2} + \frac{BQ^2C^2d\overset{|}{y}^2}{y^2dx^2},$$

ſive poſito dy^2 pro $d\overset{|}{y}^2$, ſunt enim æquales,

$$\overline{AC^2 + B\overset{|}{C}^2}\,.\,y^2dx^2 - AQ^2C^2dx^2 - \frac{B\overset{|}{Q}^2\overset{|}{C}^2y^2dx^2}{\overset{|}{y}^2} =$$

$\overline{A+B}\,.\,Q^2C^2dy^2$, ſive $\overline{AC^2+B\overset{|}{C}^2}\,.\,y^2\,.\,\overset{|}{y}^2dx^2 -$ $AQ^2C^2\overset{|}{y}^2dx^2 - B\overset{|}{Q}^2\overset{|}{C}^2y^2dx^2 = \overline{A+B}\,.\,Q^2C^2\overset{|}{y}^2dy^2$.

Demum $dx = \dfrac{\pm\overset{|}{y}dyQC\,.\,\sqrt{A+B}}{\sqrt{\overline{AC^2+B\overset{|}{C}^2}\,.\,y^2\,.\,\overset{|}{y}^2 - AQ^2C^2\overset{|}{y}^2 - B\overset{|}{Q}^2\overset{|}{C}^2y^2}}$.

In qua æquatione, quæ pertinet ad curvam deſcriptam a corpore A, quoniam $\overset{|}{y}$ datur per y, eſt enim $\overset{|}{y} = b + \overset{|}{b} - y$, indeterminatæ ſeparatæ inveniuntur.

Eadem methodo determinabis æquationem curvæ deſcriptæ a corpore B, nimirum

$$dx = \frac{\mp yd\overset{|}{y}\,.\,\overset{|}{Q}\overset{|}{C}\,.\,\sqrt{A+B}}{\sqrt{\overline{AC^2+B\overset{|}{C}^2}\,.\,y^2\,.\,\overset{|}{y}^2 - AQ^2C^2\overset{|}{y}^2 - B\overset{|}{Q}\,\overset{|}{C}^2y^2}}.$$

Ex his nullo negotio inveniemus

$$ds = \frac{dy\sqrt{\overline{AC^2+B\overset{|}{C}^2}\,.\,y^2\,.\,\overset{|}{y}^2 + BQ^2C^2\overset{|}{y}^2 - B\overset{|}{Q}^2\overset{|}{C}^2y^2}}{\sqrt{\overline{AC^2+B\overset{|}{C}^2}\,.\,y^2\,.\,\overset{|}{y}^2 - AQ^2C^2\overset{|}{y}^2 - BQ^2\overset{|}{C}^2y^2}}:\ \text{ergo}$$

$$\frac{u\,dx}{ds} = q = \frac{y\,.\,\overset{|}{y}\,.\,QC\,.\sqrt{A+B}}{\sqrt{\overline{AC^2+B\overset{|}{C}{}^2}\,.\,y^2\,.\,\overset{|}{y}{}^2 + BQ^2C^2\,\overset{|}{y}{}^2 - B\overset{|}{Q}{}^2\overset{|}{C}{}^2\,y^2}} :$$

Igitur $u = \dfrac{\sqrt{\overline{AC^2+B\overset{|}{C}{}^2}\,.\,y^2\,.\,\overset{|}{y}{}^2 + BQ^2C^2\,\overset{|}{y}{}^2 - B\overset{|}{Q}{}^2\overset{|}{C}{}^2\,y^2}}{y\,.\,\overset{|}{y}\,.\sqrt{A+B}}$, &

$u^2 = \dfrac{AC^2+B\overset{|}{C}{}^2}{A+B} + \dfrac{BQ^2C^2}{\overline{A+B}\,.\,y^2} - \dfrac{B\overset{|}{Q}{}^2\overset{|}{C}{}^2}{\overline{A+B}\,.\,\overset{|}{y}{}^2}$: igitur facta differentiatione, & pro $d\overset{|}{y}$ poſita $-dy$ fiet

$\dfrac{-A\,u\,du}{dy} = T = \dfrac{ABQ^2C^2}{\overline{A+B}\,.\,y^3} + \dfrac{AB\overset{|}{Q}{}^2\overset{|}{C}{}^2}{\overline{A+B}\,.\,\overset{|}{y}{}^3}$.

Simili modo invenies

$$d\overset{|}{s} = \frac{d\overset{|}{y}\sqrt{\overline{AC^2+B\overset{|}{C}{}^2}\,.\,y^2\,.\,\overset{|}{y}{}^2 + A\overset{|}{Q}{}^2\overset{|}{C}{}^2\,y^2 - AQ^2C^2\,\overset{|}{y}{}^2}}{\sqrt{\overline{AC^2+B\overset{|}{C}{}^2}\,.\,y^2\,.\,\overset{|}{y}{}^2 - AQ^2C^2\,y^2 - B\overset{|}{Q}{}^2\overset{|}{C}{}^2\,\overset{|}{y}{}^2}} : \text{igitur}$$

$$\frac{\overset{|}{y}\,d\overset{|}{x}}{d\overset{|}{s}} = \overset{|}{q} = \frac{y\,.\,\overset{|}{y}\,.\,\overset{|}{Q}\overset{|}{C}\sqrt{A+B}}{\sqrt{\overline{AC^2+B\overset{|}{C}{}^2}\,.\,y^2\,.\,\overset{|}{y}{}^2 + A\overset{|}{Q}{}^2\overset{|}{C}{}^2\,y^2 - AQ^2C^2\,y^2}} ;$$

Quare $\overset{|}{u} = \dfrac{\sqrt{\overline{AC^2+B\overset{|}{C}{}^2}\,.\,y^2\,.\,\overset{|}{y}{}^2 + A\overset{|}{Q}{}^2\overset{|}{C}{}^2\,y^2 - AQ\,C^2\,\overset{|}{y}{}^2}}{y\,.\,\overset{|}{y}\sqrt{A+B}}$, &

$\overset{|}{u}{}^2 = \dfrac{AC^2+B\overset{|}{C}{}^2}{A+B} + \dfrac{A\overset{|}{Q}{}^2\overset{|}{C}{}^2}{\overline{A+B}\,.\,\overset{|}{y}{}^2} - \dfrac{AQ^2C^2}{\overline{A+B}\,.\,y^2}$. Itaque ſumptis differentiis, & poſito $-d\overset{|}{y}$ pro dy, fiet

$\dfrac{-B\,\overset{|}{u}\,d\overset{|}{u}}{d\overset{|}{y}} = T = \dfrac{AB\overset{|}{Q}{}^2\overset{|}{C}{}^2}{\overline{A+B}\,.\,\overset{|}{y}{}^3} + \dfrac{ABQ^2C^2}{\overline{A+B}\,.\,y^3}$, quemadmodum ſupra.

V. Nunc

V. Nunc aggredior conſiderare duo, aut plura corpora (*Fig.* 4.) A, $\overset{|}{A}$, quæ cum corpore B connectantur per fila AKB, $\overset{|}{A}$KB, quæ tranſeant, & inflectantur in puncto K. Projiciantur corpora $\overset{|}{A}$, A ea conditione, quæ ſupra explicata eſt, & deſcribant curvas A C *c*, $\overset{|}{A}\overset{|}{C}\overset{|}{c}$, deſcribente interim corpore B rectam BDK. Eo tempore, quo corpus B pervenit ad D, perveniant corpora A, $\overset{|}{A}$ ad puncta C, $\overset{|}{C}$; tum deſcribente corpore B elementum D*d*, alia deſcribant elementa C*c*, $\overset{|}{C}\overset{|}{c}$. Agantur KC, K$\overset{|}{C}$, & arcus C*m*, $\overset{|}{C}$*m*. Sint CP, $\overset{|}{C}\overset{|}{P}$ normales, KP, K$\overset{|}{P}$ parallelæ curvarum tangentibus.

Sint $KC = y$, $K\overset{|}{C} = \overset{|}{y}$, ex quibus quantitatibus altera datur per alteram; aut enim æquales ſunt, aut differunt per lineam conſtantem. Erunt $cm = dy$, $\overset{|}{c}\overset{|}{m} = d\overset{|}{y}$, & fiet $dy = d\overset{|}{y}$, & per eaſdem ſpecies exprimetur D*d*. Sint $Cm = dx$, $\overset{|}{C}\overset{|}{m} = d\overset{|}{x}$, $CP = q$, $\overset{|}{C}\overset{|}{P} = \overset{|}{q}$. Similes normales pertinentes ad puncta A, $\overset{|}{A}$ vocentur Q, $\overset{|}{Q}$. Velocitas in $C = V$, in $\overset{|}{C} = \overset{|}{V}$, in $D = u$. Tenacitas fili $CKB = T$, fili vero $\overset{|}{C}KB = \overset{|}{T}$.

Hiſce denominationibus effectis principium actionis præbet tres haſce æquationes 1. $\overline{T + \overset{|}{T}}\,.\,dy = Budu$, 2. $Tdy = -AVdV$, 3. $\overset{|}{T}d\overset{|}{y} = -\overset{|}{A}\overset{|}{V}d\overset{|}{V}$. Simul additis ſecunda, & tertia, quia $dy = d\overset{|}{y}$, fiet $\overline{T + \overset{|}{T}}\,.\,dy = -AVdV - \overset{|}{A}\overset{|}{V}d\overset{|}{V}$. Hæc detrahatur a prima, ut fiat $AVdV + \overset{|}{A}\overset{|}{V}d\overset{|}{V} + Budu = o$: ergo integrando cum congrua additione conſtantis $AV^2 + \overset{|}{A}\overset{|}{V}^2 + Bu^2 = AC^2 + \overset{|}{A}\overset{|}{C}^2 + Bc^2$, quæ continet conſervationem virium vivarum.

Æqualitas inter vires centrifugam, & centripetam præbet

æquationes 4. $\frac{Tqdy}{dq} = AV^2$, 5. $\frac{\overset{|}{T}\overset{|}{q}d\overset{|}{y}}{d\overset{|}{q}} = \overset{|}{A}\overset{|}{V}^2$, per quas ſi dividantur ſecunda, & tertia, habebimus $\frac{dq}{q} = \frac{-dV}{V}$, $\frac{d\overset{|}{q}}{\overset{|}{q}} = \frac{-d\overset{|}{V}}{\overset{|}{V}}$, ſive integrando $QC = qV$, $\overset{|}{Q}\overset{|}{C} = \overset{|}{q}\overset{|}{V}$.

Ex quarta $T = \frac{AV^2dq}{qdy}$, ex quinta $\overset{|}{T} = \frac{\overset{|}{A}\overset{|}{V}^2d\overset{|}{q}}{\overset{|}{q}d\overset{|}{y}}$: igitur $T + \overset{|}{T} = \frac{AV^2dq}{qdy} + \frac{\overset{|}{A}\overset{|}{V}^2d\overset{|}{q}}{\overset{|}{q}d\overset{|}{y}}$: atqui ex prima $T + \overset{|}{T} = \frac{Budu}{dy}$: $\frac{AV^2dq}{qdy} + \frac{\overset{|}{A}\overset{|}{V}^2d\overset{|}{q}}{\overset{|}{q}d\overset{|}{y}} = \frac{Budu}{dy}$, ſive delendo dy, & ſubſtituendo valores V, $\overset{|}{V}$; $\frac{AQ^2C^2dq}{q^3} + \frac{\overset{|}{A}\overset{|}{Q}^2\overset{|}{C}^2d\overset{|}{q}}{\overset{|}{q}^3} = Budu$. Facta vero integratione $AC^2 + \overset{|}{A}\overset{|}{C}^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2C^2}{q^2} + \frac{\overset{|}{A}\overset{|}{Q}^2\overset{|}{C}^2}{\overset{|}{q}}$ $+ Bu^2$. Quamquam calculus inſtitutus eſt in duobus corporibus A, $\overset{|}{A}$; tamen methodus aperte docet, æquationem valere poſito quocumque corporum projectorum numero.

Quoniam velocitates ſunt inter ſe ſe, ut ſpatiola eodem tempuſculo peracta, habebimus duas haſce analogias $u : V :: dy : ds$, $\overset{|}{u} : \overset{|}{V} :: d\overset{|}{y} : d\overset{|}{s}$: ergo $u = \frac{Vdy}{ds}$, $\overset{|}{u} = \frac{\overset{|}{V}d\overset{|}{y}}{d\overset{|}{s}}$. Utroque ex his valoribus in ſuperiore æquatione ſucceſſive ſubſtituto orientur æquationes duæ

$$AC^2 + \overset{|}{A}\overset{|}{C}^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2C^2}{q^2} + \frac{\overset{|}{A}\overset{|}{Q}^2\overset{|}{C}^2}{\overset{|}{q}^2} + \frac{BV^2dy^2}{ds^2}$$

$$AC^2 + \overset{|}{A}\overset{|}{C}^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2C^2}{q^2} + \frac{\overset{|}{A}\overset{|}{Q}^2\overset{|}{C}^2}{\overset{|}{q}^2} + \frac{B\overset{|}{V}^2d\overset{|}{y}^2}{d\overset{|}{s}^2}.$$ In harum prima pro V ſubſtitue $\frac{QC}{q}$, in altera pro $\overset{|}{V}$ ſubſtitue

$\overset{|}{Q}\overset{|}{C}$

$\frac{Q'C'}{q'}$, & invenies

$$AC^2 + A'C'^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2C^2}{q^2} + \frac{A'Q'^2C'^2}{q'^2} + \frac{BQ^2C^2dy^2}{q^2ds^2}$$

$$AC^2 + A'C'^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2C^2}{q^2} + \frac{A'Q'^2C'^2}{q'^2} + \frac{BQ'^2C'^2dy'^2}{q'^2ds'^2};$$

ſed $qds = ydx$, $q'ds' = y'dx'$. Igitur

$$AC^2 + A'C'^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2C^2ds^2}{y^2dx^2} + \frac{A'Q'^2C'^2ds'^2}{y'^2dx'^2} + \frac{BQ^2C^2dy^2}{y^2dx^2}$$

$$AC^2 + A'C'^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2C^2ds^2}{y^2dx^2} + \frac{A'Q'^2C'^2ds'^2}{y'^2dx'^2} + \frac{BQ'^2C'^2dy'^2}{y'^2dx'^2};$$

ſed patet $\frac{Vdy}{ds} = \frac{V'dy'}{ds'}$, ſive $\frac{QCdy}{qds} = \frac{Q'C'dy'}{q'ds'}$, ſive $\frac{QCdy}{ydx} = \frac{Q'C'dy'}{y'dx'}$, & quum $dy = dy'$, conſtat eſſe $\frac{QC}{ydx} = \frac{Q'C'}{y'dx'}$. Opportunis itaque factis ſubſtitutionibus fit

$$AC^2 + A'C'^2 + Bc^2 = \frac{AQ^2C^2ds^2}{y^2dx^2} + \frac{A'Q^2C^2ds'^2}{y^2dx^2} + \frac{BQ^2C^2dy^2}{y^2dx^2}$$

$$AC^2 + A'C'^2 + Bc^2 = \frac{AQ'^2C'^2ds^2}{y'^2dx'^2} + \frac{A'Q'^2C'^2ds'^2}{y'^2dx'^2} + \frac{BQ'^2C'^2dy'^2}{y'^2dx'^2},$$

ſive $\overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}\,.\,y^2dx^2 = AQ^2C^2ds^2 + A'Q^2C^2ds'^2 + BQ^2C^2dy^2$ $\overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}\,.\,y'^2dx'^2 = AQ'^2C'^2ds^2 + A'Q'^2C'^2ds'^2 + BQ'^2C'^2dy'^2$.

Quoniam y' datur per y, & vice verſa, vel enim æquales ſunt, vel differunt per quantitatem conſtantem, ut duæ æquationes quæſitarum curvarum exhibeant naturam, ſatis eſt, ut ex prima arceatur ds', ex ſecunda ds. Ex ſuperioribus con-

conſtat $dx'^2 = \frac{Q'^2 C'^2 y^2 dx^2}{Q^2 C^2 y'^2}$: ergo $ds'^2 = \frac{Q'^2 C'^2 y^2 dx^2}{Q^2 C^2 y'^2} + dy'^2$:

Similiter $ds = \frac{Q^2 C^2 y'^2 dx'^2}{Q'^2 C'^2 y^2} + dy^2$: igitur ſubſtituendo

$$\overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}\,.\,y^2 dx^2 = AQ^2C^2 ds^2 + \frac{A'Q'^2C'^2 y^2 dx^2}{y'^2} + A'Q^2C^2 dy'^2 + BQ^2C^2 dy^2$$

$$\overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}\,.\,y'^2 dx'^2 = \frac{AQ^2C^2 y'^2 dx'^2}{y^2}\ AQ'^2C'^2 dy^2 + A'Q'^2C'^2 ds'^2 + BQ'^2C'^2 dy'^2$$, ſive contractis formulis: nam $dy = dy'$

$$\overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}\,.\,y^2 dx^2 = AQ^2C^2 ds^2 + \frac{A'Q'^2C'^2 y^2 dx^2}{y'^2} + \overline{A' + B}\,.\,Q^2C^2 dy^2$$

$$\overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}\,.\,y'^2 dx'^2 = A'Q'^2C'^2 dx'^2 + \frac{AQ^2C^2 y'^2 dx'^2}{y^2} + \overline{A + B}\,.\,Q'^2C'^2 dy'^2$$: atqui $ds^2 = dx^2 + dy^2$, & $ds'^2 = dx'^2 + dy'^2$: ergo

$$\overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}\,.\,y^2 dx^2 = AQ^2C^2 dx^2 + \frac{A'Q'^2C'^2 y^2 dx^2}{y'^2} + \overline{A + A' + B}\,.\,QC dy^2$$

$$\overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}\,.\,y'^2 dx' = A'Q'^2C'^2 dx'^2 + \frac{AQ^2C^2 y'^2 dx'^2}{y^2} + \overline{A + A' + B}\,.\,Q'^2C'^2 dy'^2$$. Quare

$$dx = \frac{QC\,dy\sqrt{A + A' + B}}{\sqrt{\overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}\,.\,y^2 - AQ^2C^2 - \frac{A'Q'^2C'^2 y^2}{y'^2}}}$$, &

dx

$$dx' = \frac{Q'C'dy'\sqrt{A + A' + B}}{\sqrt{\overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}.y'^2 - A'Q'^2C'^2 - \frac{AQ^2C^2y'^2}{y^2}}}.$$

Calculum reliquum in prima tantum perficiam: nam pro ſecunda ſatis erit, litteras omnes carentes nota ı eadem afficere exceptis B, c, eamque adimere illis, quæ habent. Statim ſeſe offert

$$ds^2 = \frac{Q^2C^2dy^2.\overline{A + A' + B}}{\overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}.y^2 - AQ^2C^2 - \frac{A'Q'^2C'^2y^2}{y'^2}} + dy^2\text{: ergo}$$

$$ds = \frac{dy\sqrt{Q^2C^2.\overline{A' + B} + \overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}.y^2 - \frac{A'Q'^2C'^2y^2}{y'^2}}}{\sqrt{\overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}.y^2 - AQ^2C^2 - \frac{A'Q'^2C'^2y^2}{y'^2}}}.$$

Ex his habebimus

$$\frac{dx}{ds} = \frac{QC\sqrt{A + A' + B}}{\sqrt{Q^2C^2.\overline{A' + B} + \overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}.y^2 - \frac{A'Q'^2C'^2y^2}{y'^2}}}\text{: igitur}$$

$$\frac{ydx}{ds} = q = \frac{QCy\sqrt{A + A' + B}}{\sqrt{Q^2C_2.\overline{A' + B} + \overline{AC^2 + AC^2 + Bc^2}.y^2 - \frac{A'Q'^2C'^2y^2}{y'^2}}}:$$

Ergo

$$V = \frac{QC}{q} = \frac{\sqrt{Q^2C^2.\overline{A' + B} + \overline{AC^2 + A'C'^2 + Bc^2}.y^2 - \frac{A'Q'^2C'^2y^2}{y'^2}}}{y\sqrt{A + A' + B}}.$$

Ut invenias tenacitatem fili, æquationem hanc eleva ad quadratum

$V^2 =$

$$V^2 = \frac{Q^2 C^2 . \overline{A' + B}}{\overline{A + A' + B} . y^2} + \frac{AC^2 + A'C'^2 + Bc}{A + A' + B} - \frac{A' Q'^2 C'^2}{\overline{A + A' + B} . y'^2} :$$

ergo ſumptis differentiis

$$V\,dV = \frac{-Q^2 C^2 . \overline{A' + B} . dy}{\overline{A + A' + B} . y^3} + \frac{A' Q'^2 C'^2\, dy'}{\overline{A + A' + B} . y'^3} : \text{ ergo}$$

$$\frac{-AV\,dV}{dy} = T = \frac{A Q^2 C^2 . \overline{A' + B}}{\overline{A + A' + B} . y^3} - \frac{A A' Q'^2 C'^2}{\overline{A + A' + B} . y'^3} :$$

Determinata eodem modo T', nempe tenacitate fili, cu alligatum eſt corpus A', invenies

$$T + T' = \frac{B}{A + A' + B} . \overline{\frac{A Q^2 C^2}{y^3} + \frac{A' Q'^2 C'^2}{y'^3}} .$$

Problemata, quæ hactenus ſoluta exhibui, ſatis luculen exempla ſuppeditant methodi, quæ in aliis ejuſdem gener reſolvendis tenenda eſt.

ROG

Fig: 1.

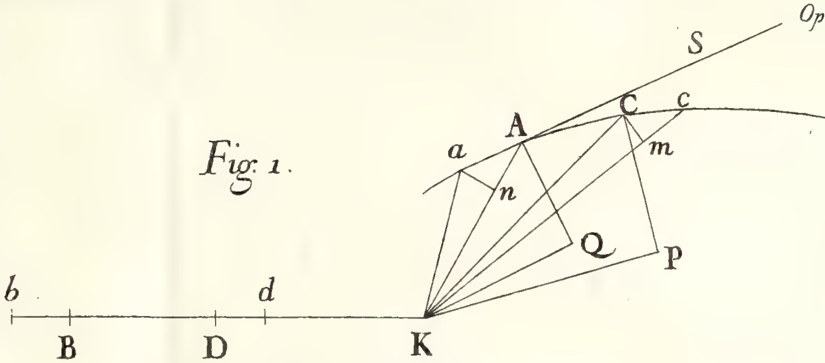


Fig: 2.

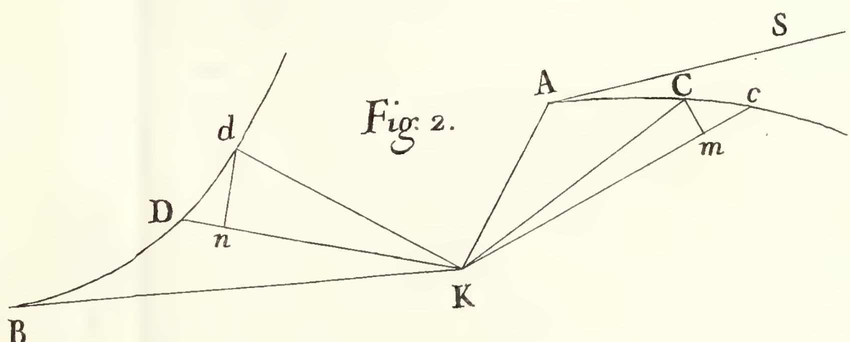


Fig: 3.

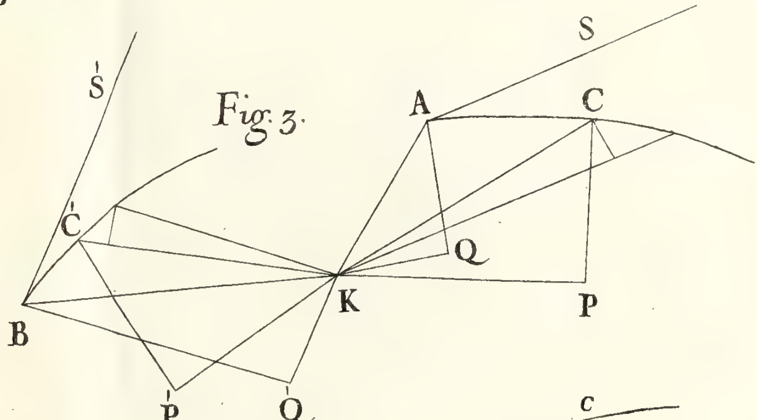
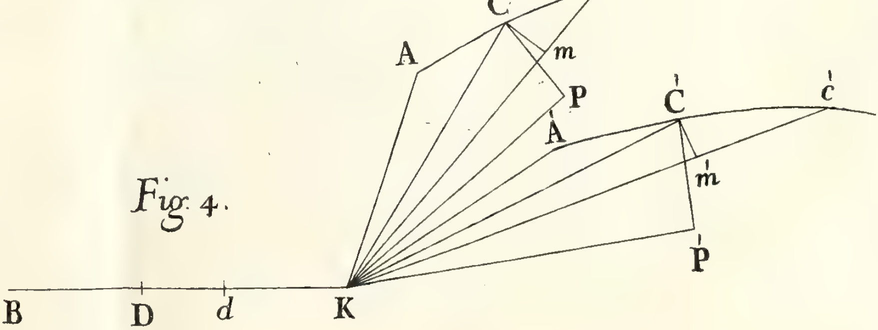


Fig: 4.



ROGERII JOSEPHI BOSCOVICK SOC. JESU.

De recentibus compertis pertinentibus ad perficiendam Dioptricam.

1. QUantum Dioptricam ſuperiore ſæculo Newtonus promoverit, norunt jamdudum ipſi etiam Tyrones Phyſicæ: at illud nuper innotuit, nihilo minus tanti viri auctoritatem præclariſſimæ facultati obfuiſſe. Agit Dioptrica de radiis medium mutantibus, refractionem in primis conſiderans, quæ habetur, ubi radius oblique tranſiens per ſuperficiem dirimentem bina media diverſæ naturæ in ordine ad vim, qua in lumen agunt, mutat directionem itineris ſui. Ab ipſa refractione plurima pendent in Phyſica, ut omne halonum, & iridum genus, colorata priſmatum ſpectra, atque alia ſexcenta, in primis vero viſionis natura, & omnis ratio corrigendi oculorum vitia ope ſpecillorum, eorumque vim acuendi per microſcopia, longiſſime protendendi per teleſcopia. Et quidem ſpecilla, ac teleſcopia caſu inventa ſunt etiam ante detectas, atque excultas refractionis ipſius leges. Carteſius inventa conſtanti ratione ſinuum earum partem deprehendit, Newtonus vero inventa diverſa coloratorum filorum refrangibilitate viſus eſt quidquid ſupererat aſſecutus ita, ut nihil uberius addi poſſe videretur. Carteſius eam partem, quam invenerat, applicavit ad perficienda teleſcopia ſine ullo ſucceſſu: Newtonus ex reſiduo illo ſuo de dioptricorum teleſcopiorum perfectione deſperandum omnino eſſe credidit, quam ob cauſam catadioptrica ſubſtituit dioptricis. Tanti viri auctoritate permoti Optici omnes uſque ad poſtremos hoſce annos nihil eo pertinens aggreſſi ſunt. At inventa nuper in diverſis vitris diverſa ratione qualitatis diſtractivæ coloratorum radiorum ad refractivam repente patuit poſſe dioptrica teleſcopia perfici plurimum, & fortaſſe etiam ita ut catopricis fere nihil concedant. Quid ſint ejuſmodi comperta, & quantus ad

perficiendam Dioptricam eorum uſus, exponam hic primo quidem ſine geometria, & calculo, quantum licebit, tum iis etiam in ſubſidium vocatis diligenter demonſtrando ſingula, & præcipua quæque, quæ ad theoriam, & praxim pertinent, ſatis accurate evolvendo.

2. Præcipua teleſcopii dioptrici pars eſt illa lens vitrea, quæ in ſummo tubi vertice objecto obvertitur, & appellatur objectivum. Illa prope fundum effingit imaginem objecti, quam oculus intuetur vel inverſo ſitu poſitam trans unicam lentem ſibi proximam, & idcirco ocularis nomine deſignatam, in ſimplicibus aſtronomicis teleſcopiis, vel trans plures in aliis reſtitutam, ac in omnibus auctam. Imaginem efformant radii, qui a ſingulis objecti punctis digreſſi, ac incidentes in totam objectivi ſuperficiem, & refracti tam in ingreſſu, quam in egreſſu colliguntur in totidem punctis, ſeu potius exiguis circellis.

3. Ad habendam imaginem penitus diſtinctam requireretur illud, ut radii omnes, qui pertinent ad unicum quodvis objecti punctum, colligerentur itidem accurate in unico puncto. Statim ac deprehendit Carteſius, ſinum anguli incidentiæ ad ſinum anguli refracti habere in tranſitu ex eodem medio in idem aliud rationem conſtantem, vidit illud, lentem efformatam e binis ſuperficiebus ſphæricis non poſſe colligere radios omnes in unicum punctum, cum ii, qui incidunt propiores axi ipſius lentis, coeant ſerius, quam remotiores. Idcirco inquiſivit in eam figuram, quæ radios omnes digreſſos ex unico objecti puncto, & ea conſtanti præditos ratione ſinuum, debeat colligere in puncto unico: eam methodo admodum operoſa, ſed tamen penitus accurata definivit; nec defuerunt Optici, qui omni ſtudio conati ſint eas ipſas figuras vitris inducere, quamquam conatu irrito, cum ipſæ formæ in tornandis vitris omnino corrumpantur, niſi id habeant, quod habet figura ſphærica, ut pars quælibet congruat cum quavis alia æquali.

4. Newtonus inventa diverſa radiorum refrangibilitate ſtatim animadvertit, hanc etiam obeſſe diſtinctæ imagini, cum ii radii, qui magis refringuntur, ut violacei, debeant coire citius, quam ii, qui refringuntur minus, ut rubei. Calculo adhibito invenit illud, hunc ſecundum errorem ortum a diverſa refrangibilitate radiorum eſſe multis vicium millibus majorem illo primo orto a figura ſphærica: cenſuit autem ex obſer-

obſervationibus ſuis deduci evidenter, hunc poſteriorem errorem corrigi nequaquam poſſe; unde intulit, ne de illo quidem priore laborandum, quo etiam correcto fere omnis confuſionis magnitudo manſura eſſet neceſſario, & idcirco lentibus, quæ radios refringant, ſubſtituit ſpecula, quæ ipſos reflectant, cum conſtet, in reflexione omnia radiorum genera in eodem angulo incidentia reflecti ad eundem angulum ſimul ſine ulla heterogeneorum ſeparatione a ſe invicem. Ejus auctoritate permoti Optici de perficiendis dioptricis teleſcopiis penitus deſperarunt ad catadioptrica converſi, quæ quidem breviſſima longiſſimis dioptricis præſtiterunt.

5. Ratio cur diverſæ refrangibilitatis errorem corrigi in lentibus omnino non poſſe credidit, & affirmavit, fuit ea, quod ex ſuis experimentis viſus ſibi ſit illud deducere, quotieſcumque radius per quotcumque media traductus prodeat demum cum eadem illa directione, cum qua eſt allapſus, tum in receſſu nullam haberi ſeparationem filorum heterogeneorum a ſe invicem, eam autem haberi ſemper quotieſcumque egrediatur cum directione diverſa; ſive, quod eodem redit, quotieſcumque refractio aliqua demum remaneat, debere remanere etiam refractionis differentiam in filis heterogeneis, quæ differentia corrigi non poſſit, niſi corrigatur penitus inflexionibus contrariis ipſa refractio. Affirmavit autem, ſe id ipſum deprehendiſſe traductis radiis per priſmata vitrea immerſa intra priſmata aquea. Et ſane ſi res ita ſe habeat; facile patet, errorem diverſæ refrangibilitatis non poſſe corrigi in imagine per lentes efformata; cum nimirum debeant radii ab eodem aliquo objecti puncto digreſſi detorqueri introrſum verſus axem, ut coeant, nimirum refringi, quæ refractio ſi haberi non poſſit ſine differentia refractionis in filis heterogeneis; nec omnium heterogeneorum unio haberi poterit in unico puncto, coeuntibus neceſſario citius iis, quæ majore refractione magis intorquentur introrſum in punctis lentium iiſdem.

6. Ex eadem obſervatione illud etiam is deduxit, decurtationem ſinus in eodem radiorum genere ad decurtationem in alio eſſe in omnibus ſubſtantiis in eadem ratione, quam rationem determinans affirmavit, eſſe in violaceis, & rubeis extremis ut 28 ad 27 ita, ut una vigeſima ſeptima ſui parte decurtatio ſinus ſit minor in filis rubeis, quam in violaceis.

7. Hanc legem conſtantis rationis in decurtatione ſinus pro omnibus ſubſtantiis ita amplexi ſunt Optici poſt Newtonum communiter, ut nemo rem in dubium revocaverit, ac repetito ubique & in publicis Academiis, & in muſæis privatis omni genere obſervationum pertinentium ad colores innatos, & innatum refrangibilitatis diſcrimen in radiis heterogeneis, nemo, quod ſciam, in conſtantem illam decurtationis rationem inquiſierit per tot annos; donec Eulerus in commentariis Acad. Berolin. ad annum 1747 eam in dubium revocaverit primus.

8. Is quidem ei legi ſubſtituit aliam, quam non ab experimentis deduxerat, ſed a mera quadam algebraici calculi analogia, & ex ea deduxerat illud, poſſe fieri objectivas lentes conſtantes binis vitris includentibus aquam, per quas omnes radii heterogenei pertinentes ad idem objecti punctum coirent ſimul, correcta omni refractionum differentia, ac exhibuerat formulas, & ex iis combinationes ſphæricitatum ad eam rem requiſitarum.

9. Res tentata nequaquam ſucceſſit, & Dollondus Anglus tam geometra, quam teleſcopiorum artifex & doctus, & diligens diu obſtitit Eulero objiciens illud, rationem conſtantem decurtationis ſinus a Newtono inventam eſſe per obſervationes, contra quas illa calculi analogia ſimplex nihil poſſet. Applicata autem ad formulas Eulerianas Newtoniana lege, proveniebat ejuſmodi vitrorum combinatio, quæ longitudinem teleſcopii exhiberet infinitam.

10. Interea Klingeſtierna egregius, & admodum celebris Upſalenſis mathematicus brevi ſchediaſmate demonſtravit, obſervationes, quas Newtonus affirmaverat a ſe inſtitutas de radiorum heterogeneorum ſeparatione habenda ſemper, & tantummodo, ubi radii prodeant in directione diverſa ab ea, in qua advenerant, pugnare cum illa conſtanti ratione decurtationis ſinuum in omnibus refringentibus ſuperficiebus, quam is inde deduxerat, & ea duo cohærere ad ſenſum tantummodo, ubi anguli ſint exigui, ubi nimirum ſinus ſint ad ſenſum proportionales ipſis angulis: monebat autem, idcirco oportere in eam rem omnem inquirere per experimenta aliquanto diligentius.

11. Ubi id ſchediaſma ad Dollondum devenit; is re altius conſiderata cæpit ipſa inſtituere experimenta, quorum ope depre-

prehendit illud, nec Newtonianam, nec Eulerianam legem veras eſſe. Invenit nimirum decurtationem ſinus pro radiis rubeis ad decurtationem pro violaceis aliam habere rationem in aliis ſubſtantiis ita, ut differentia decurtationis in aliis eſſet totius decurtationis pars multo major, quam in aliis; unde fiebat, ut pari etiam refractione mediorum radiorum, differentia refractionis, ſive diſtractio radiorum heterogeneorum eſſet multo major in aliis ſubſtantiis, quam in aliis.

12. In eo nimirum fortuna eſt uſus, quod cum hæc diſtractiva qualitas in communibus per Europam vitris ſit fere ubique eadem, ipſe incidit in bina vitrorum genera, quorum alterum appellatur *flint-glaſs*, alterum *crown-glaſs*, quorum primum ejuſmodi qualitatem diſtractivam haberet majorem, quam ſecundum in ratione 3 ad 2. Inde ſtatim illud vidit, rite conjungendo ea vitra poſſe haberi in exiguis etiam angulis priſmatum, & in lentibus refractionem ſine differentia refractionis radiorum heterogeneorum ita, ut tam radii rubei, quam violacei ſimul delati prodeant in directione diverſa ab ea, cum qua advenerant, & tamen prodeant ſimul omnes directione communi ſine ulla ſeparatione contra id, quod Newtonus cenſuerat: poſſe autem idcirco ita combinari binas lentes ex iis binis vitris efformatas, ut objectivum ex iis conjunctis compoſitum radios heterogeneos omnes ſimul colligat, correcto penitus diverſæ refrangibilitatis errore, ac teleſcopia ex ejuſmodi theoria conſtruxit, quæ ſucceſſum habuerunt optimum, ut nimirum teleſcopia dioptrica pedum trium tantummodo aperturam objectivi vitri tulerint linearum 15, ac teleſcopium 12 pedum ipſe viderim in Anglia communibus egregiis æquivalens pedum 50.

13. Ut autem rem totam ſiſteret oculis ipſis contemplandam efformavit priſmatula cum exiguis angulis unum quidem e *flint-glaſs*, bina vero e *crown-glaſs*, quorum alterum haberet angulum prioris angulo æqualem, alterum dimidium ejuſdem. Tum vero ſi objectum lucidum tranſpiciatur per quodvis unicum ex iis priſmatis; apparet extra ſuum locum, & coloratum in margine: ſi tranſpiciatur trans priora duo conjuncta cum angulis oppoſitis; apparet quidem in ipſo ſuo loco, ſed adhuc coloratum nonnihil: ſi demum tranſpiciatur trans omnia tria ita poſita, ut poſtremorum anguli in eandem plagam ſint obverſi, angulus primi in oppoſitam; tum vero ob-

objectum & extra locum ſuum apparet, & ſine coloribus, quod oſtendit, correctam eſſe refractionum differentiam, refractione manente; quod nimirum requiritur ad hoc, ut radii per lentes tranſmiſſi refringantur quidem ad axem, ſed in eodem omnes angulo ſine diſtractione colorum.

14. Ut id ipſum perſpiciatur evidentius, ſit unum vitri genus, quod ſingulis gradibus, quibus detorquet radios rubeos a ſua directione, addat pro violaceis duo minuta, & alterum, quod addat tria. Fiat autem e priore angulus priſmatis refringens major, qui detorqueat radium rubeum deorſum per gradus ſex, & e poſteriore angulus minor, qui ordine contrario poſitus eumdem detorqueat ſurſum per gradus quatuor. Primus, cum addat ſingulis ex iis ſex gradibus minuta duo pro violaceis, detorquebit violaceos ipſos deorſum per gradus ſex, & minuta 12, ſecundus cum addat ſingulis ex illis quatuor minuta tria, detorquebit eos ſurſum per gradus 4, & minuta itidem 12. Demendo 4 a 6 pro rubeis, remanent 2, ac a 6, & 12 pro violaceis 4, & 12, remanent itidem 2. Prodibunt igitur tam rubei, quam violacei depreſſi per eoſdem gradus duos, adeoque a ſe invicem non diſcedent, correcta refractionum differentia, quin corrigantur refractiones.

15. Nimirum ſi differentia refractionis ſit proportionalis refractioni rubei ubique; nunquam poterit ipſa differentia corrigi, quin corrigatur refractio, quæ ſi manſerit demum poſt contorſiones quotcumque; manebit utique & differentia ipſi proportionalis, ſecus ſi differentia proportionalis non ſit. Ubi ipſa cæteris paribus eſt major in una ſubſtantia, quam in alia, minor refractio facta per illam, quæ non poteſt corrigere majorem factam per hanc, poterit habere differentiam æqualem differentiæ hujus, quam idcirco corriget, remanente refractione ſine refractionum differentia.

16 Binæ illæ lentes altera convexa, altera concava in ſingulis locis, in quibus ſinguli radii tranſmittuntur, conſiderari poſſunt ut bina priſmata ſitu contrario poſita, habendo nimirum arcus per quam exiguos pro rectilineis, adeoque in iis idem accidet, ut refractio remaneat, deſtructa penitus refractionum differentia, ſi convexitas, & concavitas rite combinentur. Si lentes fiant iſoſceliæ, ut vocant, ſive cum binis ſuperficiebus contrariis, & ſphæricitatis ejuſdem; debet fieri lens utrinque convexa ex *crown-glaſs*, & concava utrinque

ex

ex *flint-glaſs* ita, ut convexitatis illius ſemidiameter ad ſemidiametrum hujus concavitatis ſit in ratione ipſa qualitatum diſtractivarum, nimirum hic ut 2 ad 3: nam eo pacto anguli conceptorum priſmatum, quos continerent tangentes arcuum productæ, eſſent, ut 3 ad 2, cum ſint, ut curvaturæ, quæ ſunt ſemidiametrorum reciprocæ. Si autem lentes ſingulæ habeant ſuperficies inæquales, quæ lentes dicuntur ſcalenæ; quoniam ex dioptrica communi conſtat, haberi ſemper lentem iſoſceliam æquivalentem cuivis ſcalenæ; oportebit ejuſmodi ſint eæ lentes, ut iſoſceliæ earum æquivalentes ſint altera convexa, altera concava cum ſemidiametris in illa ratione directa qualitatum diſtractivarum.

17. Hæc pertinent ad inventum Dollondi, qui alterum errorem correxit provenientem a diverſa refrangibilitate radiorum, alterum inductum a figura ſphærica reliquit intactum. At hujus etiam correctionem faciendam ſimul aggreſſus eſt Geometra ſummus Clairautius, eamque aſſecutus exhibuit in Commentariis Acad. Pariſ. annorum 1756, & 1757 ſuperiore anno impreſſis. Invenit nimirum formulas ſane elegantiſſimas, quæ errorem a figura ſphærica provenientem continent expreſſione generali, qua æquata nihilo proveniunt æquationes exhibentes ſphæricitatum relationes ejuſmodi, ut ſimul omnes radii homogenei in totam primam ſuperficiem incidentes colligantur in unico eodem puncto, & ſimul in eodem tam rubei, & violacei extremi, quam intermedii omnes ſaltem quam proxime. Tradidit itidem plures egregias ſane methodos inquirendi in ipſam qualitatem refractivam, & diſtractivam vitrorum, & inſtitutis experimentis in Anglicano *flint-glaſs*, & in vitro communi Gallico, quod invenit æquivalere Anglico *crown-glaſs*, combinationes elicuit, ac teleſcopia curavit fieri, quæ uni ex artificibus Pariſienſibus ſucceſſerunt mirum in modum. Obſervavi ego Viennæ uno ex iis habente objectivum pedum quatuor (pertinebat autem ad Sereniſſimum Principem Regnantem de Liechteſtein) emerſionem ſecundi ſatellitis Jovis uno minuto prius, quam videre potuerim teleſcopio Diviniano pedum 11, quod æquivalebat communibus pedum 18: eodem & Jovis diſcum videbam admodum auctum, ac terminatum, & ipſas Jovis faſcias ſatis diſtinctas.

18. Communicavit autem mecum per litteras poſtea Clairautius, ſe in aliud vitri genus incidiſſe, quod appellant in

Gal-

Gallia *Straſs*, & ex Germania acquirunt, in quo qualitas diſtractiva ſit duplo major, quam in vitro communi, quod ſimpliciſſimam ſane combinationem ſuperficierum requirit pro utraque ſimul correctione præſtanda.

19. Ego quidem eaſdem ipſius formulas, quibus nihil ſane elegantius deſiderari poteſt, demonſtravi aliquanto breviore, & ſimpliciore methodo, quam ipſi communicatam per litteras is impreſſit in diario Gallico *Journal des Sçavans*, alias autem perquiſitiones nonnullas habui vel ſimul tum, vel poſtea, & inſtrumentum quoddam curavi conſtrui ſimplex admodum, & per quam idoneum ad deprehendendas, & inter ſe comparandas qualitates refractivam, & diſtractivam vitrorum, quod vocabulo mixto quidem e vocibus latina, & græca, ſed notiſſimis, & in Phyſica uſitatiſſimis, ad rem vero exprimendam aptiſſimis cenſeo appellari poſſe *vitrometrum*. Ea proponam hic diligenter evolvens præcipua quæque, & maxime notatu digna, ex quibus nova quædam Dioptricæ pertractandæ eruatur ratio expeditiſſima ſane, & elegantiſſima, quam ipſi Clairautio debebit Litteraria Reſpublica, homini profecto ſingulari, ac de omnibus Matheſeos partibus ſublimioribus benemerentiſſimo.

20. Ante tamen illud monendum duco, me huc uſque hoc in genere nihil vidiſſe aliud, niſi ea, quæ Clairautius iis binis Academiæ tomis inſeruit, & alias binas diſſertatiunculas ſuperius laudati Clingeſtiernæ, quas ipſe Clairautius edidit in eodem diario, quas tamen poſteriores nonniſi curſim videre potui in ipſo meo reditu Romam tempore ad eas ſatis perpendendas neceſſario deſtitutus. Ea, quæ ab Academia Petropolitana præmio donata ſunt, & alia nonnulla eodem pertinentia, quæ novi eſſe edita, nondum ad meas manus delata ſunt. Præmittam autem lemma penitus elementare, cui tamquam fundamento cuidam cætera ſuperſtruantur, tum ad reliqua deducenda progrediar, & ſingula geometrico rigore evolvam ſequenti paragrapho.

§. 2.

§. II.

De formulis pertinentibus ad lentium focos, & errores ortos a craſſitudine, & figura ſphærica.

21. *Lemma. In triangulo rectangulo, in quo unum latus eſt perquam exiguum, differentia hypothenuſæ, & alterius lateris eſt quam proxime quadratum illius diviſum per duplum utriuslibet horum.*

22. Si enim (*Fig.* 1.) ſit AMO ſemicirculus, S centrum, MX perpendicularis ad AO; erit AX differentia SM, SX æqualis quadrato MX diviſo per XO, ſive per SX + SM, nimirum ſi MX fuerit exigua, adeoque SM, SX quam proxime æquales, per duplum utriuslibet SM, SX.

23. *Prop.* 1. Si radii mM tendentes ad punctum G axis ASO arcus circularis AM habentis centrum in S refringantur in M ita, ut ſinus incidentiæ SMG ad ſinum anguli refracti SMH ſit, ut m ad 1; quæritur AH diſtantia foci H ab A.

24. Erit MH ad HS, ut ſin. MSH ad ſin. SMH, vel aſſumpto pro termino medio rationis componendæ ſin. SMG, conjunctim ut ſin. MSH ad ſin. SMG, & ſin. SMG ad ſin. SMH. Prima ex hiſce rationibus eſt MG ad GS, ſecunda m ad 1. Habetur igitur MH : HS :: $m \times$MG . GS.

25. Ponatur jam AS $=$ SM $= a$, AH $= x$, AG $= p$; MX $= e$. Erunt HS $= x - a$, GS $= p - a$: tum per lemma AX $= \frac{e^2}{2a}$, adeoque HX $= x - \frac{e^2}{2a}$, GX $= p - \frac{e^2}{2a}$, quibus addita eorum differentia ab HM, GM, nimirum per lemma $\frac{e^2}{2\,\mathrm{HX}}$, $\frac{e^2}{2\,\mathrm{GX}}$, ſive quamproxime $\frac{e^2}{2x}$, $\frac{e^2}{2p}$, erit HM $= x - \frac{e^2}{2a} + \frac{e^2}{2x}$, GM $= p - \frac{e^2}{2a} + \frac{e^2}{2p}$, vel facto $k = \frac{1}{a} - \frac{1}{p}$, GM $= p - \frac{1}{2} k e^2$.

26. Subſtitutis hiſce valoribus in proportione MH . HS :: $m \times$MG . GS, habebitur $x - \frac{e^2}{2a} + \frac{e^2}{2x} . x - a :: mp - \frac{1}{2} mke^2 . p - a$, quod ob $k = \frac{1}{a} - \frac{1}{p} = \frac{p-a}{ap}$ evadit apk. Ejuſmodi æquatio rite tractata dabit valorem quæſitum x.

27. *Schol.* 1. Erueretur inde æquatio ſecundi gradus; ſed ea facile evitabitur, ſi quæratur primo valor x vero proximus, tum is ſubſtituatur in exigua fractione $\frac{e^2}{2x}$. Id autem obtinebitur inveniendo valorem debitum radiis infinite proximis axi.

28. *Corol.* 1. Si ſit q valor ipſius x pro radiis infinite proximis axi, evaneſcente arcu $AM = e$, adeoque evaneſcentibus omnibus terminis multiplicatis per e^2, habebitur $q \,.\, q - a :: mp \,.\, apk :: m \,.\, ak$. Quare $mq - ma = akq$, & $ma = mq - akq$, ſive $\frac{1}{q} = \frac{1}{a} - \frac{k}{m}$, vel $q = \frac{am}{m - ak}$.

29. *Corol.* 2. Si hic valor $\frac{1}{q}$ ponatur in tertia parte primi termini proportionis inventæ num. 26 pro $\frac{1}{x}$, primus terminus evadet $x - \frac{e^2}{2a} + \frac{e^2}{2a} - \frac{ke^2}{2m} = x - \frac{ke^2}{2m}$. Quare fiet $x - \frac{ke^2}{2m} \,.\, x - a :: mp - \frac{1}{2}mke^2 \,.\, apk$; unde eruitur $mpx - \frac{1}{2}mke^2x - mpa + \frac{1}{2}mkae^2 = apkx - \frac{apk^2e^2}{2m}$; inde vero

$$x = \frac{mpa - \frac{1}{2}make^2 - \frac{apk^2e^2}{2m}}{mp - apk - \frac{1}{2}mke^2}.$$

30. *Schol.* 2. Ea fractio reducitur ad multo ſimpliciorem, ſi notetur in numeratore poſteriores duos terminos eſſe perquam exiguos reſpectu primi, & in denominatore poſtremum reſpectu priorum duorum. Nam habetur hujuſmodi lemma prorſus elementare, & uſitatum: ſi ſint $A + y$, & $B + z$, ac y, & z ſint admodum parvæ reſpectu A, & B; neglectis terminis, in quibus eæ aſſurgunt ad altiores potentias; erit, $\frac{A+y}{B+z} = \frac{A}{B} + \frac{-Az + By}{B^2}$, quod quidem lemma facile patebit facta actuali diviſione tum A, tum y per $B + z$.

31. *Corol.* 3. Fractio corollarii ſecundi huc redit: $x =$

$$\frac{mpa}{mp - apk} + \frac{(mpa)\frac{1}{2}mke^2 - (mp - apk)\left(\frac{1}{2}mkae^2 + \frac{apk^2e^2}{2m}\right)}{p^2(m - ak)^2}.$$

Primus terminus evadit $\frac{ma}{m - ak} = q$. Secundus terminus facta actua-

actuali multiplicatione ſecundæ partis in denominatore acquirit hanc formam $\frac{m^2 a^2 \left(\frac{k^2}{mp} - \frac{k^2}{m^2 a} + \frac{k^3}{m^3}\right) \frac{1}{2} e^2}{(m - ak)^2} = q^2 \left(\frac{k^2}{mp} - \frac{k^2}{m^2 a} + \frac{k^3}{m^3}\right) \frac{1}{2} e^2$. Ibi vero poſt ſecundum coefficientis terminum addito, & dempto $\frac{k^2}{m^2 p}$, ac pro $-\frac{k^2}{m^2 a} + \frac{k^2}{m^2 p} = \frac{k^2}{m^2}\left(-\frac{1}{a} + \frac{1}{p}\right)$ ſcripto $-\frac{k^3}{m^3}$, habebitur $\frac{k^2}{mp} - \frac{k^3}{m^2} - \frac{k^2}{m^2 p} + \frac{k^3}{m^3} = \frac{m-1}{m^3}\left(k^3 - \frac{mk^2}{p}\right)$. Quare demum fiet $x = q - q^2 \times \frac{m-1}{m^3}\left(k^3 - \frac{mk^2}{p}\right) \frac{1}{2} e^2$, & facto $\varphi = \frac{m-1}{m^3}\left(k^3 - \frac{mk^2}{p}\right) \frac{1}{2} e^2$, habebitur $x = q - q^2 \varphi$.

32. *Schol.* 3. Hæc formula eſt eadem, ac illa, quam Clairautius invenit in fine problematis 2 diſſertationis inſertæ Commentariis Acad. Pariſ. ad ann. 1756: is tantum pro $\frac{m-1}{m^3}\left(k^3 - \frac{mk^2}{p}\right)$ ſcribit $\frac{1}{m}\left(1 - \frac{1}{m}\right)\left(\frac{1}{m}k^3 - \frac{k^2}{p}\right)$ quod eodem redit. Sed ejus calculus derivatus ex lemmate aliquanto minus elementari pendente a natura ſinuum eſt paullo operoſior, ſi totus evolvatur.

33. In hac formula primus terminus q exhibet diſtantiam foci radiorum infinite proximorum axi, & eſt $\frac{1}{q} = \frac{1}{a} - \frac{k}{m} = \frac{1}{a} - \frac{1}{ma} + \frac{1}{mp} = \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mp} = \frac{1}{m}\left(\frac{m-1}{a} + \frac{1}{p}\right)$, ſecundus autem terminus $-q^2 \varphi$ exhibet correctionem debitam figuræ ſphæricæ pendentem ab apertura, cujus radius e. Quod ſi radii veniant paralleli, vel ex immani diſtantia; termini diviſi per p evaneſcent, ac fiet $k = \frac{1}{a}$, adeoque $\frac{1}{q} = \frac{m-1}{ma}$, & $q = \frac{ma}{m-1}$, ac $q^2 \varphi = \frac{m^2 a^2}{(m-1)^2} \times \frac{m-1}{m^3} \times \frac{1}{a^3} \times \frac{1}{2} e^2 = \frac{e^2}{2(m-1)ma}$.

34. Eruemus jam ex formula generali valoris $\frac{1}{q}$ aliud corollarium, quod erit uſui in proſequendo calculo pro binis ſuperficiebus, ſive pro lentibus.

35. *Corol.* 4. Si mutetur AG mutatione exigua; mutabitur AH mutatione, quæ ad eam mutationem erit, ut AH^2 ad $m \times AG^2$.

36. Cum enim ſit $\frac{1}{q} = \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mp}$, & terminus $\frac{m-1}{ma}$ non mutetur, mutato $AG = p$; erit mutatio termini $\frac{1}{q}$ æqualis mutationi termini $\frac{1}{mp}$, ſive $\frac{dq}{q^2} = \frac{dp}{mp^2}$, adeoque $dq \,.\, dp :: q^2 \,.\, mp^2 :: AH^2 \,.\, m \times AG^2$.

37. *Prop.* 2. Si (*Fig.* 2.) radios mM, qui tendebant ad G, & a prima ſuperficie AM detorti ſunt ad H, ſecunda ſuperficies BN detorqueat ad I ita, ut ratio ſinus incidentiæ ad ſinum anguli refracti ſit 1 ad m; quæritur BI diſtantia foci I a B.

38. Patet, BI determinari eodem pacto per BH, $\frac{1}{m}$, radium circuli, cujus arcus BN, & aperturam BN, quo AH determinata eſt per AG, m, radium circuli, cujus arcus AM, & valorem ejus aperturæ.

39. Dicatur b radius arcus BN, pro BN ponatur ipſe valor e ob tantam propinquitatem punctorum M, N, ac craſſitudo lentis AB dicatur α, & ſi eſſet $BH = q$, ad habendam BI oporteret primo quidem loco $k = \frac{1}{a} - \frac{1}{p}$ facere $l = \frac{1}{b} - \frac{1}{q}$, tum loco $\frac{1}{q} = \frac{1}{a} - \frac{k}{m}$ facere $\frac{1}{r} = \frac{1}{b} - ml$, & loco $\varphi = \frac{m-1}{m^3}\left(k^3 - \frac{mk^2}{p}\right)\frac{1}{2}e^2$ facere $\pi = \left(\frac{1}{m} - 1\right)m^3 \left(l^3 - \frac{l^2}{mq}\right)\frac{1}{2}e^2 = -\frac{m-1}{m}\left(m^3 l^3 - \frac{m^2 l^2}{q}\right)\frac{1}{2}e^2$, ac haberetur $BI = r - r^2\pi$.

40. Cum vero BH non ſit q, ſed $q - q^2\varphi - \alpha$, etiam valor BI evadet diverſus ab invento $r - r^2\pi$. Diſcriminis fons erit duplex: primo quidem, quia in valore $\frac{1}{b} - \frac{1}{q}$ oportet ponere pro q totum valorem $q - q^2\varphi - \alpha$, ut & in termino $\frac{l^2}{q}$ valoris π; deinde quia imminuto valore rectæ BH ſuppoſitæ $= q$ per $q^2\varphi + \alpha$, etiam valor BI minuitur juxta num. 35.

41.

41. Primum diſcrimen negligi poteſt ob exiguitatem valoris π, qui nimirum habet pro coefficiente e^2, & mutatur mutatione exigua reſpectu ſui poſito valore q pro valore, qui ab ipſo modiciſſimum differt: ſecundum autem diſcrimen compenſatur juxta ipſum num. 35, ſi a valore rectæ BI auferatur differentia ipſius BH ducta in $\frac{m \times BI^2}{BH^2}$, ſive quamproxime in $\frac{mr^2}{q^2}$, nimirum $mr^2\varphi - \frac{mr^2\alpha}{q^2}$. Erit igitur $BI = r - \frac{r^2 m\alpha}{q^2} - r^2(m\varphi + \pi)$, ubi r erit diſtantia foci pro radiis infinite proximis axi neglecta α craſſitudine lentis, $\frac{r^2 m\alpha}{q^2}$ decurtatio nata ab ipſa craſſitudine, & $r^2(m\varphi + \pi)$ error natus ab apertura e.

42. *Corol.* I. Haud difficulter eliminabuntur e ſuperiore formula valores k, q, l. Erat $k = \frac{1}{a} - \frac{1}{p}$; $\frac{1}{q} = \frac{1}{a} - \frac{1}{ma} + \frac{1}{mp}$; $l = \frac{1}{b} - \frac{1}{q} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a} + \frac{1}{ma} - \frac{1}{mp}$, ubi ob $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ fiet $l = \frac{1}{ma} - \frac{1}{mp} - \frac{1}{f}$, adeoque $\frac{1}{r} = \frac{1}{b} - ml$ fiet $= \frac{1}{b} - \frac{1}{a} + \frac{1}{p} + \frac{m}{f} = -\frac{1}{f} + \frac{1}{p} + \frac{m}{f} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$, qui eſt valor diſtantiæ foci radiorum infinite proximorum axi neglecta craſſitudine lentis. Ibi, ſi radii adveniant paralleli, evaneſcente $\frac{1}{p}$ remanebit $\frac{m-1}{f}$, adeoque ſi diſtantia foci radiorum parallelorum infinite proximorum axi, neglecta craſſitudine dicatur h, erit $\frac{1}{h} = \frac{m-1}{f}$, & $\frac{1}{r} = \frac{1}{h} + \frac{1}{p}$, quæ formula exhibet expeditiſſimam determinationem valoris r per h, & viceverſa dato p.

43. Fiet autem $m\varphi = \frac{m-1}{m}\left(\frac{1}{m}k^3 - \frac{k^2}{p}\right)\frac{1}{2}e^2$, & $\pi = \frac{m-1}{m}\left(-m^3 l^3 + \frac{m^2 l^2}{q}\right)\frac{1}{2}e^2$, ubi peractis multiplicationibus, & ordinatis valoribus ita, ut in unam ſummam computentur termini continentes idem productum ex a, p, f, obtinebuntur pro parentheſi valoris $m\varphi$ termini quatuor, & pro parentheſi valoris π termini decem, quorum primis quatuor eliſis a totidem pertinentibus ad $m\varphi$, relinquetur valor $m\varphi + \pi$,

qui

qui ſi fiat $= \rho$ erit $\rho = \frac{m-1}{m}\left(\frac{m^3}{f^3} - \frac{2m^2+m}{af^2} + \frac{m+2}{a^2 f} + \frac{3m^2+m}{pf^2} - \frac{4m+4}{apf} + \frac{3m+2}{p^2 f}\right)\frac{1}{2}e^2$.

44. Diſtantia vero foci a ſuperficie ſibi proxima integra, & correcta erit $r - \frac{r^2 m\alpha}{q^2} - r^2\rho$.

45. *Scholium*. Plura theoremata pro lentibus inde facile deduci poſſunt nota in dioptrica; ſed hic indicabimus illa tantummodo. Inverſa lente manet valor r, ſive diſtantia foci radiorum infinite proximorum axi; ſed mutatur error tam ortus ex apertura, quam ex craſſitudine lentis; ſi binæ ſuperficies non ſint æqualis ſphæricitatis, qui itidem manent; ſi ſuperficies ſint ſphæricitatis ejuſdem.

46. Quævis lens ſphæricitatum utcumque inæqualium, contempto errore tam craſſitudinis, quam aperturæ, habet lentem iſoſceliam ſibi prorſus æquivalentem, cujus nimirum radius ſit medius harmonice proportionalis inter illius radios, ſive cujus radio facto $= a'$, & illius radiis in ſua directione oppoſita factis a, b ſit $\frac{2}{a'} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

47. Ea profluunt ex formula $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$: inde & ſequens corollarium dimanat, quod ſternit viam ad lentes duas conjunctas ſimul.

48. *Corol.* 2. Si mutetur mutatione exigua diſtantia AG; mutabitur BI mutatione, quæ erit ad ipſam in ratione duplicata directa ipſius BI ad AG.

49. Nam in formula $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$ ſtante $\frac{m-1}{f}$, erit $-\frac{dr}{r^2} = -\frac{dp}{p^2}$, adeoque $dr . dp :: r^2 . p^2$. Eſt autem BI quamproxime æqualis primo termino r ſui valoris, & ejus mutatio hujus mutationi.

50. *Prop.* 3. Si poſt primam lentem terminatam binis ſuperficiebus AM, BN ſit alia (*Fig.* 3.) ex alia maſſa, ſed in eodem medio, ut in aere, terminata ſuperficiebus CO, DP; oportet invenire diſtantiam DL foci L a ſuperficie ſibi proxima.

51. Dicatur β intervallum BC binarum lentium, γ craſſitudo CD ſecundæ, c radius primæ ſuperficiei CO ſecundæ lentis, d radius ſecundæ DP, M : 1 ratio ſinus incidentiæ ad ſinum anguli refracti in ingreſſu ex aere in materiam ſecundæ lentis, H diſtantia foci radiorum parallelorum infinite proximorum axi ſecundæ lentis. Debet inveniri DL per radios c, d, per M, H, per aperturam e, & per diſtantiam CI puncti, ad quod convergunt radii a prima ſuperficie CO prorſus, ut eſt inventa BI per a, b, m, h, e, & diſtantiam AG $= p$.

52. Valor BI eſt $r - \frac{r^2 m \alpha}{q^2} - r^2 \rho$, adeoque CI $= r - \frac{r^2 m\alpha}{q^2} - \beta - r^2 \rho$. Sed ſi is valor eſſet r, ac formarentur Q, R, σ per c, d, M, g, r prorſus, ut formatæ ſunt q, r, ρ per a, b, m, f, p; eſſet DL $= R - \frac{R^2 m \gamma}{Q^2} - R^2 \sigma$. Sed quoniam CI eſt minor, quam r per $\frac{r^2 m\alpha}{q^2} + \beta + r^2 \rho$; oportebit per num. 48 adhuc demere hunc valorem ductum in $\frac{DL^2}{BI^2}$, ſive proxime in $\frac{R^2}{r^2}$. Eo pacto eſt diſtantia quæſita DL $= R - R^2 \left(\frac{m\alpha}{q^2} + \frac{\beta}{r^2} + \frac{M\gamma}{Q^2}\right) - R^2 (\rho + \sigma)$.

53. Exprimet autem primus terminus diſtantiam foci radiorum infinite proximorum axi contempta craſſitudine, & diſtantia lentium, ſecundus terminus correctionem his debitam, tertius correctionem debitam figuræ ſphæricæ.

54. *Schol.* 1. Sequentibus binis corollariis proponam valores omnes inventos primo quidem pro radiis utcumque convergentibus, vel divergentibus, tum pro parallelis. Valores radiorum ſphæricitatis cenſentur poſitivi, ubi centrum jacet ultra ſuperficiem reſpectu radiorum venientium ad lentes, qui evadunt infiniti pro planis, & negativi pro centro jacente citra. Valor p cenſendus eſt poſitivus, infinitus, vel negativus, prout radii adveniunt convergentes, paralleli, vel divergentes.

55. *Corol.* 1. Formulæ ſuperius inventæ in prop. 1, &

2, ac inveniendæ ope hujus propoſitionis ſunt, quæ ſequuntur.

Radii quatuor ſphæricitatum . . . . a, b, c, d.
Aperturæ ſemidiameter . . . . e.
Craſſitudo primæ lentis, intervallum lentium, craſſitudo ſecundæ . . . . α, β, γ.
Rationes refractionum pro binis maſſis . . $m:1$, $M:1$.
Diſtantia puncti convergentiæ radiorum incidentium . . . . p.
Diſtantiæ foci radiorum infinite proximorum axi neglectis ſuperficierum intervallis poſt ſuperficies 1, 2, 3, 4 . . q, r, Q, R.
Diſtantiæ foci radiorum parallelorum infinite proximorum axi, neglectis ſuperficierum intervallis pro lentibus prima, & ſecunda ſeorſim . . . . h, H.

Valores ſubſidiarii . . . . $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$, $\frac{1}{g} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$.

$$\frac{1}{q} = \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mp}.$$

$$\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p} = \frac{1}{h} + \frac{1}{p}.$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{M-1}{Mc} + \frac{1}{Mr} = \frac{M-1}{Mc} + \frac{m-1}{mf} + \frac{1}{Mp}.$$

$$\frac{1}{R} = \frac{M-1}{g} + \frac{1}{r} = \frac{M-1}{g} + \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p} = \frac{1}{H} + \frac{1}{h} + \frac{1}{p}.$$

$$\rho = \frac{m-1}{m}\left(\frac{m^3}{f^3} - \frac{2m^2+m}{af^2} + \frac{m+2}{a^2 f} + \frac{3m^2+m}{pf^2} - \frac{4m+4}{apf} + \frac{3m+2}{p^2 f}\right)\frac{1}{2}e^2.$$

$$\sigma = \frac{M-1}{M}\left(\frac{M^3}{g^3} - \frac{2M^2+M}{cg^2} + \frac{M+2}{c^2 g} + \frac{3M^2+M}{rg^2} - \frac{4M+4}{crg} + \frac{3M+2}{r^2 g}\right)\frac{1}{2}e^2.$$

Diſtantia foci primæ lentis . . $r - r^2 \times \frac{m\alpha}{q^2} - r^2\rho$.

Diſtantia foci ambarum ſimul . . $R - R^2\left(\frac{m\alpha}{q^2} + \frac{\beta}{r^2} + \frac{M\gamma}{Q^2}\right) - R^2(\rho + \sigma)$.

56.

56. *Corol.* 2. Pro radiis parallelis, vel ex ſatis magna diſtantia advenientibus, ſatis eſt omittere omnes terminos diviſos per p, & pro $\frac{1}{r}$ ſcribere $\frac{m-1}{f}$. Tum reliquis manentibus habebitur.

$$\sigma = \frac{M-1}{M}\left(\frac{M^3}{g^3} - \frac{2M^2+2M}{cg^2} + \frac{M+2}{c^2 g} + \frac{(m-1)(3M^2+M)}{fg^2} - \frac{(m-1)(4M+4)}{cfg} + \frac{(m-1)^2(3M+2)}{f^2 g}\right)\tfrac{1}{2}e^2.$$

57. *Schol.* 2. Ex ipſa methodo, qua ad ſuperiores formulas deventum eſt, & ex diligenti conſideratione formularum earumdem facile deducuntur plurima theoremata, ut hæc, quæ ſequuntur.

58. Si ſint quotcumque lentes contiguæ, & negligatur earum craſſitudo (quod tamen, ſi nimis multæ ſint, & foci non ſatis remoti, non licet), & quod in prima eſt m, f, h ſit in reliquis m', m'' &c., f', f'' &c., h', h'' &c., diſtantia autem foci omnium ſimul dicatur R; erit $\frac{1}{R} = \frac{m-1}{f} + \frac{m'-1}{f'} + \frac{m''-1}{f''}$ &c. $+ \frac{1}{p} = \frac{1}{h} + \frac{1}{h'} + \frac{1}{h''}$ &c. $+ \frac{1}{p}$.

59. Si fuerint quotcumque lentes, & quæcumque, quocumque ordine ponantur, & utralibet ſuperficie ſingulæ obvertantur radiis venientibus; neglecta ipſarum craſſitudine, focus radiorum infinite proximorum axi manebit ſemper eodem loco.

60. *Schol.* 3. Ad theoriam trium lentium facile reducitur etiam caſus, quo binis meniſcis vitreis includatur aqua, quæ haberi poterit pro lente aquea interpoſita binis lentibus vitreis: nam via radii tranſeuntis immediate e vitro in aquam, vel viceverſa eſt eadem, quæ eſſet, ſi tenuiſſimum aeris velum intercederet.

61. Si radii quatuor ſphæricitatum ſint a, b, c, d conſiderati ut poſitivi centro jacente ultra ſuperficiem, & ratio ſinuum in vitro ſit m, in aqua M; erit $\frac{1}{R} = \frac{m-1}{f} + \frac{M-1}{f'} + \frac{m-1}{f''} + \frac{1}{p}$. Erit autem $\frac{m-1}{f} + \frac{m-1}{f''} = (m-1)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{d}\right) = (m-1)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{d}\right) - (m-1)\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)$,

 cui

cui termino ſi uniatur $\frac{M-1}{f'} = (M-1)\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)$, fiet $(M-m)\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)$. Quare ſi fiat $\frac{1}{a} - \frac{1}{d} = \frac{1}{g}$, & $\frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{1}{g'}$; fiet $\frac{1}{R} = \frac{m-1}{g} + \frac{M-m}{g'} + \frac{1}{p}$.

62. Porro eodem devenit Clairautius ex generaliore theoria quatuor ſuperficierum diverſa media dirimentium, & hæc poſtrema formula uſum habet in lentibus, quas Eulerus propoſuerat, ut ſuperiores in lentibus Dollondianis, & Clairautianis.

§. III.

De errore orto a diverſa refrangibilitate, & ejus comparatione cum errore figuræ ſphæricæ.

63. EX ipſis formulis numeri 55 ſatis patet diſtantiam foci ita pendere a valore m, ut eo mutato mutari debeat: is autem in diverſis coloratis radiis diverſus eſt; unde oritur error, & imaginis confuſio. Eum errorem hic conſiderabimus, comparando ipſum cum errore figuræ ſphæricæ.

64. Si fila radii (*Fig.* 4.) progreſſi ex G refringantur a lente MAM'; magis refrangibilia colligentur citius in B, minus refrangibilia ſerius in I, & error diſtantiæ foci erit BI. Cum is ſit exiguus reſpectu totius; negligi poterit in eo conſiderando illa ejus pars, quæ mutat errores figuræ ſphæricæ, & craſſitudinis lentis jam exiguos, parte ſui exigua. Remanebit igitur error formulæ $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$.

65. Si dicatur dm differentia valorum m pertinentium ad bina illa radiorum genera; differentiando habebitur $-\frac{dr}{rr} = \frac{dm}{f}$, cum p ſit conſtans, adeoque erit $\frac{dr}{r} = \frac{r}{f} \times dm$. Ibi autem ſi radii adveniant paralleli, ut evaneſcente $\frac{1}{p}$, ſit $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f}$, adeoque $\frac{r}{f} = \frac{1}{m-1}$; fiet $\frac{dr}{r} = \frac{dm}{m-1}$, nimirum $r \,.\, dr :: m-1 \,.\, dm$. Si notetur $m-1$ eſſe decurtationem ſinus, quæ in exiguis angulis eſt ipſa refractio; habebitur hujuſmodi theorema. Diſtantia foci eſt ad errorem rectilineum, ut refractio

ad

ad differentiam refractionis, ſed ubi refractio eſt major, diſtantia eſt minor.

66. Idem & geometria exhibet: ſi enim MG, AG habeantur pro parallelis; poſito A in media MM'; erit tota refractio rubeorum MIA, violaceorum MBA, adeoque differentia BMI: erit autem MB, vel MI ad BI, ut ſinus MIA, vel MBA ad ſinum BMI, nimirum ut ipſi anguli, quæ demonſtratio eſt generalis etiam pro lentibus quotcumque ſimul conjunctis.

67. Si rectæ M'B, MI occurrant ſibi invicem in C', & MB, M'I in C, ac recta C'C axi AI in O; erit, ut facile patet, CC' diameter circelli minimi eorum omnium, qui excipiunt omnes radios tranſmiſſos per lentem; cumque ſit MM' ad C'C, tam ut AI ad IO, quam ut AB ad BO, adeoque ut AI + AB ad BI = BO + OI; aſſumpta AI + AB, ut dupla diſtantia foci radiorum mediorum, erit, ut ipſa dupla diſtantia foci radiorum mediorum ad errorem rectilineum, ita diameter aperturæ lentis ad diametrum erroris circularis, appellando eo nomine eum circellum, qui nimirum in imagine confuſionem gignit. Aſſumendo autem poſteriorum terminorum dimidia, obtinebitur ejus valor analyticus, factis $2r \,.\, dr = \frac{r\,dm}{m-1} :: e \,.\, \frac{dm}{m-1} \times \frac{1}{2} e$, qui erit valor ſemidiametri OC, in quo tamen oportebit ad majorem accurationem aſſumere in $m - 1$, ut & in r valorem debitum radiis mediis.

68. Porro patet ex ipſis formulis errorem rectilineum eſſe conſtantem in quavis apertura, & erroris circularis diametrum eſſe in ratione aperturæ lentis. Juxta Newtonum aſſumpto m pro radiis intermediis eſt $\frac{dm}{m-1} = \frac{1}{27 \cdot \frac{1}{2}}$, adeoque eſſet diameter erroris circularis $\frac{1}{55}$ diametri aperturæ lentis, ut ipſe cenſuit. Sed ex novis compertis ea ratio eſt in aliis vitris alia, uti diximus §. 1., & videbimus infra.

69. Errorem figuræ ſphæricæ rectilineum definivimus num. 54 pro unica lente $r^2 \rho$, pro duabus conjunctis $R^2 (\rho + \sigma)$. Determinatio erroris circularis eſt ibi paullo operoſior. Radii tranſeuntes (*Fig.* 5.) per puncta F aperturæ M'M ita ſecant axem AI in B, ut exiſtente I foco radiorum infinite proximorum axi, ſit $IB = r^2 \rho$; valor autem ρ componitur num. 55 ex pluribus terminis datis per m, f, a, qui non mutantur,

mutata ſemidiametro aperturæ A F $= e$, ductis in $\frac{5}{2} e^2$. Quare ſi ii omnes termini ſimul dicantur 2δ, erit I B $= r^2 \delta e^2$, qui valor cum mutetur, mutata A F $= e$, patet radios etiam homogeneos tranſeuntes per diverſa puncta F aperturæ non convergere ad unicum axis punctum, ſed perpetuo tangere curvam quandam I C' D, quæ appellatur cauſtica, cujus erunt bini arcus I C' D, I C D' hinc, & inde ab axe A I. Radii F D, F' D' poſt ejus curvæ contactum in D, D' incurrentes in axem in B iterum occurrent curvæ in C, C', eritque C' O C diameter circelli minimi omnium excipientium omnes radios tranſeuntes per omnia puncta aperturæ F F'. Oportebit ipſam determinare.

70. Primo quidem definienda erit natura curvæ D C' I. Id autem brevitatis cauſa ſic expediam ope calculi infiniteſimalis, ſed admodum elementaris, & ſimplicis. Sit I E $= z$, E D $= y$: erit ex formulis ſubtangentium E B $= \frac{y\,dz}{dy}$. Porro eſt A F $= e$. A B, ſive A I $= r$: : D E $= y$. E B $= \frac{ry}{e} = \frac{y\,dz}{dy}$, unde fit $dz = \frac{r\,dy}{e}$. Sed ob E I $=$ E B $+$ B I, eſt $z = \frac{ry}{e} + r^2 \delta e^2$, adeoque $dz = \frac{r\,dy}{e} - \frac{ry\,de}{e^2} + 2 r^2 \delta e\,de$, quod cum ſit itidem $= \frac{r\,dy}{e}$, erit $- \frac{ry\,de}{e^2} + 2 r^2 \delta e\,de = o$, ſive $y = 2 r \delta e^3$. Hinc $dy = 6 r \delta e^2 de$, adeoque ob $dz = \frac{r\,dy}{e}$; erit $dz = 6 r^2 \delta e\,de$, & $z = 3 r^2 \delta e^2$, nulla addita conſtante, cum z, & e ſimul evaneſcant, abeuntibus punctis F, B ſimul in A, I.

71. Ex iis valoribus y, & z ſatis conſtat eſſe tam y^2, quam z^3, ut e^6, adeoque y^2, ut z^3, ſive y, ut $z^{\frac{3}{2}}$, quod oſtendit, eam curvam circa initium I accedere in infinitum ad formam parabolæ gradus tertii. In ea debet eſſe E I ad E B, ut 3 ad 2, quod facile eruitur etiam ex valore E B $= \frac{ry}{e}$, in quo ſi ſubſtituatur pro y valor inventus $2 r \delta e^3$, habetur $2 r \delta e^2$, dum eſt E I $= z = 3 r^2 \delta e^2$.

72. Supereſt determinanda interſectio C tangentis D B cum curva. Debebit eſſe B O^2. B E^2 : : O C^2. E D^2, ſive ex natura curvæ : : I O^3. I E^3. Id autem obtinebitur, ſi ſit I O pars quar-

quarta IE; nam diviſa EI in partes 12, erit IO $= 3$, & ex numero præcedente BE $= 8$, adeoque BI $= 4$, BO $= 1$. Hinc BO.BE :: 1.8, & IO.IE :: 1.4, adeoque tam BO ad BE^2, quam IO^3 ad IE^3, ut 1 ad 64.

73. Idem exhibet calculus directe poſita IO $= hz$. Erit enim BE $= \frac{2}{3} z$, BI $= \frac{1}{3} z$, BO $= (\frac{1}{3} - h) z$; unde fit $(\frac{1}{9} - \frac{2}{3} h + h^2) z^2 . \frac{4}{9} z^2 :: h^3 z^3 . z^3 :: h^3 . 1$; adeoque $\frac{4}{9} h^3 = \frac{1}{9} - \frac{2}{3} h + h^2$, ſive $h^3 - \frac{9}{4} h^2 + \frac{3}{2} h - \frac{1}{4} = o$. Ejus æquationis radices ſunt 1, 1, $\frac{1}{4}$, quarum priores duæ pertinent ad contactum in D, ubi coeunt binæ interſectiones, exiſtente $hz = z$, quod quidem ſtatim patet, & binis radicibus indicatis tertiam prodidit ſine moleſtiore ſolutione æquationis gradus tertii: tertia autem ipſa exhibet IO $= \frac{1}{4}$ IE.

74. Jam vero cum ſit IB $= r^2 \delta e^2$, erit IE $= 3 r^2 \delta e^2$, adeoque BO $= \frac{1}{12}$ IE erit $= \frac{1}{4} r^2 \delta e^2$, AB $= r$. BO $= \frac{1}{4} r^2 \delta e^2$ :: AF $= e$. OC $= \frac{1}{4} r \delta e^3$, quæ ob $\rho = \delta e^2$ juxta num. 69, erit $= \frac{1}{4} r \rho e$, & ea eſt ſemidiameter erroris circularis orti a figura ſphærica. Patet autem eamdem methodum habere locum etiam in errore duarum lentium, dummodo fiat $\delta e^2 = (\rho + \sigma) e^2$; obveniret enim demum ſemidiameter ipſa $= \frac{1}{4} R (\rho + \sigma) e$.

75. Cum valor ρ, & σ jam decreſcant ut e^2; patet, hujus erroris ſemidiametrum decreſcere ut e^3, adeoque imminuta in infinitum apertura, hic error minuitur infinities magis infinitate ſecundi ordinis reſpectu erroris orti a diverſa radiorum refrangibilitate, qui per num. 68 decreſcit ut e. Hinc in exiguis aperturis adhuc eſt in immenſum major hic error illo, ut Newtonus animadvertit juxta num. 4; ſed in aperturis paullo majoribus idem creſcit multo minus, quam alter, cujus idcirco non eſt negligenda correctio in novis hiſce teleſcopiis habentibus objectivi aperturam ingentem.

76. Facile eſt ejuſmodi relationem generaliter exprimere. Inventa eſt num. 67 ſemidiameter erroris orti ex refrangibilitate diverſa radiorum $= \frac{dm}{m-1} \times \frac{1}{2} e$. Quare cum hic error ortus a figura ſphærica ſit $= \frac{1}{4} r \rho e$, erit ille ad hunc ut $\frac{dm}{m-1}$ ad $\frac{1}{2} r \rho$.

77.

77. Newtonus in Optica *lib.* 1. *parte* 1. *experim.* 8. proponit primo formulam pro errore circulari figuræ ſphæricæ hoc pacto. *Si vitrum objectivum teleſcopii ſit plano-convexum, & plana ipſius facies ad rem objectam obvertatur, diameter autem ſphæræ, cujus id vitrum ſegmentum ſit, appelletur* D, *item ſemidiameter aperturæ vitri vocetur* S, *& ſinus incidentiæ e vitro in aerem ſit ad ſinum refractionis ut* I *ad* R; *radii, qui incidunt paralleli ad axem vitri, diffuſi erunt in eo loco, ubi objecti imago diſtinctiſſima exhibetur, in parvum circulum, cujus diameter erit* $\frac{R\,q.}{I\,q.} \times \frac{S\,cub.}{D\,quadr.}$. Ea ex noſtra generaliore formula facile deducitur Nam in eo caſu in valore ρ num. 55 fit p infinitum ob radios parallelos, a infinitum ob primam ſuperficiem planam. Quare tota formula incluſa parentheſi reducitur ad ſolum primum terminum, in quo ipſo $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ evadit $\frac{1}{b}$ evaneſcente primo termino, & mutante ſignum ſecundo ob convexitatem ſecundæ ſuperficiei; adeoque evadit $\frac{1}{4} r \rho e = r \times \frac{m-1}{8} \times \frac{m^2}{b^3} \times e^3$, vel ob $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} = \frac{m-1}{b}$, adeoque $r \times (m-1) = b$, $\frac{1}{4} r \rho e = \frac{m^2 e^3}{8 b^2}$, cujus duplum, ſeu $\frac{m^2 e^3}{4 b^2}$ exhibet diametrum eamdem: eſt autem hic m, quod ipſi $\frac{R}{I}$, & hic $2b$, quod ipſi D; unde patet, Newtonum, conſiderata cauſticæ natura, rite determinaſſe ipſum minimum circellum.

78. Progreditur ipſe, & rationem errorum rite itidem determinat in hypotheſi, quod error diverſæ refrangibilitatis ſit $\frac{1}{55}$ pars diametri aperturæ. Ratio $\frac{dm}{m-1}$ ad $\frac{1}{2} r \rho$ in eo caſu evadit $\frac{dm}{m-1}$ ad $\frac{m^2 e^2}{4 b^2}$. Eſt ipſi $\frac{dm}{m-1} = \frac{2}{55}$, $m = \frac{31}{20}$, $\frac{e}{2b} = \frac{1}{600}$, aſſumit enim $2b$ pedum 100, & diametrum aperturæ unciarum 4, adeoque e unciarum 2, ſive $\frac{1}{6}$ unius pedis. Hinc ratio quæſita evadit $\frac{2}{55}$ ad $\frac{1 \times 31 \times 31}{360000 \times 400}$, ſive $\frac{288000000}{55 \times 31 \times 31} = 5449$ ad 1, prorſus ut ipſi.

79. Sed ſi apertura ſit major, ea ratio multum decreſcit ma-

manentibus cæteris, nimirum in ratione reciproca duplicata diametri ipſius aperturæ, in qua creſcit ſecundus rationis terminus $\frac{m^2 e^2}{4 b^2}$. Quamobrem, ut innuimus numero 75, cogitandum eſt de correctione erroris utriuſque, quod jam præſtabimus ſequenti paragrapho.

§. IV.

De correctione errorum.

80. TRia errorum genera conſideravimus, eos, qui proveniunt a craſſitudine, & intervallo lentium, qui a figura ſphærica, & qui a diverſa radiorum refrangibilitate. Primus error non turbat ſaltem ad ſenſum diſtinctionem imaginis, quam tantummodo admovet lenti paullo plus, quam requirat primus terminus valoris exprimentis diſtantiam foci, adeoque is omitti poteſt. Acturi de reliquis binis, agemus primo de priore, quem Dollondus correxit, & quem diximus tanto majorem.

81. In primis ſatis patet ex num. 67 non poſſe eum errorem corrigi per unicam lentem: ut corrigatur per duas oportet valor diſtantiæ foci numeri 55 obveniat idem, poſitis pro M, & m numeris pertinentibus ad quodvis radiorum genus. Quoniam exigua mutatio eorum numerorum inducit mutationem perquam exiguam in exiguis terminis ejus formulæ exprimentibus errorem craſſitudinum, & figuræ ſphæricæ; ſatis erit ea neglecta efficere illud, ut valor R remaneat idem, qui manebit idem, ſi maneat $\frac{1}{R} = \frac{M-1}{g} + \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$.

82. Ut is valor maneat idem in duobus radiorum coloratorum generibus, id præſtabitur facile, ſi in altero pro valore M, & m ponatur $M + dM$, & $m + dm$. Tum enim ſatis erit facere $\frac{dM}{g} + \frac{dm}{f} = o$; unde habebitur $\frac{dM}{g} = -\frac{dm}{f}$; & inde $g . -f :: dM . dm$. Quod ſi deſignet $M - 1$, & $m - 1$ qualitatem refractivam, & dM, dm qualitatem diſtractivam (nam priores termini deſignant decurtationem ſinuum, & in exiguis angulis ipſam quantitatem anguli, quo radius detorque-

quetur, ſive refractionem, poſteriores earumdem differentiam, ex qua pendet ſeparatio unius coloris ab alio), & lentes ſint iſoſceliæ, in quibus ob $b = -a$, & $d = -c$, eſt $\frac{1}{f} = \frac{2}{a}$, & $\frac{1}{g} = \frac{2}{c}$, adeoque $g \,.\, f :: a \,.\, c$, habebitur hujuſmodi theorema. Error diverſæ refrangibilitatis duorum generum radiorum corrigetur, ſi e lentibus iſoſceliis æquivalentibus altera ſit convexa, altera concava; ſint autem radii ſphæricitatum in ratione directa qualitatum diſtractivarum.

83. Ex eadem ſuperiore æquatione patet fore $\frac{1}{g} = -\frac{dm}{dM} \times \frac{1}{f}$. Eo valore ſubſtituto in formula $\frac{1}{R} = \frac{M-1}{g} + \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$, habebitur $\left((m-1) - \frac{dm}{dM} \times (M-1)\right) \frac{1}{f} + \frac{1}{p}$, ſive $\frac{dm}{f} \times \left(\frac{m-1}{dm} - \frac{M-1}{dM}\right) + \frac{1}{p}$. Porro inde manifeſto deducitur illud; ſi ſit $\frac{m-1}{dm} = \frac{M-1}{dM}$, quod Newtonus cenſuerat accidere in omnibus ſubſtantiis, ſecundum æquationis terminum reduci ad $\frac{1}{p}$, evaneſcente prima parte, adeoque correctionem haberi non poſſe, niſi omni refractione deſtructa, facto nimirum $R = p$, & in radiis parallelis infinito. Sed ſi in diverſis ſubſtantiis inveniatur valor $\frac{m-1}{dm}$ diverſus, ſive diverſa ratio decurtationis ſinus ad differentiam decurtationum, poſſe corrigi eum errorem per theorema numeri præcedentis.

84. Id autem ita ſe habere invenit Dollondus in *flint-glaſs*, & *crown-glaſs*, in quibus M, & m invenit parum diſcrepantes, at $dM \,.\, dm :: 3 \,.\, 2$, uti diximus num. 12, adeoque in iis juxta num. 16 corrigitur error efficiendo, ut radius primæ ad radium ſecundæ ſit in eadem ratione 3 ad 2.

85. Ut R ſit valor poſitivus, adeoque habeatur focus realis, quod eſt utique neceſſarium pro teleſcopii objectivo, debebit exiſtente f poſitivo eſſe $\frac{m-1}{dm}$ majus, quam $\frac{M-1}{dM}$, contra vero minus eo exiſtente negativo. Quamobrem ſi prima lens ſit convexa; debebit ea fieri ex materia habente rationem majorem $\frac{m-1}{dm}$; ſi concava, minorem, adeoque in primo caſu debebit eſſe concava ſecunda, in ſecundo convexa: nimi-

rum

rum in Dollondianis vitris convexa debet eſſe ex *crown-glaſs*, & concava ex *flint-glaſs*, ac utralibet obvertatur radiis venientibus, æque hic primus error corrigitur, ſi ſphæricitatum radii ſint ut 2 ad 3 in ipſis lentibus utrinque, vel ſi iſoſceliæ non ſint, in radiis iſoſcelium æquivalentium.

86. Facile eſt genuinam formulam eruere etiam pro correctione erroris ejuſdem per lentes vitreas binas continentes aquam. Eſt in iis per num. 61, $\frac{1}{R} = \frac{m-1}{g} + \frac{M-m}{g'} + \frac{1}{p}$. Debebit igitur eſſe $\frac{dm}{g} + \frac{dM}{g'} - \frac{dm}{g'} = o$, ſive $\frac{1}{g} = \frac{1}{g'} \times (1 - \frac{dM}{dm})$, ubi habetur ratio valorum g, & g', qui ſunt iidem, ac eſſent f, & g in binis lentibus, altera ob $\frac{1}{g} = \frac{1}{a} - \frac{1}{d}$ vitrea non conſiderata aqua, altera ob $\frac{1}{g'} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$ aquea incluſa. Verum & ibi, accepto valore $\frac{1}{R}$, obtinetur illud idem, quod num. 83. Habetur enim $\frac{m-1}{g'} - \frac{dM}{dm} \times \frac{m-1}{g'} - \frac{M-m}{g'} + \frac{1}{p} = \frac{dM}{dm} \times \frac{m-1}{g'} - \frac{M-1}{g'} + \frac{1}{p} = \frac{dM}{g'} \times (\frac{m-1}{dm} - \frac{M-1}{dM}) + \frac{1}{p}$, cujus primus terminus itidem evaneſcit, ſi ſit $\frac{m-1}{dm} = \frac{M-1}{dM}$, ut ſane debuit; nam generaliter oſtendimus num. 15 in caſu, ad quem is reducitur in exiguis angulis, non poſſe corrigi refractionum diſcrimen, manente refractione ipſa.

87. Supereſt monendum illud circa hanc hujus erroris correctionem: ſi in omnibus radiorum heterogeneorum binariis in ingreſſu in eadem bina media ex aere ſit eadem ratio $\frac{dM}{dm}$; correcto errore pertinente ad bina radiorum genera, corrigi errorem pertinentem ad omnia reliqua: ſecus, ſi in aliis ſit alia. Id patet ex ipſa formula, in qua res omnis reducitur ad valorem ejus fractionis. An res ita ſe habeat, inquirendum eſt per experimenta methodis, de quibus infra. Ex obſervationibus huc uſque inſtitutis videtur res ita ſe habere, ſi minus accurate, ſaltem proxime.

88. Hactenus de errore diverſæ refrangibilitatis: nunc ad errorem figuræ ſphæricæ faciendus eſt gradus. Primo quidem

 quæ-

quæri poteſt, an is error corrigi poſſit in unica lente per combinationem idoneam binarum ſphæricitatum.

89. Ad id præſtandum oportet, valor ρ numeri 55 evaneſcat. Cum is non poſſit evaneſcere per hoc, quod evaneſcat $m - 1$ (nam facto $m = 1$ nulla haberetur refractio), nec debeat per hoc, quod evaneſcat e, nimirum apertura, cujus error debet deſtrui; oportet evaneſcat quidquid continetur ejus parentheſi. Ponatur ibi $\frac{n}{f}$ pro $\frac{1}{p}$, & diviſis omnibus terminis per $\frac{1}{f}$ habebitur $\frac{m^3}{f^2} - \frac{2m^2 + m}{af} + \frac{m+2}{a^2} + \frac{(3m^2 + m)n}{f^2} - \frac{(4m+4)n}{af}$ $+ \frac{(3m+2)n^2}{f^2} = o$, adeoque $f^2 - \frac{2m^2 + m + 4mn + 4n}{m+2} \times af$ $+ \frac{m^3 + 3m^2 n + mn + 3mn^2 + 2n^2}{m+2} \times a^2 = o$. Inde eruitur $f = a$ $\left(\frac{2m^2 + m + 4mn + 4n \pm \surd(-4m^3 + m^2 + 4m^3 n - 4m^2 n + 4m^2 n^2)}{2m+4}\right)$.

90. Ex ejuſmodi æquatione obtinetur relatio inter f, & a, adeoque etiam inter a, & b, cum ſit $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$. Patet autem ſtatim, rem eſſe impoſſibilem in caſu, in quo radii adveniant paralleli, quo caſu facto infinito p, evaneſcit $\frac{1}{p} = \frac{n}{f}$, adeoque etiam n, & habetur illa radix $\surd(-4m^3 + m^2)$, quæ non poteſt eſſe poſitiva, cum debeat in ingreſſu ex aere in quamvis ſubſtantiam ipſo magis activam in radios eſſe m majus unitate, adeoque $4m$ multo majus, quam 1, & $4m^3$ majus, quam m^2. Adhuc tamen in eo caſu obtinebitur error minimus, ubi illa radice neglecta fuerit $f = \frac{2m^2 + m}{2m+4} \times a$. Id facile deducitur differentiando valorem ρ, qui eo caſu reducitur ad $\frac{m-1}{m} \left(\frac{m^3}{f^3} - \frac{2m^2 + m}{af^2} + \frac{m+2}{a^2 f}\right) \frac{1}{2} e^2$, ſive differentiando $\frac{m^3}{f^3} - \frac{2m^2 + m}{af^2} + \frac{m+2}{a^2 f}$, ubi etiam f haberi poterit pro conſtanti, variato ſolo a. Habebitur $\frac{(2m^2 + m)da}{a^2 f^2} - \frac{(2m+4)da}{a^3 f}$ $= o$, ſive $f = \frac{2m^2 + m}{2m+4} \times a$. Erit nimirum error minimus ubi

ubi $\frac{1}{f}$, ſive $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{2m+4}{2m^2+m} \times \frac{1}{a}$, adeoque $\frac{1}{b} = \frac{2m^2 - m - 4}{2m^2 + m}$ $\times \frac{1}{a}$. Poſito autem cum Newtono $m = \frac{31}{20}$, evadit $\frac{1}{b} = \frac{298}{2542}$, ſive quamproxime $b = -(8 . \frac{1}{2}) a$, ſuperficiem habens parum convexam, ut adeo lentes utrimque convexæ, in quibus radius ſecundæ ſuperficiei ſit ad radium primæ in ea refractiva qualitate ut $8 . \frac{1}{2}$ ad 1, obverſa radiis e longinquo venientibus curvatura majore; omnium maxime evitent errorem figuræ ſphæricæ pro radiis parallelis.

91. In caſu, in quo p ſit aliquid, poteſt corrigi error, ubi nimirum valor ille radicali incluſus in formula numeri 89 evadat poſitivus. Limites valoris poſitivi erunt valores n, qui reddant eum valorem $= o$. Dividendo omnes terminos per $4m^2$ fit $n^2 + (m-1)n - \frac{4m-1}{4} = o$; unde eruitur $n = \frac{-(m-1) \pm \sqrt{(m^2+2m)}}{2}$.

92. Sit (*Fig. 6.*) lens in A, A F $= f$, quæ, ex formula num. 55 exhibente $\frac{m-1}{f} = \frac{1}{n}$, ad diſtantiam foci radiorum parallelorum ſit, ut $m - 1$ ad 1, & aſſumpta citra lentem Am, quæ ad A F ſit, ut 2 ad $-m + 1 - \sqrt{(m^2+2m)}$, vel A M ultra, ut 2 ad $-m + 1 + \sqrt{(m^2+2m)}$, ſi radii divergant ex quovis puncto rectæ Am vel convergant ad quodvis punctum rectæ A M; error figuræ ſphæricæ corrigi poterit; ſecus ſi cadat punctum divergentiæ, vel convergentiæ extra illos limites. Facto $m = \frac{31}{20}$, evadit proxime A$m = \frac{39}{20}$, & A M $= \frac{13}{20}$. Sed pro radiis divergentibus facile poteſt oſtendi, rem nulli uſui eſſe poſſe pro imagine per lentem efformata; cum radii divergentes a puncto tam proximo in vitreis lentibus non convergant, ſed habeant focum virtualem.

93. Ope duarum lentium res multo commodius ſuccedit. Si in formulis ipſis numeri 55 fiat $\rho + \sigma = o$, ubi ob quatuor valores f, g, a, e, ſive a, b, c, d; problema evadit indeterminatum duplici indeterminatione, quæ facilem admittit liberationem ab imaginarietate. Sed ut eam perquiſitionem faciamus cum utilitate majore pro teleſcopiis, unam determinationem addemus a deſtructione erroris pertinentis ad di-

verſam refrangibilitatem, ſubſtituendo in valore σ pro $\frac{1}{g}$ valorem $-\frac{dm}{dM} \times \frac{1}{f}$ inventum num. 83. Cum autem ad uſum teleſcopiorum ſatis ſint formulæ ſimpliciores, quæ habentur, omiſſis num. 55 terminis diviſis per p; utemur potius iis in præſenti perquiſitione.

94. Quoniam vero licet unum ex valoribus, ad quem cæteri referri debent, appellare unitatem; ponatur $f = 1$, quod contractiores reddet formulas, & diviſores quidem m, ac M applicentur ſingulis terminis poſitis intra parentheſes, ac utraque formula dividatur per $(m-1)\frac{1}{2}e^2$. Hoc pacto fiet $\frac{1}{g} = -\frac{dm}{dM}$, & habebitur æquatio $\frac{m-1}{M-1} \times (m^2 - \frac{2m+1}{a} + \frac{1+\frac{2}{m}}{a^2}) - \frac{dm^3}{dM^3} \times M^2 - \frac{dm^2}{dM^2} \times \frac{2M+1}{c} - \frac{dm}{dM} \times \frac{1+\frac{2}{M}}{c^2} + \frac{dm^2}{dM^2} \times (m-1)(3m+1) + \frac{dm}{dM} \times \frac{(m-1)(4+\frac{4}{M})}{c} - \frac{dm}{dM} \times (m-1)^2 (3+\frac{2}{M}) = o$, quæ mihi quidem viſa eſt habere formam omnium commodiſſimam pro ſubſtitutione numerorum, & rite ordinata habebit unum terminum cum $\frac{1}{a^2}$, unum cum $\frac{1}{a}$, unum cum $\frac{1}{c^2}$, duos cum $\frac{1}{c}$, & reliquos quatuor datos.

95. Si in ea æquatione ſubſtituantur numeri pro $\frac{dm}{dM}$, dati per qualitatem diſtractivam, qui Dollondo ſunt $\frac{2}{3}$, & pro m, ac M numeri debiti uni cuipiam radiorum generi, ut radiis mediis; obtinebitur æquatio indeterminata pro a, & c, quorum valorum determinato altero ad arbitrium, æquatio remanebit ſecundi gradus, & deſtruet errores provenientes a ſphæricitate pro illis radiis. Quod ſi ponantur pro m, & M valores debiti binis radiorum generibus, ut extremis rubeis, & extremis violaceis; obtinentur binæ æquationes, ex quibus eliminata altera a, vel c, devenietur ad unicam gradus quarti determinatam.

96. Eo pacto corrigetur ſaltem quam proxime in radiis tranſeuntibus per duplex objectivum tam is error, qui provenit a diverſa refrangibilitate, quam qui e figura ſphærica ita, ut

ut omnes radii provenientes ab unico objecti puncto, qui ad diverſa pertinent colorum genera, & incidunt in totam aperturam, colligantur ad ſenſum in unico puncto foci, quorum primam partem Dollondus præſtiterat, utramque ſimul Clairautius. Verum ſi oculares lentes ſingulæ ſint ex ſingulis maſſis, inducitur ab iis uterque error; & is quidem, qui provenit a figura ſphærica, debet eſſe perquam exiguus; nam radii egreſſi ex unico objecti puncto, & incidentes in totam aperturam vitri objectivi, poſteaquam coierunt in foco ipſius objectivi, & ſe ibi interſecuerunt, incurrunt in ocularem ad diſtantiam tanto minorem, quanto eſt minor diſtantia foci radiorum parallelorum lentis ocularis, quam objectivi, quarum diſtantiarum ratio inverſa eſt ipſum augmentum diametri objecti per teleſcopium, ubi unica adhibetur lens convexa. Idcirco occupant perquam exiguam particulam aperturæ ipſius ocularis, & cum juxta num. 69 error figuræ ſphæricæ etiam rectilineus decreſcat in ratione duplicata diametri aperturæ occupatæ a radiis ingredientibus; debet is error remanere perquam exiguus. At cum error rectilineus proveniens a diverſa refrangibilitate radiorum non pendeat ab apertura juxta num. 68, is in exigua illa apertura remanet ejuſdem magnitudinis, ac in magna; licet inde error circularis ab apertura itidem pendens minuatur plurimum, ex quo fit, ut correctis erroribus objectivi, & relicto errore ocularium, tanto majorem perfectionem hæc nova teleſcopia habuerint potiſſimum in diſtinctione prope axem nihil læſa a majore vi luminis, & incremento imaginis.

97. Ad corrigendum errorem omnem provenientem a diverſa refrangibilitate radiorum pro radiis egreſſis a puncto objecti jacente in axe, ſatis eſt, ut ita dicam, pluſquam corrigere errorem eundem in objectivo, reddendo ipſum negativum, & æqualem errori, quem radii incurrentes paralleli in ocularem oculo proximam in tranſitu per totum ocularium ſyſtema deberent habere ibi, ubi deberent coire in focum realem congruentem cum foco reali objectivi. Radii delati paralleli ad primam ocularem ita coirent in foco totius ocularium ſyſtematis, ut violaceorum concurſus eſſet propior oculari ſpectanti objectivum, quam concurſus rubeorum, & per formulam numeri 65, quæ habet $-\frac{dr}{rr}=\frac{dm}{f}$, ſive $dr=\frac{rrdm}{f}$ rite

ap-

applicatam ſingulis lentibus, habita ratione erroris præcedentium, dum ad ſubſequentes fit tranſitus, haud difficulter obtineretur differentia punctorum, in quibus coirent rubei, & violacei, ſive error rectilineus totius ſyſtematis. Si igitur id efficiatur, ut ope objectivi duplicis radii rubei incidentes in ipſum objectivum coeant tanto citius, quam violacei, colligentur rubei in puncto remotiore ab ocularibus, violacei in propiore ita, ut ſinguli digreſſi e ſuis focis ſyſtematis ocularium egrediantur omnes paralleli ex oculari oculo proxima, & paralleli in oculum incurrant, quod requiritur ad hoc, ut in fundo oculi nullo vitio laborantis coeant in punctum unicum, & diſtinctionem exhibeant. Dicatur illa diſtantia y, & cum ſit $\frac{1}{R} = \frac{m-1}{f} + \frac{M-1}{g}$ per num. 55, adeoque $-\frac{dR}{RR} = \frac{dm}{f} + \frac{dM}{g}$, & $dR = -RR\left(\frac{dm}{f} + \frac{dM}{g}\right)$; oportebit ponere $RR\left(\frac{dm}{f} + \frac{dM}{g}\right) = -y$, ſive $\frac{dm}{f} + \frac{dM}{g} = -y\left(\frac{m-1}{f} + \frac{M-1}{g}\right)^2$, ubi ope æquationis ſecundi gradus obtinebitur g per f datis m, M, dm, dM, & y; quin immo cum etiam valor y determinetur per valorem dm pertinentem ad oculares, facile res eo reducitur, ut ſatis ſit valor $\frac{dM}{dm}$, ſine ipſis dM, dm abſolutis.

98. Sit ex. gr. unica lens ocularis ex materia, cui debetur m, & ejus f ſit f', ac diſtantia ejus foci r'. Erit ex num. 65 pro ipſa $\frac{dm}{m-1} = -\frac{dr'}{r'} = -\frac{(m-1)dr'}{f'}$. Quare $dr' = -\frac{f'dm}{(m-1)^2}$, quo poſito $= RR\left(\frac{dm}{f} + \frac{dM}{g}\right)$, fiet $-\frac{f'dm}{(m-1)^2 R^2} = \frac{dm}{f} + \frac{dM}{g}$, ſive $\frac{f'}{(m-1)^2 R^2} + \frac{1}{f} = -\frac{dM}{dm} \times \frac{1}{g}$. Subſtituto autem pro $\frac{1}{R^2}$ ſuo valore, habebuntur termini dati per $\frac{1}{g^2}$, per $\frac{1}{g}$, & ſine g, quod exhibebit æquationem ſecundi gradus pro ipſo $\frac{1}{g}$ datam per f', f, M, m, & $\frac{dM}{dm}$. Verum cum hæc correctio ſit ſatis exigua; poterit poni pro $\frac{1}{R}$ ejus valor, qui provenit ex totali deſtructione errorum, quem num. 81 invenimus $= \frac{dm}{f} \times \left(\frac{m-1}{dm} - \frac{M-1}{dM}\right)$; unde fit

I

$\frac{1}{(m-1)R} = \frac{1}{f} \times (1 - \frac{M-1}{m-1} \times \frac{dm}{dM})$, & proinde æquatio $\frac{f'}{(m-1)^2 R^2} + \frac{1}{f} = - \frac{dM}{dm} \times \frac{1}{g}$ evadet $\frac{f'}{f^2} (1 - \frac{M-1}{m-1} \times \frac{dm}{dM})^2 + \frac{1}{f} = - \frac{dM}{dm} \times \frac{1}{g}$, ſive $\frac{1}{g} = - \frac{1}{f} \times \frac{dm}{dM} (\frac{f'}{f} (1 - \frac{M-1}{m-1} \times \frac{dm}{dM})^2 + 1)$. Et hæc quidem poſitio exhiberet novum valorem $\frac{1}{g}$ corrigentem errorem diverſæ refrangibilitatis tam objectivi, quam datæ ocularis pro puncto objecti exiſtente in axe, quæ quidem correctio erit ita exigua, ut fere contemni poſſit. Eo autem adhuc adhibito nihilominus remaneret error diverſæ refrangibilitatis, & quidem pro extremis campi punctis ſatis magnus, qui colores inducit in ipſis Dollondianis teleſcopiis. Ejus conſiderationem alibi exhibebimus: interea ſatis erit monere illud, hunc etiam errorem corrigi, ſi per duplex objectivum corrigatur prorſus error diverſæ refrangibilitatis, non reddatur negativus, & adhibeatur ocularis itidem duplex eodem modo combinata per objectivum.

99. Quoniam error figuræ ſphæricæ eſt multo minor, quam error diverſæ refrangibilitatis, non erit neceſſaria æquatio illa quarti gradus, de qua num. 95. Satis erit deſtruere per æquationem gradus ſecundi errorem figuræ ſphæricæ pro radiis mediis, quo deſtructo jam remanet reliquorum radiorum error multo minor, & reſervare determinationem valoris *c* per *a* ad alios uſus, qui exhibeant commodius ſyſtema quatuor ſuperficierum, & lentium conſtructionem magis idoneam, in quibus illud in primis cavendum eſt, ne quis proveniat radius ſphæricitatis nimis exiguus, quo caſu non poteſt ingens apertura adhiberi cum conditione adhibita in lemmate numeri 21, quod nimirum in fig. 1 ſit latus MX exiguum reſpectu SX.

100. Plures ejuſmodi poſitiones adhiberi poſſunt, ut ſupponendo unam e quatuor ſuperficiebus planam, quo caſu ejus radius evadit infinitus, vel ſupponendo alteram e lentibus datam, cui altera adjungi debeat, quæ rem præſtet, vel alteram iſoſceliam, vel ſecundam ſuperficiem lentis primæ congruentem cum prima ſecundæ, cum qua quodammo-

modo velut unicam lentem conſtituat. Pro ſingulis ejuſmodi poſitionibus ſunt ſuæ methodi, & pro ſingulis Clairautius deſtructo penitus errore ſolius duplicis objectivi in diſſertatione anni 1756 exhibuit ſolutiones pro utroque Anglicano vitro deveniendo ſemper ad æquationes habentes radices reales, quod eſt quædam feliciſſima ſors ejus methodi.

101. Is quidem poſuit primo pro m, & M valorem $1.\frac{1}{2}$, ad quem in vitris acceditur, & qui brevem calculum poſcit; tum correctionem toti formulæ debitam adjecit differentiando valores, conſideratis m, & M, ut variabilibus. Sed ego quidem maluerim ſubſtituere ſemper immediate valores integros m, & M; nam nec numericus calculus complicatior evadit eo pacto, quin immo plerumque ſimplicior, & evadit idem omnino ſemper multo accuratior, cum per eam differentialem methodum negligantur plures termini, qui ſane non ſunt ita exigui, ſi valor m, & M recedat aliquanto magis a valore $1.\frac{1}{2}$, uti recedit in vitris pluribus, in quibus invenitur etiam $\frac{33}{20}$, pro $\frac{30}{20}$, nimirum pluſquam ſeptima ſui parte major. Ego hic præterea aſſumo $f = 1$, quod calculum numericum dum contrahit, immutat nonnihil.

102. Si prima, vel tertia ſuperficies fiat plana; evaneſcunt omnes termini diviſi per a, vel c. Si fiat plana ſecunda; tum etiam $\frac{1}{a}$ fit $= 1$, cum ſit $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = 1$, & $\frac{1}{b}$ eo caſu evaneſcat. Si ponatur plana poſtrema; evadit $\frac{1}{c} = -\frac{dm}{dM}$ valor datus, cum ſit $\frac{1}{c} - \frac{1}{d} = \frac{1}{g} = -\frac{dm}{dM}$, & $\frac{1}{d}$ evaneſcat. Si prima lens ſit data; habebuntur a, & b in numeris, quorum unitas erit diverſa ab unitate aſſumpta $= f$. Reducentur ad eam, ſi fiat, ut $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ in iis numeris ad 1, ita in iis numeris a, vel b ad numeros harum unitatum eos exprimentes, cum numeri unitatum in eadem magnitudine ſint in ratione reciproca unitatum ipſarum. Porro is numerus a ſubſtitui poterit in formula, & obtinebitur c. Similis eſt methodus, ſi detur lens ſecunda, habita ratione valoris $-\frac{dm}{dM} = \frac{1}{g} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$ pro determinando valore c, & per ipſum valore a. Si ſit iſoſcelia lens prima; evadit $\frac{1}{a} = -\frac{1}{b}$, &

1

$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{2}{a} = 1$; adeoque $a = 2$: ſi vero ſit iſoſcelia lens ſecunda; erit pariter $\frac{2}{c} = \frac{dm}{dM}$, & c valor datus.

103. Iis caſibus omiſſis evolvam eum, in quo ſecunda ſuperficies congruat cum tertia concava, qui exhibet in vitris huc uſque cognitis proportiones admodum ſimplices, & elegantes. In eo caſu eſt $c = b$, cumque ſit $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 1$; erit $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} - 1 = \frac{1}{c}$. Quare ſubſtituto eo valore in æquatione numeri 94, orientur bini termini e ſingulis habentibus $\frac{1}{c}$, tres vero ex eo, qui habet $\frac{1}{c^2}$, adeoque evadent termini 13, duo continentes $\frac{1}{a^2}$, quatuor $\frac{1}{a}$, ſeptem ſine a. Bini ex iis, qui continent $\frac{1}{a}$, erunt $\frac{dm}{dM} \times (2 + \frac{4}{M})\, \frac{1}{a}$, & $\frac{dm}{dM} \times (m - 1)$ $(4 + \frac{4}{M})\, \frac{1}{a}$, qui facta multiplicatione poſterioris actuali per $m - 1$, facile reducentur ad hanc formam $\frac{dm}{dM} \times 4\,(m\,(1 + \frac{1}{M}) - \frac{1}{2})\, \frac{1}{a}$. Eodem pacto bini ex poſtremis, qui habebunt $\frac{dm^2}{dM^2}$, acquirent formam $\frac{dm^2}{dM^2} \times (3m\,(M + 1) - M)$; ii vero tres, qui habebunt $\frac{dm}{dM}$ evadent $\frac{dm}{dM} \times m\,(3m - 2 + \frac{2m}{M})$. Hinc ordinando orietur ſequens æquatio. $\frac{1}{a^2}$ —

$$\frac{\frac{m-1}{M-1} \times (2m + 1) - \frac{dm^2}{dM^2} \times (2M + 1) + \frac{dm}{dM} \times (4m(1 + \frac{1}{M}) - 2)}{\frac{m-1}{M-1} \times (1 + \frac{2}{m}) - \frac{dm}{dM} \times (1 + \frac{2}{M})} \times \frac{1}{a} +$$

$$\frac{\frac{m-1}{M-1} \times m^2 - \frac{dm^3}{dM^3} \times M^2 + \frac{dm^2}{dM^2} \times (3m(M + 1) - M) - \frac{dm}{dM} \times m(3m + \frac{2m}{M} - 2)}{\frac{m-1}{M-1} \times (1 + \frac{2}{m}) - \frac{am}{dM} \times (1 + \frac{}{M})}$$

$= 0$.

104. Eruto ex ea æquatione valore $\frac{1}{a}$, erit $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} - 1 = \frac{1}{c}$, tum $\frac{1}{d} = -\frac{1}{c} - \frac{dm}{dM}$: demum $\frac{1}{R} = \frac{M-1}{g} + \frac{m-1}{f} = -\frac{dm}{dM} \times (M - 1) + (m - 1)$ juxta num. 83, facto

 ibi

ibi $\frac{1}{f} = 1$, & evaneſcente $\frac{1}{p}$. Quod ſi quæratur lens, quæ habeat datam hanc ipſam diſtantiam foci R; inventis *a*, *b*, *c*, *d*, R in unitatibus communibus aſſumptis, facile invenientur præcedentes quatuor in unitatibus primi per regulam trium, vel ſi aſſumatur R, ut nova unitas, invenientur reliqui, dividendo eorum valores inventos per valorem inventum R.

105. Et hæc quidem pertinent ad haſce determinationes pro caſu extinctionis errorum objectivi lentis duplicis; nec erit difficile determinationes eaſdem adhibere, ubi iidem mutandi ſint in negativos juxta num. 97, ut deinde elidantur ab unica oculari, vel ab ocularium ſyſtemate.

§. V.

De inveniendis valoribus neceſſariis ad eamdem correctionem ope lentium, ubi de radiis ſphæricitatum determinandis per obſervationes.

106. Valores neceſſarii in ſuperioribus formulis ſunt *m*, M, *dm*, *d*M, vel ratio horum poſtremorum $\frac{dm}{dM}$, quæ ſi habeatur etiam ſine abſolutis *dm*, *d*M, ſatis eſt pro caſu, in quo errores objectivi efformati a duabus lentibus debeant eſſe $= o$; cum in eo caſu ea ſola ingrediatur formulas, quibus numeri ſubſtituendi ſunt. Quod autem dicetur de valore *m*, & *dm*, idem locum habet pro M, & *d*M, quæ ſunt *m* & *dm* alterius ſubſtantiæ.

107. Si in aliqua lente innoteſcant radii ſphæricitatum, & obſervetur diligenter diſtantia foci radiorum, vel parallelorum, vel divergentium a data diſtantia; facile obtinetur valor *m* per num. 55 ex formula $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{p}$, datis ex obſervatione *r*, & *p*, ac dato *f* ob $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$.

108. Tota igitur difficultas eo redit, ut determinentur valores *a*, & *b*. Ii non ſatis tuto, & accurate cognoſcuntur ex patinis, ad quas formantur ſuperficies lentium, quæ nimirum inter atterendum mutantur plurimum in curvatura exigua ſemidiametrorum paullo majorum, & in lentibus itidem ma-

majoris curvaturæ mutantur mutatione tali reſpectu radii curvaturæ ipſius, ut valor inde erutus non poſſit inſervire pro ſatis tuta, & accurata determinatione valoris m.

109. Dati circularis ſegmenti radius facile definitur data chorda arcus, & ſagitta, quæ videtur poſſe definiri applicando ſupra ſuperficiem cavam planum, ut obtineatur cavitas, quæ habetur in medio, vel ponendo convexam ſupra planum ita, ut ipſum contingat in medio, ut obtineatur diſtantia marginis ab ipſo plano; ſed ſagitta ipſa ita exigua eſt in lentibus, ut ejus methodi nullus ad determinationem etiam utcumque proximam uſus eſſe poſſit.

110. Supereſt, ut in ipſos ſphæricitatis radios inquiratur per radios luminis reflexos, vel reflexos ſimul, & refractos. Et quidem ſi ſuperficies ſit concava, res facile obtinetur, & formulæ ipſæ, quas pro refractione adhibuimus, pro reflexione itidem adhiberi poſſunt, ſi rite applicentur. Satis eſt notare illud in fig. 1. Si radius incidat directione mMG, radium reflexum non debere regredi per Mh jacentem ad eamdem partem radii sMS, ſed ad oppoſitam, & ad angulum æqualem angulo incidentiæ, adeoque ponendum eſſe $m = -1$.

111. Facta hac ſubſtitutione in formula numeri 31, ubi diſtantia AH $= q - q^2\varphi$, & ex num. 33 $\frac{1}{q} = \frac{1}{m}\left(\frac{m-1}{a} + \frac{1}{p}\right)$ fit $= \frac{2}{a} - \frac{1}{p}$, ac pro radiis parallelis $q^2\varphi = \frac{e^2}{2(m-1)ma}$, pro quo ſolo caſu eo indigebimus, fit $\frac{e^2}{4a}$, habetur generaliter $\frac{1}{q} = \frac{2}{a} - \frac{1}{p}$ pro diſtantia foci radiorum infinite proximorum axi, qui radii, ſi præterea ſint paralleli, erit $\frac{1}{q} = \frac{2}{a}$, ſive $q = \frac{1}{2}a$: & id quidem conſtat etiam ex communi catoptrica exhibente dimidium radii pro foco arcus circularis radiorum parallelorum infinite proximorum axi. Valor autem diſtantiæ foci eorum, qui incurrunt in marginem aperturæ, erit $\frac{1}{2}a - \frac{e^2}{4a}$, quod admodum facili etiam ſynthetica demonſtratione immediate colligitur, ſi libeat.

112. Hinc autem facile eſt definire radium ſphæricitatis, ubi ſuperficies ſit concava. Satis eſt excipere radios Solis ea ſuperficie, & reflexos dirigere cum obliquitate perquam exigua, ne in directos incurrant, plano collocato prope incurren-

rentes ad latus; & ut evitetur etiam penitus error ſenſibilis ortus a figura ſphærica, poteſt tegi ſuperficies ipſa, relicta perquam exigua apertura. Is error erit multo minor, quam ambiguitas orta ex ipſa obſervatione foci, qui definiri debet, ubi radii Solis collecti fuerint in ſpatium omnium anguſtiſſimum; nam ea poſitio non ita diſtincta, & determinata eſſe ſolet, ut non aliquem ambiguitati locum relinquat.

113. Quod ſi etiam ejus erroris rationem habere libeat; ſatis erit adhibere inventum valorem $-\frac{e^2}{4a}$. Verum duo notanda erunt: primo quidem illud; ſi ejuſmodi errorculorum ratio ſit habenda, oportere excipere radios parallelos axi lentis, tranſmiſſos nimirum per chartam craſſiorem ejus formæ, quam exprimit fig. 7., in qua radii tranſeant per foramen ABC amplius ipſa ſuperficie cava, quæ radios Solis colligat in circello poſito in ipſo centro foraminis ſupra B, & ſuſtentato ab excurrente brachiolo. Deinde illud, eo valore exprimi in fig. 5. totum errorem rectilineum IB, dum imago omnium arctiſſima pingitur in C'OC, & continet ex partibus totius IE per num. 72 pars IO tres, IB quatuor, ut idcirco ſit $IO = \frac{3}{4} IB = \frac{3e^2}{16a}$, adeoque erit $\frac{1}{2}a - \frac{3e^2}{16a}$ diſtantia foci correcta, quæ ſi fiat $= q'$, erit $a = 2q' + \frac{3e^2}{8a}$, ubi invento a per ſolum primum terminum, & eo ſubſtituto in ſecundo adeo exiguo, habebitur correctio: ſed ea erit ita exigua, ut nulla ipſius ratio habenda ſit.

114. Si loco imaginis Solis non ita certæ, & definitæ ſubſtituere libeat aliam methodum multo certiorem, quæ mihi quidem egregie ſuccedit; fiat in feneſtra occluſa tenebricoſi cubiculi exiguum foramen diametri duarum, vel trium linearum, ſupra quod applicetur charta alba cum tenui capillo tranſverſo ſupra locum foraminis ducto, & lens concava applicata regulæ perpendiculari ad ipſam feneſtram obliquata nonnihil, depinget ſuper ipſa charta ad latus foraminis ejus imaginem: ea, ubi fuerit diſtincta, exhibebit imaginem capilli, quæ vel tantillum admota, vel remota lente evaneſcet. Eſt E (*Fig.* 8.) foramen cum charta ſuperinducta, & capillo tranſverſo, DC regula, AB lens concava verſus E, F imago foraminis, & fili: eritque diſtantia lentis a charta

æqua-

æqualis ipſi radio ſphæricitatis quæſito; nam radii digreſſi e centro reflectuntur in ipſum centrum in ſphæra. Id autem conſtat etiam ex formula $\frac{1}{q} = \frac{2}{a} + \frac{1}{p}$. Erit enim hic $p = -q$, & proinde $\frac{2}{q} = \frac{2}{a}$, ac $a = q$.

115. Quin immo in omnibus ſuperioribus formulis pertinentibus tam ad dioptricam pro lentibus, quam ad catoptricam pro ſpeculis facile perſpicitur eodem pacto, diſtantiam foci radiorum divergentium, neglectis erroribus craſſitudinis, & aperturæ in caſu, in quo ea ſit æqualis diſtantiæ puncti divergentiæ, fore ſemper duplam ejus, quæ habetur, ſi radii incidant paralleli, quod occurret paullo inferius etiam in foco, qui ex duplici refractione, & unica reflexione exhibetur per lentes convexas a ſuperficie convexa extrorſum, ſed concava verſus ſuperficiem oppoſitam.

116. Porro in eo caſu error figuræ ſphæricæ ad ſenſum evaneſcet, qui prorſus evaneſceret, ſi radii reflecterentur ad E, quod cum debeat eſſe centrum ſphæricitatis, habet relationem eamdem ad omnes ſpeculi partes.

117. Difficultas eſt aliquanto major pro ſuperficiebus convexis, quæ focum habent virtualem tantummodo, adeoque radios non colligunt, ſed diſpergunt. Poteſt quidem ope formulæ ſuperioris ad catoptricam tranſlatæ etiam in eo caſu haberi radius ſphæricitatis obſervata ipſa diſperſionis quantitate; ſed adhuc ſupereſt non exigua difficultas pro accurata determinatione. Utrumque evolvam quam breviſſime potero.

118. Sit AM arcus circularis (*Fig.* 9.), ut in fig. 1, AS axis occurrens rectæ MX ſibi perpendiculari in X, & cuivis alteri BD itidem perpendiculari citra A in B, centrum S, radius e centro Solis parallelus axi mM, reflexus per Mh poſitam in directum cum HM, & faciens cum Ms continuatione ſemidiametri SM angulum $hMs = mMs$, & occurrens BD in h. Recta demum CM continens cum mM verſus axem angulum æqualem ſemidiametro Solis exprimat radium provenientem ab extremo Solis limbo jacente ultra axem in plano MSA, qui reflectatur per MD continuationem rectæ EM, occurrentis axi in E ad angulum $DMh = CMm$. Patet fore Bh radium circuli colligentis omnes radios provenientes a centro Solis; ſed radios a toto diſco delatos

debe-

debere adhuc diffundi per zonulam hD, quæ non debet eſſe ita exigua, cum angulus hMD æqualis ſemidiametro apparenti Solis ſit major dimidio gradu, & angulus ipſe ad S exiguus eſſe debeat. Additamentum illud hD multo complicatiorem reddit perquiſitionem, in qua involvemus ſimul & ipſum, & AX, & errorem ortum ab apertura.

119. Erit per num. 111 $AH = \frac{1}{2}a - \frac{e^2}{4a}$, ubi $AS = a$; $MX = e$. Erit igitur $HS = \frac{1}{2}a + \frac{e^2}{4a}$, quæ æquatur MH ob angulum $HMS = hms = mMs = HSM$. Eſt autem angulus $MEA = EMH + EHM$, quorum uterque eſt exiguus, primus quidem ſemidiameter Solis, cum ſit $= DMh = eMm$, ſecundus duplus exigui HSM, adeoque omnes ut ſui ſinus. Hinc poſito ſinu ſemidiametri Solis $= t$; erit hic ſinus primi, & cum ſinus ASM ſit $= \frac{MX}{MS} = \frac{e}{a}$, poterit pro ſinu MEA aſſumi $t + \frac{2e}{a}$, eritque $t + \frac{2e}{a} . t :: MH = SH = \frac{1}{2}a + \frac{e^2}{4a} . EH = \frac{2a^2t + e^2t}{4at + 8e}$. Quare fiet $EX = AH - EH - AX = \frac{1}{2}a - \frac{e^2}{4a} - \frac{2a^2t + e^2t}{4at + 8e} - \frac{e^2}{2a}$ (qui poſtremus eſt valor AX ex num. 21) $= \frac{2a^2e - 2ae^2t - 3e^3}{2a^2t + 4ae}$: fiat is $= z$, & poſita diſtantia $AB = c$, erit $EX = z . EB = AB + EX + AX = c + z + \frac{e^2}{2a} :: MX = e . BD = \frac{ce}{z} + e + \frac{e^3}{2az}$. Ponatur is valor $= r$, eritque $z = \frac{ce + \frac{e^3}{2a}}{r - e} = \frac{4a^2e - 4ae^2t - 6e^3}{4a^2t + 8ae}$, ſive $\frac{c + \frac{e^2}{2a}}{r - e} = \frac{a - et - \frac{3e^2}{2a}}{at + 2e}$, in qua æquatione obtinebitur valor quæſitus a, ſi omnes reliqui dentur ex obſervatione, nimirum c, e, r, ſive AB, BD, MX (quæ poſtrema eſt ſemidiameter aperturæ) & t ſinus ſemidiametri apparentis Solis ad radium $= 1$, quæ cum ſit ſemper proxime minutorum $15 . \frac{1}{2}$, poteſt etiam ſumi conſtanter pro $\frac{1}{222}$.

120.

120. Ea æquatio evaderet gradus ſecundi; ſed ſi notetur terminos $\frac{e^2}{2a}$ reſpectu c, & et, ac $\frac{3e^2}{2a}$ reſpectu a debere eſſe exiguos, potiſſimum aſſumpta diſtantia c paullo majore, & in lentibus longioris foci; poterit primo determinari a' per æquationem $\frac{c}{r-e} = \frac{a'}{a't+2e}$; unde fit $a' = \frac{2ce}{r-e-ct}$, tum a per æquationem $\frac{c+\frac{e^2}{2a'}}{r-e} = \frac{a-et-\frac{3e^2}{2a'}}{at+2e}$.

121. Difficultas potiſſima hujuſce methodi ſita eſt in accurata determinatione ſemidiametri BD, cum poſtrema penumbra in D tenuiſſima determinetur admodum difficulter. Mihi quidem methodus omnium optima videtur ea, quam exhibet fig. 10., & 11. Foramini occluſæ feneſtræ AB ſit agglutinatus tubus ACBD fixus, intra quem ſit alius FEGH mobilis circa proprium axem, ultra cujus margines procurrant fulcra E, G ſuſtinentia binos cylindros, qui habeant ſpeculum metallicum planum I ita adnexum, ut axis ipſorum tranſeat per ipſam ſuperficiem politam medii ſpeculi. Cylindro E ſit adnexa trochlea K cum filo ipſi circumvoluto, quod cylindrulo LM bis itidem advolvatur, cujus manubrio L circumacto revolvetur lente ſpeculum I, & per hunc motum, ac per motum tubi intra tubum acquiret poſitionem quamcumque. Orificio interno tubi FH applicetur tabella habens in medio foramen N paullo majus apertura lentis cum circulis in charta alba pluribus eodem centro circa foramen deſcriptis, & regula PQ paullo infra ipſum adnexa ad perpendiculum, ſupra quam poſſit excurrere alia regula RS ferens ſibi perpendicularem lentem, cujus centrum reſpondeat centro foraminis N. Lens ope ſuæ regulæ promovenda erit, donec lux Solis immiſſa per ſpeculum, & reflexa ab anteriore lentis ſuperficie congruat cum uno e circulis foramini circumſcriptis, vel lente ad arbitrariam diſtantiam collocata accipienda erit circino diameter lucidi circuli efformati a radiis e prima ſuperficie reflexis. Tubus excludet omne aliud lumen ita, ut in cubiculo aliunde tenebricoſo ſatis diſtincte videri poſſit totum lumen receptum in charta alba. Diſtantia a foramine facile determinabitur in regula inferiore PQ, & exhibebit valorem c: cir-

circuli ſemidiameter exhibebit valorem r, & dimidia amplitudo lentis valorem e. Congruentia cum pluribus circulis ſucceſſive accepta exhibebit plures determinationes, quarum conſenſus confirmabit valorem radii ſphæricitatis quæſitum.

122. Ea ratio aptandi ſpeculum erit perquam idonea etiam pro obſervationibus priſmatum poſito exiguo foramine prope ſpeculum in A B, nam ſufficiet ſpeculum perquam exiguum ob centrum ipſius ſemper immotum.

123. At methodum habeo minus operoſam, & multo accuratiorem determinandi in lentibus utrimque convexis radios ſphæricitatum ſimul cum valore m, qui eruitur etiam radiis nondum inventis, per formulam elegantiſſimam, & ſimpliciſſimam, ſi negligantur correctiunculæ, & non nimis operoſam ſi eæ etiam ſint adhibendæ. Tres foci reales in ejuſmodi lentibus habentur ſemper: unus directus poſt duplicem refractionem in binis ſuperficiebus factam, & bini reflexi poſt binas refractiones factas in ſuperficie objecta radiis venientibus, & unicam reflexionem intermediam factam in ſuperficie oppoſita. Ii tres rite accepti per obſervationem determinant eos tres valores quæſitos, ſed oportet applicare formulas generales, quas invenimus, ad ſecundum focorum genus. Et quidem haud difficulter res perficitur ope formularum pertinentium ad refractionem, & reflexionem: prima occurrit pro refractione in tranſitu ex aere per primam ſuperficiem lentis num. 33, ſecunda num. 110 deducta ex ipſa pro reflexione in ſecunda ſuperficie faciendo $m = -1$, tertia pro regreſſu e lente in aerem per primam ſuperficiem, ponendo in prima $\frac{1}{m}$ pro m.

124. Verum multo facilius eruitur id foci genus ex theoria, multo facilius, & accuratius definitur per obſervationem, & multo utilius adhibetur ad perquiſitionem, quam hic perſequimur, ſi adhibeatur focus hoc pacto reflexus ad ipſum divergentiæ locum. Sit (*Fig.* 12.) ſuperficies bis refringens A D B, ſemel reflectens A E B, & radii digreſſi a puncto axis F debeant redire ad ipſum punctum: quæritur diſtantia D F. Patet radium rediturum ad idem punctum, ſi intra lentem percurrat viam perpendicularem ſuperficiei reflectenti; tum enim delatus per F I G regredietur per eamdem viam intra lentem, & egredietur etiam per eamdem viam, per quam ve-

venerat. Directio GI tendet ad centrum C ſuperficiei reflectentis, cui eſt perpendicularis. Quare ad inveniendam diſtantiam DF ſatis eſt invenire focum ſuperficiei ADB pro radiis GI convergentibus ad ipſum C. Porro ſi ponatur radius ſphæricitatis $ADB = a$, $AEB = b$, $DE = \alpha$, $DF = u'$, ratio ſinus incidentiæ ex aere in materiam lentis $m : 1$, manentibus reliquis valoribus numeri 55 in formula $\frac{1}{q} = \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mp}$ (quæ locum habet in radiis infinite proximis axi, quos hic ſolos adhibebimus, cum facile ſit evitare ſenſibilem errorem figuræ ſphæricæ imminuta quantumlibet apertura lentis), evadit $q = u'$, $p = DC = b - \alpha$, adeoque $\frac{1}{p} = \frac{1}{b} + \frac{\alpha}{b^2}$, a mutat ſignum ob cavitatem obverſam radiis venientibus, & evadit $m = \frac{1}{m}$, cum radius debeat egredi e materia lentis, non ingredi in ipſam, adeoque $\frac{m-1}{m} = 1 - \frac{1}{m}$ fit $= 1 - m$, & $\frac{m-1}{ma} = \frac{-(m-1)}{-a} = \frac{m-1}{a}$. Subſtitutis hiſce valoribus in ea formula $\frac{1}{q} = \frac{m-1}{ma} + \frac{1}{mp}$, habetur $\frac{1}{u'} = \frac{m-1}{a} + \frac{m}{b} + \frac{m\alpha}{b^2}$, exiſtente foco reali citra lentem reſpectu radiorum advenientium ad ipſam, ubi ſit valor u' poſitivus.

125. Inde poſito hic $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, fit $\frac{1}{u'} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{b} + \frac{m\alpha}{b^2}$, cum ſit $\frac{m-1}{f} + \frac{1}{b} = \frac{m-1}{a} + \frac{m}{b} - \frac{1}{b} + \frac{1}{b} = \frac{m-1}{a} + \frac{m}{b}$: ſi vero obverſa radiis venientibus altera ſuperficie, cujus radius b, diſtantia hujuſmodi foci dicatur u'', erit pariter $\frac{1}{u''} = \frac{m-1}{b} + \frac{m}{a} + \frac{m\alpha}{a^2} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{a} + \frac{m\alpha}{a^2}$: tum enim manentibus cæteris mutant ſedem a, & b altero ſuccedente in locum alterius.

126. Facile eſt ex hiſce formulis definire omnes caſus, in quibus habebitur hujus generis focus realis, vel recedens in infinitum, adeoque nullus, vel abiens ad partes oppoſitas adeoque virtualis. Satis erit conſiderare illud m eſſe majus, quam 1, adeoque terminos $\frac{m-1}{a}$, $\frac{m-1}{b}$, $\frac{m}{a}$, $\frac{m}{b}$ fore poſiti-

vos, vel negativos, prout fuerint a, & b poſitivi, vel negativi. In lente utrinque convexa erit uterque valor poſitivus, in utrinque concava uterque negativus, in plano convexa, & plano concava alter infinitus evaneſcente termino per ipſum diviſo, alter vero ibi poſitivus hic negativus.

127. Pro concavo-convexis ſunt quinque caſus: ſi ponatur radius convexitatis $= a$, & concavitatis $= b$, vel ratio a ad b eſt minor, quam $m - 1$ ad m, vel æqualis, vel major, ſed adhuc minor, quam m ad $m - 1$, vel æqualis huic, vel major etiam hac. In primo caſu eſt $\frac{m-1}{a}$ majus, quam $\frac{m}{b}$, & $\frac{m}{a}$ majus, quam $\frac{m-1}{b}$, adeoque tam u', quam u'' ſunt poſitivi. In ſecundo fit $\frac{m-1}{a} = \frac{m}{b}$, ſed $\frac{m}{a}$ adhuc remanet majus, quam $\frac{m-1}{b}$, adeoque neglecta correctiuncula, quæ continet α, fit $\frac{1}{u'} = o$, & u' infinitum, ſed $\frac{1}{u''}$, & u'' adhuc remanet poſitivum. In tertio fit $\frac{m-1}{a}$ majus, quam $\frac{m}{b}$, ſed $\frac{m}{a}$ minus, quam $\frac{m-1}{b}$: hinc u' negativum, & u'' adhuc poſitivum. In quarto remanente $\frac{m-1}{a}$ minore, quam $\frac{m}{b}$, evadit $\frac{m}{a}$ æquale $\frac{m-1}{b}$, adeoque $\frac{1}{u'}$ manente negativo, fit $\frac{1}{u''} = o$, & u'' infinitum. Demum in quinto eſt & $\frac{m-1}{a}$ minus, quam $\frac{m}{b}$, & $\frac{m}{a}$ minus, quam $\frac{m-1}{b}$, adeoque tam u', quam u'' negativum.

128. Hinc habetur ſequens theorema. Uterque focus eſt realis in lentibus utrinque convexis, plano-convexis, concavo-convexis ita, ut radius convexitatis habeat ad radium concavitatis rationem minorem ratione $m - 1$ ad m. Uterque eſt virtualis in lentibus utrinque concavis, plano-concavis, concavo-convexis ita, ut radius convexitatis ad radium concavitatis habeat rationem majorem ratione m ad $m - 1$. Si radius convexitatis ad radium concavitatis ſit, ut $m - 1$ ad m; abit in infinitum is, qui habetur obverſa radiis venientibus convexitate, altero remanente reali, & ſi ſit, ut m ad $m - 1$ abit in infinitum hic ſecundus, illo priore facto virtuali. Si ratio a ad b fuerit major ratione $m - 1$ ad m, ſed minor ratione m ad $m - 1$; erit realis is, qui habetur obverſa radiis

ve-

venientibus concavitate, virtualis, qui habetur obverſa convexitate.

129. Si lens ſit iſoſcelia, facto $a = b$, erit $\frac{1}{u'} = \frac{1}{u''} = \frac{2m-1}{a} + \frac{m\alpha}{a^2}$, adeoque neglecta correctiuncula $u' . a :: 1 . 2m - 1$. Eſt autem ex num. 55, & 56 pro radiis parallelis $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f}$, nimirum in caſu iſoſceliſmi $= \frac{2m-2}{a}$, exiſtente r diſtantia foci directi pro radiis parallelis, adeoque $\frac{1}{u'} . \frac{1}{r} :: 2m - 1 . 2m - 2$, & $u' . r :: 2m - 2 . 2m - 1$, ubi ſi ſit $m = \frac{3}{2}$, ut eſt in communibus vitris ſaltem proxime, & ut aſſumitur a communibus Opticis, evadit $2m - 2 = 1$, $2m - 1 = 2$. Hinc illud. In lentibus vitreis iſoſceliis eſt vel accurate, vel proxime diſtantia foci reflexi ad locum puncti radiantis dimidia diſtantiæ foci directi radiorum parallelorum, ſive dimidia radii ſphæricitatis.

130. Si focus reflexus non debeat excipi in eadem diſtantia puncti radiantis; invenitur methodo indicata num. 123 ſequens expreſſio generalis ejus diſtantiæ. Poſita diſtantia puncti radiantis $= p$, diſtantia foci $= z$, $\frac{1}{n} = \frac{m-1}{ma} - \frac{1}{mp}$, $\frac{1}{r} = -\frac{2}{b} - \frac{m-1}{a} + \frac{1}{mp} - \frac{\alpha}{n^2}$, fit $\frac{1}{z} = \frac{2m}{f} - \frac{2}{a} - \frac{1}{p} + m\alpha\left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{r^2}\right)$, ubi ſi radii veniant paralleli, & omittatur correctiuncula, fit $\frac{1}{z} = \frac{2m}{f} - \frac{2}{a} = \frac{2m-2}{f} + \frac{2}{b}$, valor duplus valoris $\frac{1}{u'} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{b}$; unde fit $u' = 2z$. Nimirum hic etiam habebit locum illud, quod in foco directo: diſtantia foci, quæ ſit æqualis diſtantiæ puncti radiantis, eſt dupla diſtantiæ foci radiorum parallelorum. Inde autem pro caſu rationis ſinuum 3 : 2 pro lente iſoſcelia focus directus erit quadruplus foci reflexi eorundem: nam ille per num. 129 eſt duplus foci reflexi ad locum divergentiæ, & hic ejuſdem dimidius.

131. Sed ut hiſce omiſſis perſequamur id, quod num. 122 propoſuimus, pro ejuſmodi inveſtigatione occurrunt tres formulæ exhibentes eas diſtantias focorum per valores quæſitos: binæ hic inventæ pertinent ad focos reflexos, quibus addenda eſt formula foci directi aſſumpta ex num. 55, & 56. Si in

 ea

ea dicatur u diſtantia foci radiorum parallelorum infinite proximorum axi habebitur $u = r - \frac{r^2 m\alpha}{q^2}$, adeoque $\frac{1}{u} = \frac{1}{r} + \frac{m\alpha}{q^2} = \frac{m-1}{f} + \frac{m\alpha}{q^2}$, & $\frac{1}{q} = \frac{m-1}{m\alpha} = \frac{1}{a} - \frac{1}{m a}$.

132. Habentur igitur ſequentes tres formulæ, prima pro foco directo, & reliquæ pro reflexis.

$$\frac{1}{u} = \frac{m-1}{f} + \frac{m\alpha}{q^2} : \qquad \frac{1}{q} = \frac{1}{a} - \frac{1}{m\alpha}$$

$$\frac{1}{u'} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{b} + \frac{m\alpha}{b^2}$$

$$\frac{1}{u''} = \frac{m-1}{f} + \frac{1}{a} + \frac{m\alpha}{a^2}$$

Pertinet autem in prima a ad ſuperficiem obverſam radiis venientibus, in reliquis a ad ſuperficiem reflectentem, ubi habetur u'', b ad reflectentem, ubi habetur u'.

133. Demendo primam a ſecunda, & deinde a tertia, & tranſponendo obtinetur $\frac{1}{b} = \frac{1}{u'} - \frac{1}{u} - m\alpha\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{q^2}\right)$, $\frac{1}{a} = \frac{1}{u''} - \frac{1}{u} - m\alpha\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{q^2}\right)$. Ope harum, & præcedentium prima ſic res facile abſolvitur.

134. Dicantur a', b', f', m', q' eædem quantitates nondum correctæ, & habebuntur ſequentes æquationes.

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{a'} &= \frac{1}{u''} - \frac{1}{u}\\ \frac{1}{b'} &= \frac{1}{u'} - \frac{1}{u}\end{aligned}\right\}$$ Ex numero præcedente omiſſa correctiuncula.

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{u'} + \frac{1}{u''} - \frac{2}{u}$$ Ex præcedentium ſumma.

$$\frac{1}{m'-1} = \frac{u}{f'} = \frac{u}{u'} + \frac{u}{u''} - 2$$ Ex prima numeri 132 omiſſa correctiuncula.

135. Inventis per haſce formulas valoribus $\frac{1}{a'}$, $\frac{1}{b'}$, $\frac{1}{f'}$, $\frac{1}{m'-1}$, adeoque & m', ac $\frac{1}{q'} = \frac{1}{a'} - \frac{1}{m'a'}$ invenientur valores correcti per formulas ſequentes.

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{a'} - m'\alpha\left(\frac{1}{a'^2} - \frac{1}{q'^2}\right)$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{b'} - m'\alpha\left(\frac{1}{b'^2} - \frac{1}{q'^2}\right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$m - 1 = \frac{f}{u} - \frac{m\alpha f}{q'^2} = \left(\frac{1}{u} - \frac{m\alpha}{q'^2}\right) : \frac{1}{f}.$$

136. Valores u', & u'' admodum facile, & accurate obtineri poſſunt per obſervationem methodo numeri 114, quæ nihil aliud requirit niſi foramen exiguum cum charta alba, & capillo tranſverſo. Ope ejuſdem obtineri poteſt itidem facile, & accurate valor u foci directi. Notandæ ſunt binæ diſtantiæ lentis altera a foramine, altera ab ejus imagine exhibente capillum diſtinctum, & earum productum dividendo per earumdem ſummam, obtinetur diſtantia u debita foco radiorum parallelorum.

137. Id patet ex formula numeri 55, in qua ſi ſit z diſtantia foci radiorum infinite proximorum axi utcumque divergentium, erit $z = r - \frac{r^2 m\alpha}{q^2}$, adeoque $\frac{1}{z} = \frac{1}{r} + \frac{m\alpha}{q^2}$, ubi $\frac{1}{r} = \frac{m-1}{f} - \frac{1}{p}$ mutato ſigno p ob divergentiam, adeoque $\frac{1}{z} = \frac{m-1}{f} - \frac{1}{p} + \frac{m\alpha}{q^2}$. Eſt autem ex num. 30 $\frac{1}{u} = \frac{m-1}{f} + \frac{m\alpha}{q^2}$. Quare ſi in exiguis poſtremis terminis bini valores q habeantur pro æqualibus, cum ipſæ illæ exiguæ quantitates negligi etiam poſſint, erit $\frac{1}{z} = \frac{1}{u} - \frac{1}{p}$, & $\frac{1}{u} = \frac{1}{z} + \frac{1}{p} = \frac{p+z}{pz}$, adeoque $u = \frac{pz}{p+z}$.

138. Hoc pacto ex diſtantiis u, u', u'' rite obſervatis invenientur valores a, b, m, quod num. 123 propoſueramus, facili ſane & obſervatione, & calculo. Verum hæc methodus locum habere non poteſt, niſi in lentibus utrinque convexis, in plano-convexis, & concavo-convexis, quæ habeant convexitatem ita majorem concavitate, ut radius illius ad radium hujus ſit in ratione minore, quam $m - 1$ ad m; nam reliquæ per num. 128 carent ſaltem uno ex iis tribus focis realibus. Adhuc tamen inde uſque ad æqualitatem radiorum conve-

vexitatis, & concavitatis res perfici poteſt methodo haud multum abſimili. Remanet enim focus directus realis, & realis focus reflexus, qui habetur obverſa radiis venientibus cavitate, & exhibet u''. Quare ſi methodo numeri 114 inveniatur radius concavitatis b, qui habendus erit pro negativo, & determinentur valores u, ac u'', ut prius, habebitur itidem ut prius a, ac $\frac{1}{f}$, & $m-1$. In reliquis poſſet res perfici per focos eoſdem virtuales; ſed ſatius eſt, radios concavitatis quærere methodo numeri 114, radium convexitatis methodo numeri 120, & 121, tum per ipſos invenietur valor m methodo numeri 107.

139. Pro inveniendo valore dm, uſui eſſe poteſt formula inventa numero 65, ubi habetur $-\frac{dr}{r}=\frac{dm}{m-1}$, ubi eſt r diſtantia foci radiorum unius coloris ut rubei, dr differentia ejus diſtantiæ a diſtantia foci coloris alterius, ut violacei, quibus obſervatis, & invento m methodo præcedente, obtinetur dm. Quod ſi ſupponantur inventi ſoli radii ſphæricitatum, obtinebitur dm etiam ignorato m per formulam $-\frac{dr}{rr}=\frac{dm}{f}$, ex qua habetur $dm=-\frac{fdr}{rr}$, ubi $f=-\frac{ab}{a-b}$, ob $\frac{1}{f}=\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$.

140. Tota difficultas reducitur ad inventionem accuratæ foci diſtantiæ pro binis coloribus. Plures methodos ad eam rem Newtonus adhibuit, quas perſequitur in Optica *lib.* 1. *par.* 2. *prop.* 7. *experim.* 16. Chartam tinxit dimidiam colore rubeo, & dimidiam violaceo, quibus ſuperinduxit tenue filum nigrum circumvolvendo, & flamma vividiore prope ipſam collocata, ut bene illuminaretur in tenebricoſo cubiculo, radios ab ea reflexos tranſmiſit per lentem collocatam e regione, & excepit imaginem in foco ibi, ubi fila diſtinctiſſima apparerent. Invenit illud, imaginem partis rubeæ evadere diſtinctam in diſtantia majore, & partis violaceæ in minore. Prima diſtantia eſt r, differentia binarum diſtantiarum dr.

141. Hæc methodus dabat exiguum diſcrimen dr, quia corporum naturalium colores non ſunt puri, ſed mixti. Hinc potius adhibuit colores primigenios natos ex ſeparatione facta per priſma. Effecit illud, ut Solis ſpectrum coloratum, quod

fit

fit a priſmate, caderet ſupra libri aperti paginam, & notabat diſtantias, in quibus ita pingeretur imago partis illuminatæ primum ab altero colore, tum ab altero, ut commode legi poſſet, ac obtinebat majus diſcrimen diſtantiarum, quam ubi adhibuerat colores naturales. Sed quoniam in ipſo ſpectro colorato exhibito a priſmate colores permixti ſunt ob diametrum apparentem Solis, qua fit, ut ſinguli colores non coeant in puncta, ſed diſpergantur per circulos ſatis amplos, qui ſibi invicem ſuperponuntur; adhibuit lentem etiam ad coarctandos eos circulos, quo artificio multo puriores colores habuit, & diſtantiarum differentiam majorem pro imaginibus diſtinctis. Adhuc tamen diſcrimina inter diverſas obſervationes ipſi obvenerunt nimis magna; licet curam adhibuerit ſummam in præſtanda maxima conclavis obſcuratione, ſecluſo omni alio lumine: ut ipſis ejus obſervationibus perpenſis ſatis pateat, eam methodum nulli uſui eſſe poſſe ad habendum valorem dm, ſi quid ſatis accuratum requiratur. Quamobrem ad eam rem adhibenda potius ſunt priſmata, de quibus jam agemus.

§. VI.

De iiſdem inveniendis ope priſmatum.

142. AD eruendos eoſdem valores ope priſmatum, oportet primo invenire relationes, quas habent inter ſe, & cum lateribus priſmatis rectæ, per quas radius luminis per ipſum traducitur.

143. Sit (*Fig.* 13.) A C B ſectio priſmatis perpendicularis ejus axi, adeoque & faciebus ipſius. Si radius luminis deveniat per rectam E F jacentem in ipſa; ſatis patet viam ipſius F H intra priſma, & H L poſt egreſſum debere jacere in eodem plano.

144. Angulus C, quem continent latera priſmatis, ad quæ radius appellit in ingreſſu, & egreſſu, dicitur angulus refringens. Ductis autem O F M, Q H M perpendicularibus ipſis lateribus, & producta E F indefinite in G, atque L H uſque ad ipſam in N; angulus M F N erit æqualis angulo incidentiæ E F O, angulus M F H erit angulus refractus in ingreſſu,

greſſu, M H F incidentiæ in egreſſu, M H N æqualis Q H L angulo refracto in egreſſu, G N L totalis refractio, nimirum deviatio a priori itinere.

145. Ponantur anguli M F N $=u$, M F H $=x$, M H F $=y$, M H N $=z$, G N L $=r$, A C B $=c$: habebuntur ſequentia lemmata, quorum formulas proponemus primo, tum demonſtrabimus.

$$x+y=c$$
$$u+z=c+r$$
$$m \text{ ſin. } x = \text{ſin. } u$$
$$m \text{ ſin. } y = \text{ſin. } z$$
$$\text{AFE} + \text{BHL} = 180^\circ - c - r$$

146. Patet primum; quia in quadrilineo M F C H ob angulos ad H, F rectos angulus C erit complementum ad duos rectos anguli M, cujus itidem erunt ejuſmodi complementum bini anguli M F H, M H F trianguli M F H; adeoque hi duo ſimul debent æquari illi uni.

147. Patet ſecundum; quia bini anguli M F H, M H F ſimul, ſive $x+y$ per formulam 1 ſunt $=c$, & alii bini N F H, N H F ſimul æquantur externo G N L $=r$; adeoque toti M F N, M H N, ſive $u+z=c+r$.

148. Patet tertium, & quartum, quia eſt ſin. M F N $=$ ſin. u ad ſin. M F H $=$ ſin. x, & ſin. M H N $=$ ſin. z ad ſin. M H F $=$ ſin. y, ut m ad 1; cum priores duo ſint angulus incidentiæ, & refractus in ingreſſu, poſteriores refractus, & incidentiæ in egreſſu. Quare debet eſſe m ſin. $x=$ ſin. u, & m ſin. $y=$ ſin. z.

149. Patet quintum; quia anguli A F E, B F H ſunt complementa angulorum E F O, L H Q, ſive M F N, M H N, nimirum u, z, quorum ſumma per formulam 2 eſt $=c+r$, adeoque ipſi ſunt $=180^\circ - c - r$.

150. E ſuperioribus formulis facile deducuntur plura corollaria, & plura problemata ſolvi poſſunt eorum ope; ſed hic perſequemur alia nonnulla uſui futura, quæ pertinent ad eaſdem relationes viæ radii, quæ hic ſubjiciam.

151. Si (*Fig.* 14.) alter radius eF ingrediatur in angulo A Fe æquali angulo B H L, in quo alter E F egreditur; egredietur ille in angulo Bhl æquali angulo A F E, in quo hic ingreditur.

152. Nam radius regreſſus per L H deberet abire eadem

via

via H F E, & omnes radii paralleli ipſi L H habere debent vias intra, & extra priſma parallelas viæ H F E, & proinde egredi in angulo æquali A F E: perinde autem eſt in utrumvis latus in eodem incidant angulo; adeoque angulo A F e primæ incidentiæ, qui æquetur ipſi B H L, debet reſpondere angulus egreſſus B h l æqualis angulo A F E.

153. Si mutata inclinatione radii incidentis in idem punctum F ad latus A C refractio totalis decreſcat primo, tum creſcat; fiet minima ibi, ubi triangulum F C H fiet iſoſceles.

154. Fit enim minima, ubi incipit redire ad magnitudinem priorem; adeoque inter binas quaſvis e poſitionibus, quæ refractiones totales exhibent æquales. Porro eæ æquales ſunt in caſu corollarii primi: nam, per formulam 5 numeri 145, $r = AFE + BHL + c$, qui valor manet, ſi ſit A F e $=$ B H L, & B $hl =$ A F e, manente eorum ſumma cum ipſo c.

155. Habebitur igitur illud minimum in eo caſu, in quo manente eadem conditione coaleſcant viæ E F H L, e F h l in unicam, quo caſu evadet A F E $=$ B H L. Erunt igitur in eo caſu æquales etiam in fig. 13. C H N, C F N ipſis oppoſiti ad verticem, & anguli M F N, M H N ipſorum complementa, & anguli M F H, M H F, quorum ſinus habent ad eorum ſinus rationem eandem, & demum etiam C F H, C H F horum complementa; adeoque etiam C H, C F ipſis oppoſita.

156. Igitur in caſu minimi erunt æquales ibidem & anguli M F H, M H F, & M F N, M H N, & N F H, N H F, eruntque ſinguli e primis duobus $= \frac{1}{2} c$, e ſecundis $= \frac{c+r}{2}$, e poſtremis $= \frac{1}{2} r$.

157. Æqualitas primi, & ſecundi binarii demonſtrata eſt numero 155; poſtremi autem ſunt differentiæ angulorum primi, & ſecundi. Porro eſt ſumma primi binarii $= c$ per formulam 1 numeri 145, ſecundi $= c + r$ per formulam 2; adeoque ſumma poſtremi remanet $= r$.

158. Hinc in eo caſu $x = y = \frac{1}{2} c$, $u = z = \frac{c+r}{2}$, & inde in eodem $m = \frac{\textit{ſin.}\ \frac{c+r}{2}}{\textit{ſin.}\ \frac{1}{2} c}$; cum nimirum ex formula tertia numeri 145 habeatur $m = \frac{\textit{ſin.}\ u}{\textit{ſin.}\ x}$.

159. Si valores m, m', & r, r' pertineant ad duo ge-

 nera

nera radiorum; erit $m : m' :: \text{ſin.}\, \frac{c+r}{2} : \frac{c+r'}{2}$. Nam ſin. $\frac{1}{2}c$ eſt communis, & ablatus rationem non turbat.

160. Ex formula $m = \frac{\text{ſin.}\, \frac{c+r}{2}}{\text{ſin.}\, \frac{1}{2}c}$ eruitur facile $dm = \frac{\text{coſ.}\, \frac{c+r}{2}}{2\, \text{ſin.}\, \frac{1}{2}c} \times dr$. Si enim (*Fig.* 15.) ſit Ee differentia exigua arcuum Be, BE, quorum ſinus ef, EF, & eorum differentia EH; facile perſpicitur fore CE.CF :: Ee.EH: eſt autem radius CE $= 1$, CF coſinus BE, Ee differentia arcus BE, qui ſi ſit $\frac{c+r}{2}$, manente c, erit E$e = \frac{1}{2}dr$, adeoque differentia ſinus $\frac{c+r}{2}$ erit $\frac{1}{2}$ coſ. $\frac{c+r}{2} \times dr$. Poteſt autem pro arcu dr aſſumi etiam ejus ſinus ad radium $= 1$, ut omnes termini eruantur e tabulis ſinuum.

161. Hinc ſi accipiantur refractiones, & refractionum differentiæ binis priſmatis ad diverſas maſſas pertinentibus, & reſpondeant alteri c, r, m, alteri C, R, M: erit $\frac{dM}{dm} = \frac{\text{coſ.}\, \frac{C+R}{2}}{\text{coſ.}\, \frac{c+r}{2}} \times \frac{\text{ſin.}\, \frac{1}{2}c}{\text{ſin.}\, \frac{1}{2}C} \times \frac{dR}{dr}$. Nam in diviſoribus eliditur illud 2 commune.

162. Hæc quidem pertinent generaliter ad priſmata angulorum quorumcumque. At ſi anguli ſint exigui ita, ut poſſint aſſumi pro iis ſui ſinus, formulæ evadunt ſimpliciores.

163. Ex formula numeri 160 habebitur $m = \frac{c+r}{c}$, ſive $m - 1 = \frac{r}{c}$, vel $(m-1)\, c = r$, ubi ſi ſit $m = 1 . \frac{1}{2}$, quod accidit proxime in vitro communi, erit $r = \frac{1}{2}c$, ſive refractio proxime æqualis dimidio angulo refringenti.

164. E ſuperioribus formulis eruitur $dm = \frac{dr}{c}$; & $dr = c\, dm$.

165. Conſequentur ex hiſce omnibus plura theoremata pertinentia ad angulos exiguos: præcipua futura uſui hic proponemus.

166. Si per plura priſmata ex eadem maſſa habentia angulos refringentes exiguos tranſeat radius; refractio erit eadem, quæ eſſet in priſmate habente angulum æqualem ſummæ eorum omnium angulorum computatis negativo modo

in

in ſummam iis; quæ forte habeant angulos contrario ſitu poſitos.

167. Sint enim ii anguli c, c', c'' &c., & eorum ſumma C, ac ſingulorum refractiones r, r', r'', &c., R: erit $r + r' + r''$ &c. $= (m - 1) c + (m - 1) c' + (m - 1) c''$ &c. $= (m - 1)(c + c' + c''$ &c.$) = (m - 1) C = R$. Quoniam autem poſitio anguli contraria inducit directionem contrariam; patet, eas refractiones demendas eſſe, ubi ſumma quæritur, ſive computandas negativo modo & ipſas, & angulos, quibus exprimuntur.

168. Si per bina priſmata habentia angulos exiguos poſitos ordine contrario ita tranſeat radius, ut correcta refractione prodeat cum eadem directione, cum qua advenit; erunt qualitates refractivæ expreſſæ per valores $m - 1$, $M - 1$ in ratione reciproca angulorum refringentium, & viceverſa.

169. Nam ex num. 163 eſt $r = (m - 1) c$, & $R = (M - 1) C$, qui valores debent eſſe æquales; ſi ſecundi priſmatis refractio R corrigit refractionem r primi priſmatis. Quare erit $c . C :: M - 1 . m - 1$, & ſi ita fuerit, erit $(m - 1) c = (M - 1) C$.

170. Si per bina ejuſmodi priſmata ita tranſeant bini radii heterogenei delati ſimul directione eadem communi, ut exeant itidem directione communi, correcta refractionum differentia; erunt qualitates diſtractivæ expreſſæ per dm, dM in ratione reciproca angulorum, & viceverſa.

171 Nam ex num. 164 erit $dr = c\,dm$, $dR = C\,dM$, qui valores debent eſſe æquales; ſi differentia refractionis dR corrigit differentiam dr. Quare erit $c . C :: dM . dm$; & ſi ita fuerit; erit $c\,dm = C\,dM$.

172. Videndum jam, quomodo hæ formulæ adhibendæ ſint ad determinandos valores m, dm, $\frac{dM}{dm}$.

173. Prima methodus pro habendo m eſſe poteſt tranſpiciendo per priſma objectum ſitum ad ſenſibilem diſtantiam, & definiendo elevationem. Sit (*Fig.* 16.) in pariete objectum A, quod oculo O trans priſma MPN converſum circa proprium axem appareat in E ita, ut is locus viſus ſit omnium proximus vero loco A. Concipiatur autem punctum D in medio priſmate, in quo ſibi invicem occurrant viæ radii AB, OC, & ſi prima fuerit in eadem altitudine a pavimento, in

qua eſt punctum A, fiat autem, ut DA ad AE, ita radius ad tangentem anguli ADE; is erit $= r$. Quare ſi præterea habeatur angulus priſmatis $P = c$; habebitur $m = \frac{ſin.\ \frac{c+r}{2}}{ſin.\ \frac{1}{2}c}$ per num. 158, vel ſi angulus priſmatis ſit exiguus, $m = \frac{c+r}{c}$, & $m - 1 = \frac{r}{c}$, per num. 163.

174. Duplex ibi occurrit difficultas altera communis omnibus methodis adhibendi priſmata, altera particularis ei methodo. Prima conſiſtit in determinatione anguli priſmatis, ſecunda in determinatione loci viſi E, quem locum oculo conſtituto in O tegit ipſum priſma, quod non ſinit videre ullum aliud objectum ibi exiſtens per radium directum, cujus ope definiri poſſit recta AE.

175. Quod ad primam pertinet, angulus priſmatis facile definitur ope inſtrumenti, quod exhibet fig. 17., in quo regula DE mobilis circa centrum I ſemicirculi ABC rem perficit, collocato priſmate in FGH ita, ut bina latera congruant cum regula AC, & cum parte poſteriore regulæ DE; nam arcus LC interceptus inter latus regulæ DE anterius, & diametrum AC ſemicirculi, exhibebit quæſitum angulum.

176. Multo ſane accuratius determinari poteſt, ut ego quidem expertus ſum, angulus in iis priſmatis, in quibus baſis triangularis eſt perpendicularis lateribus, & bene complanata. Ducta in plano recta longiore AB (*Fig.* 18.), applicetur ad illam regula CD, cui verſus extremum D applicetur latus FE priſmatis ita, ut angulus E procurrat nonnihil, tum alteri ejus lateri GE applicetur altera regula HI, qua appreſſa priſmati ſimul, ac plano inferiori, auferatur tam priſma ipſum, quam prior illa regula CD, & ope poſterioris HI immotæ ducatur recta linea HI rectam AB ſecans in E, ubi erat vertex anguli refringentis. Habebitur angulus AEH cum longis cruribus, qui ducto arcu LK habente centrum in E facile definiri poterit ope circini proportionis, in quo ſi aſſumantur in partibus minutis tam radius EG, quam chorda LK; poterit angulus ope tabulæ ſinuum haberi intra pauca minuta, & cum liceat quantumlibet repetere obſervationem, poterit aſſumpto medio in ingenti determinationum numero haberi angulus etiam intra unum minutum. Et quidem

dem ea methodus applicari utcumque poteſt etiam priſmati habenti baſim triangularem impeditam applicando in fine menſulæ ipſum dimidia ſui parte depreſſum regulis procurrentibus ultra ipſum finem.

177. Pro determinatione loci viſi trans priſma adhibui cum ſucceſſu hoc artificium. Sint (*Fig.* 19.) puncta O C E eadem, quæ in fig. 16, P N *n p* ſit facies priſmatis obverſa oculo, Q *R r q* locus viſus objecti illius, cujus craſſitudo E *e*. Faciei P *n* applicui tenuem regulam e charta craſſiore parallelam lateri P *p*, & excurrentem utrimque in T *t*. Regula longior, & craſſa F *f* ita erat applicata ad perpendiculum ſupra objectum A *a* figuræ 16, ut elevari poſſet, ac deprimi manente paralleliſmo cum latere P *p*, & longitudine objecti, qui motus etiam obtineri poteſt per ſuſpenſionem L K I *i*. Ea regula deprimebatur, donec oculus ad aliquam a priſmate diſtantiam collocatus in O, & videns latus T C *t* reſpondens imæ parti R E *r* objecti viſi, videret per radios viſuales O T H, O *t h* imam regulæ partem F *f* demiſſam ad G E *g* congruere cum ipſa recta T *t*. Eo pacto ope partis H G, *g h* extantis ipſius regulæ demiſſæ obtinebatur punctum E latens poſt priſma.

178. Habito hac ratione puncto E figuræ 16, in quo apparebat pars loci viſi omnium proxima loco vero, ac proinde ejus diſtantia a loco A objecti extremo poſito verſus eandem partem, obtinebatur refractio radii rubei extremi, & valor *m* pro ipſo. Eodem autem pacto obtinebatur & diſtantia *a e* pro extremo violaceo, & proinde pro ſuo *m*, adeoque habebatur etiam *d m*.

179. Si recta DA (*Fig.* 20.) non ſit ſatis accurate perpendicularis rectæ A E, nimirum horizontalis, illa exiſtente verticali; ſatis eſt notare punctum V, ad quod tendit recta DV horizontalis, & VA, V E erunt binæ tangentes ad radium DV pro angulis V D A, V D E, quorum ſumma vel differentia exhibet refractionem A D E. Quod ſi ipſa DV ſit ſatis magna, & punctum C aſſumatur proximum vertici P; poterit aſſumi ipſum P pro puncto D. Adhibito priſmate alterius naturæ habebitur M, & *d*M, adeoque etiam $\frac{dM}{dm}$, ut oportebat.

180. Secunda methodus pro determinandis per priſmata iiſdem valoribus eſſe poteſt tranſmittendo per priſma radium Solis, & eruendo inde refractionem *r*. 181.

181. Ingrediantur (*Fig.* 21.) in tenebricoſum cubiculum per exiguum foramen F*f* feneſtræ radii Solis SFCA, *sfca*, qui excepti priſmate MPN refracti per CBE, *cbe* abeant in parietem oppoſitum in E*e*, ubi converſo priſmate circa proprium axem acquirant poſitionem omnium proximam radio directo CA, *ca*. Si notentur in plano aliquo verticali IK altitudines a pavimento punctorum A, *a*, ac in alio remotiore LO punctorum E, *e*, notentur autem etiam altitudines a pavimento punctorum D, *d*, quæ ſi ſint proxima puncto P, facilius determinantur æſtimatione accedente ad verum magis, quam ut error inde timeri poſſit ſenſibilis, notenturque itidem diſtantiæ punctorum D, *d* a planis IK, LO; facile omnia eruentur. Si enim ſint IK, LM æquales altitudini puncti D, erit DK ad KA, ut radius ad tangentem anguli ADK, & ut DM ad ME, ita radius ad tangentem anguli MDE. Eorum angulorum ſumma exhibet refractionem *r* pro rubeis extremis, ſi ut figura exhibet, jaceat E ſupra M, & ſit infra *e*, quod punctum ſi jaceat infra M, exhibebitur ipſum *r* per differentiam. Ope autem ipſius *r* habebitur *m*, ut ſupra per formulam $m = \frac{ſin.\ \frac{c+r}{2}}{ſin.\ \frac{1}{2}c}$; & eodem pacto ope punctorum *a*, *d*, *e* habebitur *m* pro radiis violaceis, adeoque *dm*, & mutato vitro, M, *d*M, $\frac{dM}{dm}$.

182, Si notetur dies, & hora obſervationis, poteſt facile haberi angulus ADK, ſive altitudo ſupra horizontem limbi Solis methodis notis ex elementis ſphæricis, remanente ſola determinatione anguli MDE facienda per immediatam obſervationem radii DM, & tangentis ME.

183. Si ope ſpeculi rite aptati, ut in fig. 10., detorqueatur radius directus ita, ut eat is ipſe per lineam horizontalem in M in parietem oppoſitum; res facilius perficietur per unicum triangulum. Itidem ad habendas obſervationes ſatis accuratas expertus ſum opus eſſe ſua machinula, in qua converſio priſmatis fieri poſſit lenta, & continua, quod facile præſtatur ope cochleæ; ſi enim manu fiat, admodum facile habentur ſaltus quidam imaginis, & admodum difficulter determinatur poſitio refractionis minimæ. Oportet autem, poſſit facile, & celeriter removeri priſma a loco radii, ut nimirum notari poſ-

poſſint puncta A, *a* radii directi; ſi ea ex aſtronomico calculo non accipiuntur notata hora obſervationis.

184. Celeritas in removendo priſmate eſt neceſſaria ob celerem motum diurnum Solis, quo fit, ut radius directus celerrime locum mutet. Hic motus impeditur ope machinæ, quam appellant *helioſtatam*, quaſi Solem ipſum ſiſtat, ope cujus ita movetur ſpeculum, ut radius Solis ab eo reflexus ſemper retineat poſitionem eamdem. Cum id inſtrumentum & pretioſius ſit, & non ita facile applicetur, ſupplere ſoleo defectum ejus machinæ, applicato intra conclave idem ad aliquam ab eo diſtantiam plano altero, cum exiguo itidem foramine. Methodum & aliis omnino in mentem veniſſe arbitror, cum ſit admodum obvia, & commoda. Eam exprimit figura 22.

185. Sit in ea CD foramen exiguum, per quod radius a ſpeculo reflexus ingreditur conclave. Ad diſtantiam ſatis magnam reſpectu diametri ipſius foraminis colloco planum EF cum alio exiguo foramine IK, & diſtantiam eſſe ſatis magnam oſtendit ipſa imago Solis GH, quæ in ſatis magna diſtantia erit multis vicibus major, quam ſit ipſa diameter foraminis CD, & IK. Per foramen IK tranſibunt radii ad ON ita, ut extremæ directiones ſint CK, DI ita inclinatæ ad directiones extremas CG, DH, ut ex parte CD productæ in Solem incurrant. Ad motum Solis movebitur ejus imago GH, ſed manebit ſemper eodem loco circellus lucidus NO efformatus a radiis profectis jam ab alia parte diſci ſolaris, jam ab alia. Quoniam Solis imago per meridianam lineam traducitur tota tempore longiore etiam duobus minutis; ſaltem per duo minuta immoto etiam ſpeculo hærebit in NO radius fixus, quem obſervator ibi retinebit, quamdiu voluerit, ſi identidem ſpeculum moveat ope machinulæ figuræ 10 ita, ut imago GH habeat proximum foramini IK eum limbum, qui in motu diurno progreditur.

186. Nec difficile eſt etiam determinare inclinationes ipſas rectarum DI, CK, & punctum T, in quo concurrunt, ut & rectarum DH, CG cum earum concurſu P. Harum inclinatio ad ſe invicem æquatur diametro apparenti Solis; cumque ea ſit proxime minutorum 31, diſtat P a foramine CD circiter per 111 diametros foraminis ipſius: at diſtantia puncti T ab IK ad diſtantiam a CD eſt, ut ipſa IK

ad

ad C G, adeoque invenitur factis, ut eſt ſumma diametrorum binorum foraminum ad diametrum I K, ita diſtantia planorum A B, E F a ſe invicem ad diſtantiam puncti T ab I K, quod quidem erit in medio inter bina foramina, ſi eorum diametri ſint æquales. Inde autem innoteſcet facile etiam angulus N T O, nimirum quædam veluti diameter apparens imaginis N O, ſi fiat ut T I ad dimidium I K, ſive in caſu æqualium diametrorum, ut diſtantia planorum A B, E F ad diametrum I K, ita radius ad ſinum dimidii anguli quæſiti; quod ſi angulus inventus conferatur cum diametro apparente Solis; innoteſcet etiam a quota parte ſolaris diſci radios accepi: at imago N E, quæ quidem pars eo erit major, quo major fuerit ratio diametri I K ad G H, ſed eo ſæpius oportebit movere ſpeculum.

187. Hæc omnia uſum habere poſſunt in experimentis, quæ inſtitui ſolent circa luminis radios; ſed hic non habent ingentem uſum, ſi exigua ſint foramina, radii incidant ad ſenſum perpendiculares priſmati medio; & notetur in pariete utrumque extremum imaginis directæ, ubi in refractionis quantitatem inquiritur per tangentes.

188. Radio percurrente intra conclave ope ſpeculi viam horizontalem, ipſum detorſi ſæpe horizontaliter itidem in latus, quod multo commodius fit per priſma verticaliter erectum, ubi ipſa praxis experimenta capienti multa ſuggerit idonea ad faciliores, & accuratiores determinationes; ſed hic nobis ad alia eſt properandum.

189. In ſuperioribus commode adhibetur formula $m = \frac{ſin.\ \frac{c+r}{2}}{ſin.\ \frac{1}{2}c}$, in qua nihil contemnitur, cum angulis priſmatum utcumque magnis: ad reliquas methodos, de quibus acturi ſumus, requiruntur anguli exigui, qui nimirum ſint ad ſenſum proportionales ſuis ſinubus; quamquam deinde innuam etiam illud, qua ratione eæ methodi aptari poſſint angulis etiam majoribus. Hæ methodi exhibent tantummodo relationem M ad m, & dM ad dm.

190. Si fiant bina priſmata e binis ſubſtantiis, quorum anguli refringentes deſtruant refractionem, nimirum illud efficiant, ut radius per utrumque ſimul tranſmiſſus egrediatur cum eadem directione, cum qua abit ſine ipſis; habetur per

num.

num. 168 relatio qualitatum refractivarum, ſive ratio M — 1 ad *m* — 1 reciproca angulorum. Si vero per eos deſtruantur colores; erunt per num. 170 qualitates diſtractivæ nimirum *d* M ad *d m* in ratione angulorum reciproca.

191. Ad conferenda inter ſe hac methodo bina vitrorum genera oporteret habere ex altero genere quamplurima priſmata, donec caſu quodam incideretur in unum aliquod, quod refractionem, vel colores accurate corrigeret. Id incommodum evitat methodus a Clairautio propoſita priſmatis mixtilinei habentis alterum latus planum, & alterum cylindricum.

192. Incurrat radius traductus (*Fig.* 23) per foramen F*f* prius in priſma MPN terminatum ſuperficiebus planis MP, NP, tum in priſma TRV terminatum ſuperficie plana TR, & cylindrica VBR, ac via CIB deferatur alterum ejus extremum ad E. Si concipiatur tangens ducta per B, donec rectæ TR occurrat in Q; æquivalebit priſma curvilineum rectilineo habenti angulum TQB. Licebit autem promoto antrorſum retrorſum priſmate ipſo mixtilineo variare punctum B, in quo radius prodit, adeoque & angulum Q, donec inveniatur ea poſitio, quæ præſtet id, quod quæritur deſtruendo refractionem, vel colores in E.

193. Porro ſi differentia angulorum prope V, & prope R ſit nimis magna; craſſitudo TV erit itidem nimis magna. Id incommodum facile evitabitur poſito alio priſmate OMP ex eadem maſſa, ex qua eſt mixtilineum, ut ſumma ejus anguli, & anguli Q conferenda ſit cum angulo MPN.

194. Plura autem excogitari poſſunt inſtrumenta, quorum ope priſma mixtilineum per cochleam promoveatur motu lento, & continuo, & per ſolam diſtantiam VB puncti B a certo quopiam puncto V habeatur angulus Q. Quin immo promoveri poteſt priſma curvilineum per cochleam ita, ut ope circuli diviſi, & indicis habeantur admodum accurate gradus & minuta anguli Q reſpondentis certæ poſitioni ipſius priſmatis reſpectu foraminis, cujuſmodi inſtrumentum paravi mihi cum ſucceſſu.

195. Quod ſi qualitates refractivæ, & diſtractivæ binorum vitrorum conferantur cum eodem illo vitro priſmatis curvilinei; facile eadem illa vitra comparabuntur etiam inter ſe; nam erit ratio valoris *m* — 1, vel *d m* in primo vitro ad eundem in ſecundo compoſita ex rationibus valoris primi

 ad

ad valorem intermedii illius priſmatis mixtilinei, & hujus ad valorem ſecundi.

196. Idem obtineri poteſt includendo priſma vitreum intra priſma aqueum. Sint (*Fig.* 24.) AB, BC laminæ vitreæ planis parallelis, & politis terminatæ, inter quas contineatur aqua. Si intra ipſam aquam demergatur priſma vitreum DEF angulo E poſitó ſitu contrario reſpectu anguli B; habebitur ipſum priſma vitreum inter duo priſmata aquea, quorum anguli ADE, CFE ſimul ſumpti æquabuntur angulis DBF, DEF ſimul ſumptis. Quare ſi angulus ABC dicatur a, & DEF dicatur c, in caſu, in quo radius GHIKLM traductus per ea tria priſmata habeat refractionem correctam, erit $m - 1$ vitri ad $M - 1$ aquæ, ut eſt $a + c$ ad a, ſive ut $1 + \frac{c}{a}$ ad 1; & eadem erit ratio dm ad dM, ſi deſtruantur colores.

197. Aquam & Newtonus incluſerat vitreis laminis, ac ei priſmati aqueo priſma vitreum immerſerat: idem vidi in Anglia in Cantabrigenſi Academia: ſed nullum aderat inſtrumentum, cujus ope poſſet angulus ABC aperiri magis, vel minus ad libitum ſine effuſione aquæ, & determinari ſatis accurate angulus $B = a$. Hac methodo affirmat etiam Clairautius, ſe vitra comparaſſe inter ſe: verum illud ignoro, cujuſmodi inſtrumento ſit uſus. Ego ad eam rem curavi inſtrumentum, quod ſequenti §. diligentius exponam, uti promiſi numero 19, quod mihi quidem viſum eſt commodiſſimum, & ad ſummam accurationem aptiſſimum. Interea hic adnotabo nonnulla ad rem præſentem pertinentia.

198. Primo quidem illud, ne exiguos quidem angulos eſſe accurate ut ſinus. Poſito arcu $= u$, & ſinu $= y$, eſt ex elementis ſerierum applicatarum ad Trigonometriam $y = \frac{1}{1} u - \frac{1}{1.2.3} \times u^3 + \frac{1}{1.2.3.4.5} \times u^5 - \frac{1}{1.2.3.4.5.6.7} \times u^7$ &c. In arcu 19 graduum, qui eſt circiter pars tertia radii, ſecundus terminus eſt $\frac{1}{54}$ primi, qui idcirco non eſt ita contemptibilis; licet tertius evadat $\frac{1}{9720}$ ejuſdem primi, qui proinde contemni poteſt. Et quidem inito calculo arcus graduum 10 eſt partium 17453, quarum radius 100000, habente ſinu 17365

cum

cum differentia utcumque tolerabili partium 88, circiter ducenteſima ſui parte: at arcus graduum 20 eſt 34906, ſinus 34202, differentia exiſtente 704, parte jam $\frac{1}{49}$ totius, plus æquo magna. Quare ubi anguli ſint aliquanto majores, calculus non erit ita accuratus, accepta illa ratione reciproca angulorum.

199. Poſſet quidem adhiberi pro ſinu y expreſſio $u - \frac{1}{6} u^3$ in applicatione formularum ad angulos exiguos: ſed quoniam calculus evadit operoſior, & adhuc non evadit penitus accuratus; ſatius eſſe cenſeo uti via indirecta, & in ſubſidium vocare falſas poſitiones.

200. Pro ratione M ad m, ſi innoteſcat jam ſemel valor medius M, ut illius vitri, ex quo conſtat priſma mixtilineum, vel aquæ, & habeantur anguli, in quibus deſtruitur refractio, poteſt poni pro m alius valor arbitrarius, tum ex iis valoribus, & angulis ope formulæ $m = \frac{ſin. \frac{c+r}{2}}{ſin. \frac{1}{2} c}$, adeoque ſin. $\frac{c+r}{2} = m$ ſin. $\frac{1}{2} c$ poteſt inveniri refractio r debita ſingulis angulis, ſive ii ſint duo tantum, e ſingulis nimirum materiis ſinguli, vel tres, nimirum duo ex altera, & unus ex altera. Si refractio priori, vel prioribus debita evaſerit æqualis refractioni debitæ poſtremo angulo; valor m eſt rite aſſumptus: ſecus, notetur differentia, & ponatur alter valor m minor, vel major priore, prout fuerit ejus r minus vel majus: facto iterum calculo, & inventis refractionibus, ſi nec eæ fuerint æquales, inveniatur iterum differentia, & ope harum differentiarum, ac binorum valorum m aſſumptorum invenietur methodo elementari falſæ poſitionis poſitio valoris m, quæ faciet nullam differentiam oppoſitarum refractionum, vel exhibebit propiorem terminum ad eam inveniendam.

201. Pro relatione dM ad dm inventis vel hac poſtrema methodo, vel aliqua alia ſuperius expoſita valoribus mediis M, m, & per eos refractionibus R, r, ubi duo ſunt anguli, poteſt e formula numeri 161 fieri $\frac{dM}{dm} = \frac{coſ. \frac{C+R}{2}}{coſ. \frac{c+r}{2}} \times \frac{ſin. \frac{1}{2} c}{ſin. \frac{1}{2} C}$; nam ibi evadit $\frac{dR}{dr} = 1$, ubi contrariæ refractionum

 dif-

differentiæ ſe deſtruunt. Quod ſi anguli ſint tres, & ex altera materia in ſecundo priſmate habeatur c', & r' pro c, & r; ex formula numeri 160 eruetur $dr = \frac{2\,dm\ ſin.\ \frac{1}{2}c}{coſ.\ \frac{c+r}{2}}$, $dr' = \frac{2\,dm\ ſin.\ \frac{1}{2}c}{coſ.\ \frac{c'+r'}{2}}$, $d\mathrm{R} = \frac{2\,d\mathrm{M}\ ſin.\ \frac{1}{2}\mathrm{C}}{coſ.\ \frac{\mathrm{C}+\mathrm{R}}{2}}$, adeoque ob $dr + dr' = d\mathrm{R}$; erit $d\mathrm{M} . dm :: \frac{ſin.\ \frac{1}{2}\mathrm{C}}{coſ.\ \frac{\mathrm{C}+\mathrm{R}}{2}} . \frac{ſin.\ \frac{1}{2}\mathrm{C}}{coſ.\ \frac{c+r}{2}} + \frac{ſin.\ \frac{1}{2}\mathrm{C}'}{coſ.\ \frac{c'+r'}{2}}$. Sed ad hanc applicationem oportebit in fig. 24. noſſe ſeparatim angulos ADE, CFE. Id autem evitabitur, ſi ibidem ipſum latus DE applicetur ad DA, evaneſcente angulo ADE, & evadente EFC = DEF + ABC. Sic in fig. 23. ad habendos tantum duos angulos, ſatis erit rectilineum priſma ejuſdem materiæ cum mixtilineo applicare immediate ad mixtilineum, ut componant ſimul unicum priſma.

202. Adhuc hoc pacto relinquitur error ex alio capite oriundus, qui non erit ita exiguus, ſi anguli ſint aliquanto majores. Nimirum formula $m = \frac{ſin.\ \frac{c+r}{2}}{ſin.\ \frac{1}{2}c}$ inventa num. 158 eſt accurata ſolum in caſu, in quo via radii intra priſma ſit æque inclinata ad utrumque ejus latus; quod in fig. 23, & 24 non accidit accurate in omnibus priſmatis, nec vero ſatis proxime; niſi anguli ſint exigui, & radius traducatur per rectam ad ſenſum perpendicularem plano tranſeunti circa medium inter angulos ipſorum priſmatum. Ad calculum accuratiorem in hac methodo deſtructionis colorum, ubi anguli evadant aliquanto majores, oportet noſſe inclinationem radii ad ſingula latera, quod quidem haud difficulter obtinetur ope formularum numeri 145, datis M, m, datis angulis refringentibus, & inclinatione in ingreſſu ad primum planum. Aucto valore M per quantitatem exiguam arbitrariam $d\mathrm{M}$, & aſſumpta ratione arbitraria ipſius $d\mathrm{M}$ ad dm, inveniretur ultimus angulus, in quo radius, qui tanto majorem refrangibilitatem habet, quantum reſpondet arbitrariæ $d\mathrm{M}$, egreditur e poſtrema ſuperficie. Si is inveniatur æqualis, calculo inito per ſolas M, & m; ratio aſſumpta inter $d\mathrm{M}$, & dm erit accurata; ſecus aſſumenda erit alia, & reſtituto calculo habebitur vel æqualitas quæſita angulorum in egreſſu, vel ſecun-

dus

dus terminus pro regula falſæ poſitionis adhibenda. Nec ſane ii calculi erunt prolixi ob formularum ſimplicitatem: ſimpliciores certe erunt, & accuratiores, quam uſus ſerierum exprimentium ſinus per angulos, quæ ipſæ ſeries in angulis paullo majoribus nulli uſui eſſe poſſunt, dum methodus falſæ poſitionis extenditur ad angulos quoſcumque, nec longa eſſe poteſt, ubi aliunde jam nota ſit ratio dM ad dm non ita remota a vero, per angulos minores, qui colores deſtruant.

203. Hæc fuſius evolvam, & exemplis illuſtrabo in fuſiore opuſculo, ubi ſatis conſtabit illud, exiguam mutationem in valore $\frac{dM}{dm}$ ſecum trahere non ita exiguum diſcrimen in combinatione ſphæricitatum, quæ debeant adhiberi ad corrigendos errores omnes, a quorum errorum correctione accurata pendet omnis horum teleſcopiorum ſucceſſus. Ex altera vero parte admodum difficile eſt ſatis accurate definire valorem dM, & dm, ac eorum rationem immediate per ſpectra colorata priſmatum, cum violaceorum radiorum quædam veluti ſeries infinita ita ſenſim abeat in cæcam umbram, ut nullum liceat ſatis diſtincte limitem definire, & inter ſe conferre in binis priſmatis: ut idcirco ad ejuſmodi relationem obtinendam methodus omnium tutiſſima videatur ipſa colorum deſtructio, quæ quo per majores fiet refringentes angulos, eo certius habebitur, exiſtente minore effectu errorculorum, quos ſemper relinquunt determinationes angulorum ipſorum priſmatum, quæ formulas ingrediuntur.

204. Notandum præterea & illud: ſi in hac methodo obveniat etiam proxime eadem ratio $M - 1$ ad $m - 1$, quæ dM ad dm, nimirum etiam illa ipſa accepta ex inverſa angulorum deſtruentium refractionem, & colores; eas ſubſtantias non eſſe idoneas ad teleſcopia quæſita; quia illis rationibus exiſtentibus æqualibus, abit focus in infinitum juxta num. 83, & ex eodem facile deducitur, facta eadem ratione non multum inæquali, adhuc ipſum focum abire nimis procul. Sed jam faciemus gradum ad deſcriptionem vitrometri, cujus conſtructione, & uſu hoc opuſculum abſolvemus.

§. VII.

§. VII.

Vitrometri conſtructio, & uſus.

205. Vitrometrum appellandum cenſui juxta num. 19, inſtrumentum, quod hic exponam, cujus ope facile conferri poſſit qualitas refractiva, & diſtractiva vitri cujuſvis, cum ejuſmodi qualitatibus aquæ, concludendo ejus priſma intra priſma aquæ, & quærendo angulum, in quo aqua corrigit ejus refractionem, vel refractionis differentiam, ſive colores, quod requiritur ad applicandam methodum numeri 183. De eo inſtrumento me hic acturum promiſi ipſo num. 19, & 106.

206. Id exhibetur (*Fig.* 25.), & eſt totum e laminis metallicis præter bina vitra. ABCD eſt veluti pavimentum horizontale: EFCI, GHBK ſunt bini veluti parietes laterales perpendiculares pavimento: KBCI eſt paries itidem verticalis fixus poſterior: HRPQF eſt alter paries anterior mobilis circa axem HF: T, S ſunt bina vitra terminata planis parallelis bene politis inſerta poſtremis binis parietibus, & ipſis parallela: GE eſt virga rotunda cum cochlea ad partes E adſtringens parietes laterales: MO eſt cochlea mas circularis habens centrum in medio axe HF inſerta cochleæ fæminæ exiſtenti in medio circulo PN, & habenti manubrium cum indice denotante in limbo circuli diviſiones, quæ exprimunt partes ſingularum converſionum indicis ipſius. ILX eſt regula longior adnexa parieti poſteriori, tenens ſibi afferruminatam faſciam circularem VX habentem centrum in ipſo axe HF in F, diviſam in gradus incipiendo a diſtantia Xo proxime æquali diſtantiæ CF: QY eſt regula mobilis adnexa parieti mobili RPQ, quæ crenam habet in YZ excipientem eam ipſam faſciam, & habet ſibi adnexum vitrum planum politum, quod interiore ſuperficie contingit ſuperficiem ipſius faſciæ circularis. In eadem vitri ſuperficie habetur recta linea YZ, quæ deſignat gradus contentos in arcu circuli inter ipſam & initium diviſionis o.

207. Intra cavitatem TBS interceptam parietibus infundenda eſt aqua, quæ ne effluat ad margines parietis mobilis in RH, FQ, ii margines ſunt obducti corio rite præparato.

Ad

Ad ipſum præparandum Stephanus Conti, & Nicolaus Narducci Lucenſes Patricii, ingenioſiſſimi viri, & bonarum artium amantiſſimi, ac in inſtrumentis etiam per ſe ipſos perficiendis ad Phyſicam, & Aſtronomiam idoneis maxime induſtrii, cum quibus etiam plurimas inſtitui hujus generis obſervationes ope priſmatum; quæ ipſi mihi elaborarunt egregia ſane, & Artifici hoc inſtrumentum mihi ex meo præſcripto paranti adſtiterunt dirigentes opus ipſum, adhibuerunt ſequentem methodum. Accepta uncia ceræ albæ bonæ, uncia therebintinæ Venetæ, ſemiuncia olei olivæ, & liquata tota maſſa ad ignem, ubi ea ita cæpit refrigeſcere, ut a digito immerſo ejus calor tolerari poſſet, immiſſum eſt corium ita, ut bene imbueretur, tum extractum, & exſiccatum, ac diligenter applicatum ad illa latera. Eo pacto omnis aquæ effluxus eſt impeditus, relicto libero motu parietis mobilis.

208. Infuſa aqua habetur priſma aqueum truncatum, ut patet, cujus angulus refringens eſt is, quem continerent plana vitrorum S, T producta uſque ad concurſum: ipſum autem indicat lineola YZ, ſi initium diviſionis o ſit rite definitum. Facile eſt autem id efficere; ut ipſum rite definitum ſit. Satis eſt ope cochleæ PN adducere parietem mobilem RPQ ad paralleliſmum cum fixo KML, qui paralleliſmus hoc pacto accuratiſſime definitur. Directo ope ſpeculi radio Solis proxime horizontaliter, quod commode fit ope machinulæ figuræ 10 methodo num. 185 ſupplentis uſum helioſtatæ, notetur ejus locus in pariete oppoſito, dum libere tranſit, tum interpoſito inſtrumento, ita, ut debeat tranſire per vitra T, S, & aquam intermediam, moveatur index PN, donec radius tranſmiſſus eodem redeat omni refractione deſtructa. In eo ſitu ita collocetur vitrum YZ, ut lineola tranſeat per illud initium diviſionis o, & in eo ſitu adnectatur curſori QY, qui deinde rite denotabit angulum refringentem aquæ per eamdem lineolam. Ipſa autem lineola ducenda fuit in plano tangente ſuperficiem faſciæ circularis ad evitandam omnem parallaxim, quæ haberetur, ſi ea diſtaret ab eadem ſuperficie, & oculus deflecteretur a directione perpendiculari.

209. Si vitrum jam eſſet adnexum; ſatis eſſet in poſitione paralleliſmi inventa methodo tradita notare diſtantiam lineolæ

neolæ a puncto o, quæ rectificationem inſtrumenti exhiberet addenda arcui in aliis poſitionibus deſignato, vel ſubtrahenda, prout in caſu parallelíſmi jaceret ipſa lineola reſpectu o ad partes X, vel ad partes V.

210. Eadem methodo liceret etiam inveſtigare, an vitra S, T re ipſa eſſent terminata planis parallelis, ut accurata inſtrumenti conſtructio requirit, an ſecus: nimirum ante infuſionem aquæ traducendus eſſet radius per ipſa vitra, quo abeunte ad eundem locum, ad quem abit ſine inſtrumento, haberetur ipſius parallelíſmi indicium: nam ſi alio abiret radius; certo inde deduceretur haberi aliquam ſuperficierum alterius vitri, vel utriuſque inclinationem ad ſe invicem. Rectificatio habita per deſtructionem refractionis poſt aquam infuſam corrigeret pro pluribus obſervationibus ejuſmodi inclinationis effectum, ubi ea exigua eſſet; ſed ad inſtrumenti perfectionem habendam, oporteret vitra ad parallelíſmum adducere, quem an aſſecuta fuerint, facile definietur ante, quam aptentur ipſi machinæ, tranſmittendo radium Solis per ipſa ſingula, & videndo, an ipſum quidquam de ſua directione detorqueant.

211. Exhibentibus angulorum gradus diviſionibus faſciæ circularis XV, facile minuta obtineri poterunt ope diviſionum circuli PN, notando nimirum, quot particulæ deſint ad finem gradus, ſi ad datam poſitionem deventum eſt augendo angulum, vel ad initium, ſi minuendo, comperto ſemel, quot particulæ debeantur uni gradui. Nimirum illa diviſio circuli PQ cum motu indicis idem præſtat, quod in communibus inſtrumentis micrometrum.

212. Multo tutius minuta haberi poſſunt, adnectendo regulæ QY in Y arcum plurium graduum diviſum in particulas ſingulis minutis majores vel minores gradu, nimirum efformando eum, quem *Nonium* appellant Geometræ practici, qui non eſt obnoxius iis inæqualitatibus motuum, quarum eſt ſummum periculum in cochlea, potiſſimum in hac fœmina, quæ ob arcus curvaturam non poteſt eſſe ita longa, ut plures habeat ſpiras. Tum vero inutilis eſt diviſio circuli PN, & index; ſed cochlea adhuc eſt neceſſaria ad habendum motum plani RPQ lentum, & continuum, qui ſine cochlea haberetur per ſaltus.

213. Ut poſſit inſtitui examen diviſionis faſciæ XV,

ego

ego quidem illud curavi, ut axiculus HF promineret ad partes F cum centro circuli XV ibi notato. Tum enim facile accipitur radius ejus circuli, & fieri poteſt ejus ſcala diviſa ope tranſverſalium in partes 1000: tum vel ejus ope, vel ope circini proportionis accurati facile eſt videre, an ſingulæ chordæ incipiendo a 0 contineant numerum particularum, cui reſpondere debet ex tabula ſinuum duplum ſinus dimidii arcus, & ſi id minus accidat, invenire correctionem.

214. Ope hujus inſtrumenti admodum facile determinantur etiam omnes anguli, in quibus radius pervenit ad ſingula plana aquæ, & vitri, ſi adhibeatur methodus expoſita num. 184 ſupplens vicem helioſtatæ. Admodum enim facile datur inſtrumento ejuſmodi poſitio, ut radius incidat perpendiculariter ad primam ſuperficiem vitri T, ſi ea obvertatur foramini. Ea ſuperficies partem radiorum retro reflectit, & reflexus radius ſatis clare cernitur prope foramen ipſum. Si baſis AC inſiſtat plano, quod ope trium cochlearum acquirere poſſit poſitionem quam libuerit: admodum facile id efficitur, ut is reflexus radius redeat accurate ad ipſum foramen. Eo caſu evadit ſuperficies ei radio perpendicularis. Tum vero ſi priſma vitreum ſit iſoſcelium, remanebit inter ipſum, & faciem inſtrumenti perpendicularem baſi priſma aquæ, cujus angulus refringens erit dimidius anguli priſmatis vitrei, inter ipſum vero, & latus oppoſitum mobile priſma aqueum, cujus angulus erit æqualis ſummæ ex gradibus notatis ab inſtrumento, & dimidio angulo priſmatis vitrei; nam eo caſu in fig. 24 angulus DFC evadit rectus, adeoque ſi concipiatur recta EN perpendicularis baſi DF, & occurrens lateri AD in N, quæ debebit eſſe parallela lateri CFB, erit angulus EFC æqualis alterno FEN, dimidius totius FED; angulus vero ADE externus æqualis binis internis, & oppoſitis, quorum alter DEN erit dimidius anguli DEF, & alter DNE erit æqualis angulo ABC ipſius inſtrumenti interno, & oppoſito in parallelis EN, BC.

215. Ii anguli ſeparatim inventi jam per ſe exhibebunt valores pro calculo numeri 196, & ex iis facile deducentur valores omnium inclinationum radii ad ſuperficies omnes refringentes, in quas incidit pro calculo indicato a num. 200.

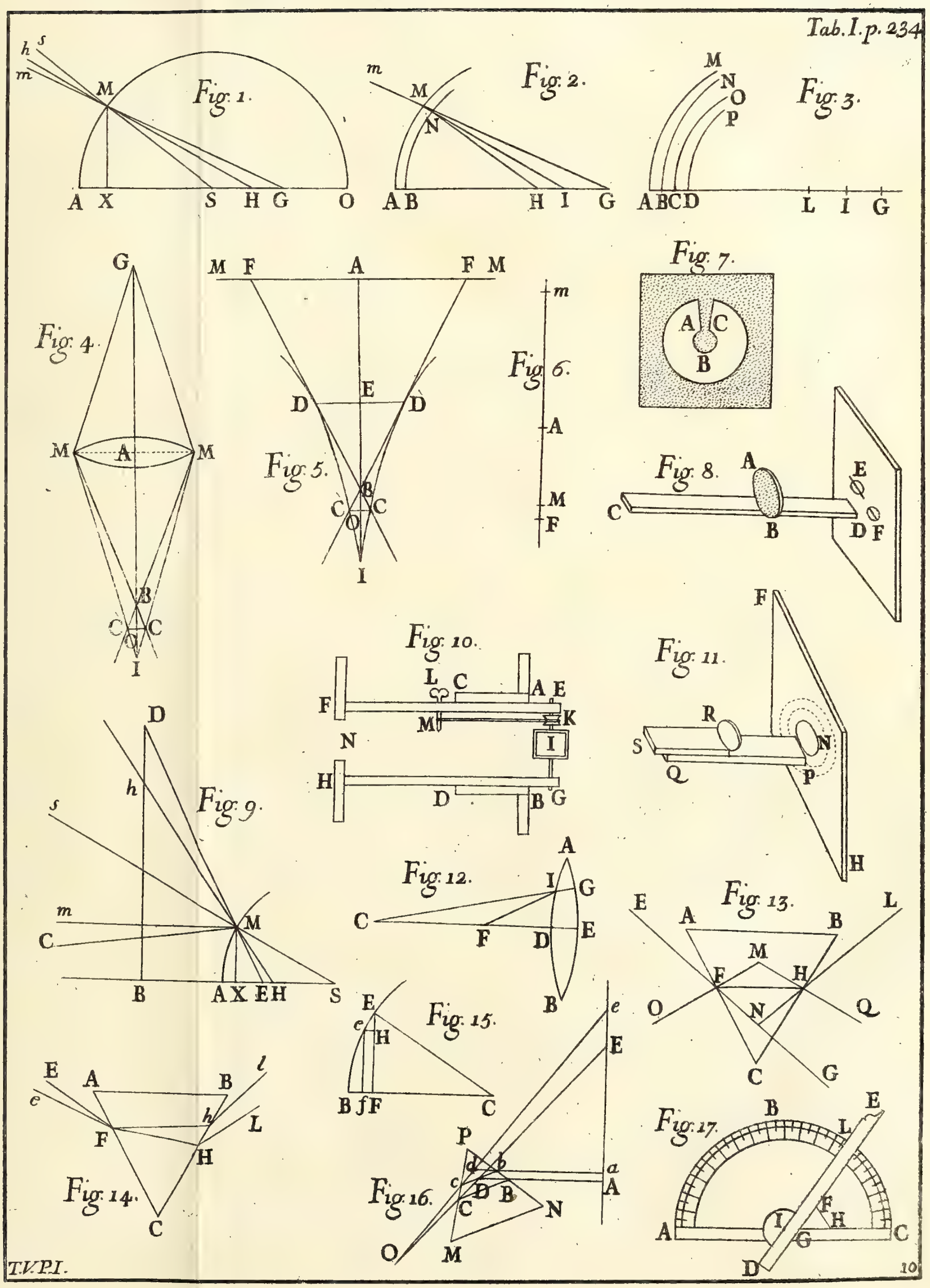
216. Jam vero ſatis patet ex dictis uſus ipſius machinulæ. Ubi ea rite rectificata ſit methodo uſitata in inſtrumentis, & expoſita a num. 209, immiſſo priſmatulo vitreo, & aqua, movendum eſt latus mobile RPQ, donec radius exeat in eadem directione irrefractus, & recta ZY, vel nonius indicabit angulum aquæ neceſſarium ad corrigendam refractionem priſmatis vitrei immiſſi, qui combinatus cum ipſius angulo exhibebit rationem qualitatum refractivarum: adducto autem latere mobili ad poſitionem, quæ extinguat colores, habebuntur eadem pro qualitatum diſtractivarum comparatione.

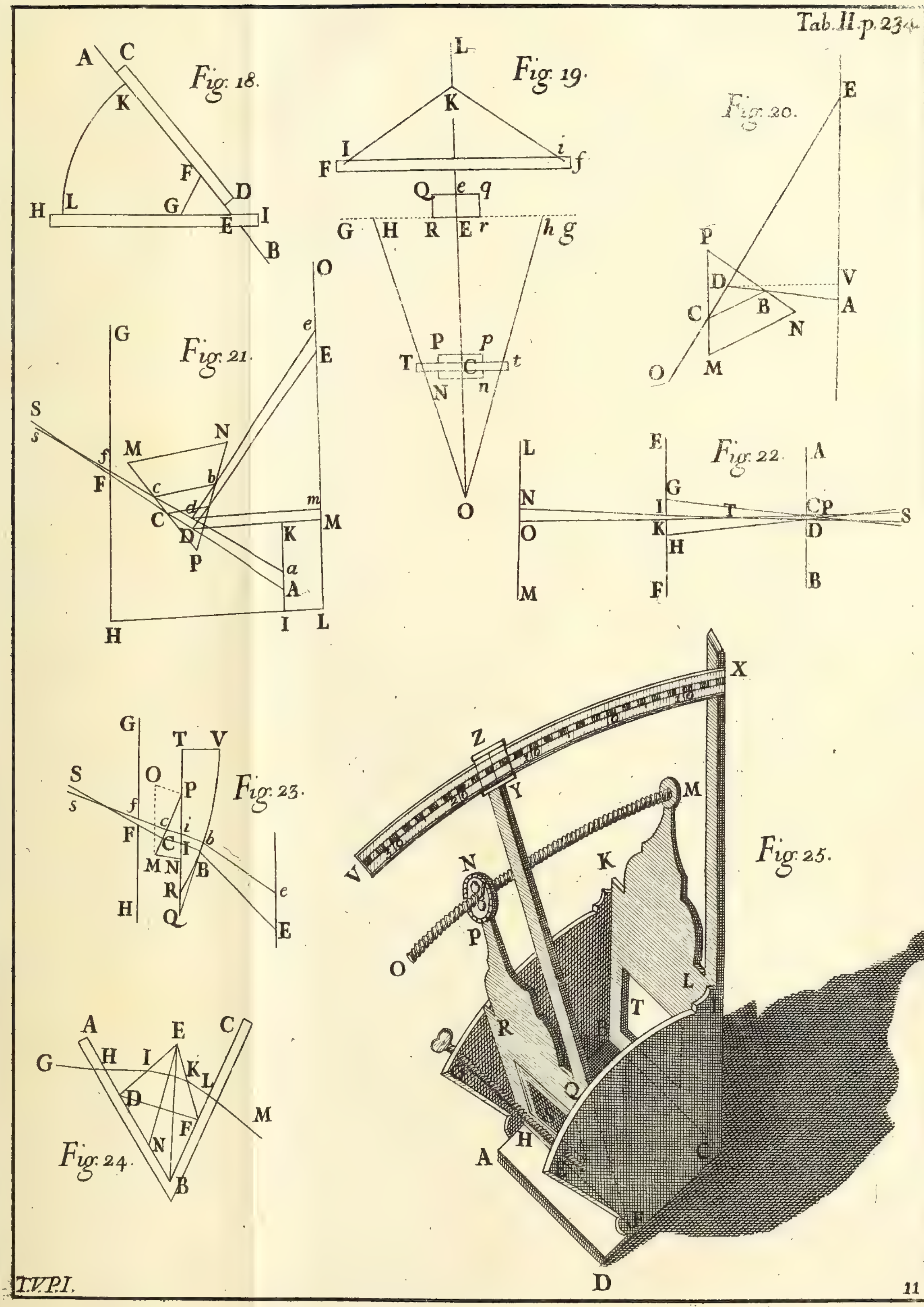
217. Verum poteſt idem inſtrumentum remoto priſmate vitreo adhiberi ad determinandas qualitatem refractivam, & diſtractivam vitri abſolutas, ut etiam excepto radio in directione perpendiculari primæ ſuperficiei, poſſunt haberi ejus ope angulus incidentiæ, & refractus in egreſſu ad oſtendendam conſtantem rationem ſinuum angulorum ipſorum incidentiæ, & refracti, ſed ea huc non pertinent.

Scholium Generale.

218. EXpoſuimus jam præcipua, quæ pertinent ad theoriam: evolvimus formulas pertinentes ad focos lentium, & accurate demonſtravimus tum ipſas, tum plura ipſarum conſectaria: determinavimus, & inter ſe comparavimus errores ortos a diverſa refrangibilitate radiorum, & a figura ſphærica: expoſuimus quando, & quomodo corrigi poſſint: evolvimus quæ pertinent ad determinandos valores, qui ingrediuntur formulas exhibentes ejuſmodi correctionem tam ope lentium, quam ope priſmatum, ubi plura, quæ ad ipſorum priſmatum theoriam pertinent diligenter perſecuti ſumus. Præter theoriam expoſuimus etiam illa, quæ pertinent ad praxim deſcribendo plura inſtrumenta, & oſtendendo, qua ratione ipſorum ope debeant inſtitui obſervationes. Supereſſet eorum omnium applicatio ad obſervationes diligenter inſtitutas, cum exemplis calculorum, & eorum fructu, exhibitis ſyſtematis ſuperficierum terminantium binas lentes objectivas, quæ aptiſſima ſint ad hæc nova teleſcopio-

rum


Tab. I. p. 234
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
T.V.P.I.
10



Tab. II. p. 234.
Fig. 18.
A C K F D H L G E I B
Fig. 19.
L K I i F f Q e q G H R E r h g P p T C t N n O
Fig. 20.
E P D V A C B N O M
Fig. 21.
O G e E S s f M N F c b m C d M D K P a A H I L
Fig. 22.
L E A N G I T C P S O K D H M F B
Fig. 23.
G T V S O P s f c i F C I b M N B R H Q e E
Fig. 24.
A E C G H I K L D M F N B
Fig. 25.
X Z Y M V N K P O L T R Q A H E C F D
T.V.P.I.
11

rum genera cum aliqua inſtitutione ſejuncta ab omni geometria, quæ communibus artificibus inſervire poſſit. Verum ea omnia locum hic habere non poſſunt, ubi limites honeſtos diſſertationis inſerendæ commentariis Academiæ exceſſimus. Edemus ea omnia ſeparatim, ubi primum per tempus licuerit, cum hiſce ipſis, quæ huc congeſſimus, auctis, & adhuc magis declaratis opuſculo paulo fuſiore.

JANI PLANCI ARIMINENSIS.

De Inceſſu marinorum Echinorum ac de Rebus quibuſdam aliis Marinis.

AD

FERDINANDUM BASSIUM

Bononienſis Scientiarum Inſtituti Academicum

EPISTOLA.

QUomodo incedant marini Echini ambigunt, ut noſti Baſſi ſuaviſſime, Rerum Naturalium Scriptores; alii quidem ſpinis illis procedere ajunt, quibus extrinſecus inſtructum eſt animal univerſum; alii vero cornibus progredi arbitrantur, quæ a foraminibus innumeris per univerſum fere corpus ſparſis emittunt Echini, dum in aqua verſantur, ut emittunt a capite tantum Cochleæ, ſive terreſtres, ſive marinæ; hæc Echinorum cornua, crura propterea vocitarunt ii, qui ipſis veluti pedibus uti arbitrati ſunt. Comes Joſephus Zinannius Ravennas Vir nobiliſſimus, mihique amiciſſimus dum viveret, & Hiſtoriæ Naturæ peritiſſimus, ut hanc rem plane cognoſceret, perſæpe ad me ſcripſerat, ut marinos Echinos vivos in aqua ſervatos ad ipſum mitterem. Capiuntur enim a noſtris Piſcatoribus Echini, & quidem prægrandes in Hadriatico Mari, ut in eo Libro de Conchis minus notis adnotavi; verum quum rari ſint apud nos, & in alto tantum capiantur, ſemper mortui, & pene fœtidi, non in cibum, ſed ad curioſam voluptatem ad nos deferuntur. Quare in Etruria quum verſarer, & Senis eſſem, ut Anatomen ibi primo loco docerem, anno milleſimo ſeptingenteſimo quadrageſimo tertio menſe februario, Bacchannaliorum feriis, quum Senis Epidemica Coryza graſſaretur, Piſas, & Liburnum cogitavi, ut eo tempore clementiore cœlo fruerer, & ſimul obſervationes aliquas maritimas mihi ad mare nato ſemper pergratas inſtituerem. Itinere igitur

ciſiis

ciſiis ſuſcepto uno cum Franciſco Paſinio nobili Ariminenſi Adoleſcente, qui mecum Senis Studiorum ſuorum cauſa morabatur, quique poſtea majoris noſtri Templi ad multos annos fuerat Canonicus, & modo Flamen Tuderti eſt renuntiatus, ante diem ſexto calendas martias Liburni degebamus, & quum ea dies ſerena eſſet, & mare tranquillum cymba Turrim ſpeculatoriam, quæ Laternam continet, petii; Cymbæ Vectores arundines detulerunt in extremitate diffractas, & ita comparatas, ut iis Echini caperentur, ut revera me præſente ultra viginti in fundo maris inter ſaxa capti ſunt, quos, ut in vas aqua plenum conjicerentur, curavi. In ipſamet cymba, dum ibi degebam, & extra, tum in Turri illa ſpeculatoria, tum in ipſo Lazari Lœmodachio, in quo merces, & Homines excipiuntur, ad certoſque dies detinentur, ut a Peſtis ſuſpicione expurgentur, ad quem locum oblectandi animi cauſſa, & ut ſacro intereſſem, navigavi (dies enim feſtus erat), aliquot obſervationes circa motum progreſſivum Echinorum inſtitui, ſed domum reverſus accuratius eas repetivi coram Paſinio, qui ſtomacho minus valens mari licet quieto ſe committere noluit. Et primum adnotavi Echinos illos, qui paſſim Liburni venduntur, eſſe eos Echinos minores, quos Gualterius Magni Ducis Etruriæ Archiater, & amicus noſter ſuaviſſimus, dum viveret, vocat Echinometram amethyſtinis claviculis; Claviculos enim vocat Echinorum ſpinas, ſeu aculeos; ſed Liburnenſes Echini non omnes aculeis amethyſtinis ſunt inſtructi, ſed alii ſubrubri coloris, alii ſubnigri gerunt aculeos; ut ſunt & Echini, qui apud nos inveniuntur, ſed noſtri majores mole plerumque ſunt, ut eorum aliqui ad magnitudinem interdum Echinorum illorum majorum excreſcant, quos noſtri Melones marinos vocitant. Fortaſſe excreſcunt ita apud nos, quod raro a Piſcatoribus noſtris capiantur, & alto tantum in mari diu quieti vivere ſinantur. Omnes iſtos Echinos obſervavi movere ſpinas ſuas etiam extra aquam poſitos, ſed extra aquam progredi numquam vidi. Si in latus ponerentur, ſpinis ſuis, ſeu aculeis ſtatim ſupinos, pronoſve ſe dejiciebant. Poſitio enim lateralis ipſis videbatur ſemper gravis, & moleſta, ut repetitis experimentis obſervavi, eos ſic tum extra aquam, tum in aqua ipſa collocando; ſtatim enim, ut dixi, ſupinos ſed frequentius pronos ſe dejiciebant. Ut progrediantur vero Echini in

aqua,

aqua, ita ſe componunt, nam extra aquam non progrediuntur umquam, ut dixi, ut innumera cornua emittant per foraminula, quæ jacent inter ſpinas. Hæc cornua tertio ſaltem longiora ſunt ſpinis ipſis. Cornibus igitur ipſis iſtis veluti cruribus progrediuntur, & tunc immobiles, & radiatim extenſos gerunt aculeos. Iſtis cornibus non tantum progrediuntur, ſed hærent quoque, ſi lubet, loco, cui inſunt, ut obſervavi; Nam Echini per catinum fictile faventino vitro probe obductum, & lateribus ad horizontem parum inclinatis, & fere perpendicularibus aſcendebant, & catino ita hærebant interdum, ut non facile ab eo divellerentur. Extra aquam vero Echini ſtatim intra corpus cornua ſua recondunt, & non amplius incedunt ſpinas tantum, ſeu aculeos tunc motitant, quibus ſi lateraliter ſint locati, pronos ſupinoſve, ut dixi, ſe componunt. In catino plano, & in diſcis etiam progrediuntur, & hærent ſuis cornibus Echini, ſi aqua tertiam ſaltem partem eorum corporis operiat, at ſi aqua omnino detrahatur, immobiles ſtatim ſubductis cornibus fiunt, & a vaſe decidunt ſponte, ſi vas inclinetur, quod non ita accidit, ſi vas ſit aqua refertum, tunc enim, etiamſi vas inclinetur, Echini, ne dimoveantur, & decidant, cornibus ſuis fundo, vel lateri vaſi arcte inſiſtunt, & hærent. Quare apparet male eos ſenſiſſe, qui aſſeruerunt Echinos ſpinis incedere; nam ſpinis aſcendere numquam poſſent, ſi vas latera habeat lævigata, & fere perpendicularia, ut habebat catinum illud vitriatum, & Lebes æneus, in quibus Echinos vivos collocavi, & aſcendere obſervavi, ut extra ea vaſa egrederentur, niſi operirentur. Corpora enim acuta & dura, ut ſunt Echinorum aculei corporibus duris, & lævigatis numquam hærere poſſunt, præſertim ſi latera ſint perpendicularia, vel ad horizontem parum inclinata.

Cornua iſta ſeu crura, quibus Echini incedunt, & interdum ſolo hærent, ita ſunt conformata, ut cylindrica, & nigra oculis nudis appareant, at ſi lente vitrea oculi inſtruantur conicæ figuræ eſſe deprehenduntur, & internodiis, ſeu faſciis ſubalbidis diſtincta. Extremitas horum cornuum latior eſt, & excavata, & intus albi coloris. Quare cornua iſta Muſcarum proboſcidi ſimilia ſunt, vel Hirudinum ori, quibus hærere ſolo, & ſugere fortaſſe aquam illam poterunt, qua Echini plerumque corpus refertum gerunt. Verum primus ha-

harum proboſcidum uſus videtur eſſe, ut Echinis pedum loco ſint, quibus incedant, & ſolo hæreant, ſi ſolum declive, & lubricum ſit, ut latera lebetum, & catinorum ſunt.

Gulielmus Rondeletius, qui primus generalem Hiſtoriam Piſcium ſcripſit, obſervavit & ipſe innumera illa foraminula in Echinis, & ab iis prodire nervos opinatus eſt, qui aculeos motum ſuppeditarent, ſed Echinos non recta incedere arbitratus eſt, ſed ope ſpinarum in orbem tantum volvi, ut eorum inceſſus eſſet, ut eſſe finxerat Ariſtophanes apud Platonem in convivio priſcis hominibus, antequam a Jove dividebantur. In orbem enim volvi humanum genus fabulatus eſt Philoſophus ille, ita in orbem, & in gyrum tantum volvi opinatur Rondeletius Echinos ope ſpinarum, quæ a nervulis per foraminula illa prodeuntibus adjuvarentur; ſed male opinatus eſt, ut vidimus, Rondeletius. Nam Echini non in orbem, ſeu in gyrum progrediuntur ſpinis ſuis, ſed recta cornibus illis, quæ deſcripſimus, incedunt, & cornibus illis hærent ſolo, ſeu fundo maris interdum, præſertim in procellis, ut ipſe quoque adnotavit, ut tali adhæſione ſævitiam maris Nautis præſagiant.

Structura vero totius Echini Teſtæ, ſeu Echinometræ, ut vocant, mirabilis admodum eſt; conſtat enim cujuſque Echini Teſta decem triangulis ſphæricis, quorum quidem quinque ſunt majora, quinque vero minora, alternatim inter ſe diſpoſita. Quæ majora, duplo latiora ſunt minoribus, ſed quæ ſunt minora a duplici ſerie foraminum ambiuntur, & ſeries quæque foramina innumera continet a vertice trianguli ad baſim uſque irregulariter plerumque diſpoſita; per hæc foramina egrediuntur proboſcides illæ, ſeu cornua, pedeſque dicas, quando Echinus in aqua degit, quibus, ut dixi, incedit, ſolove hæret, vel etiam quaſi exercens ſeſe eas in varias partes dimovet, præſertim eas, quæ in ventre, aut in vertice triangulorum gerit. Incedit enim plerumque Echinus prono ore, ut vidimus. Singula triangula, qua majora, qua minora dividi poſſunt in duas partes, quæ denticulatæ ſunt, & pars quæque dimidii trianguli totidem heptagonis conſtat irregularibus. Duæ enim partes laterales parallelæ omnino jacent, ut ea in parte, ubi connectuntur cum alio triangulo, tribus lateribus conſtat heptagonum; in ea vero parte, ubi dimidia triangula connectuntur, duo tantum latera poſſidet

hepta-

heptagonum, quo ibi angulum acutum, dentemque conficit, quo unum dimidium triangulum ſphæricum cum alio dimidio conjungitur. Partes heptagonæ minorum triangulorum ſunt perforatæ; partes vero majorum triangulorum ſunt omnino occluſæ. In uno quoque heptagono quatuor foramina reperiuntur, & interdum plura, & duo ſemper in ipſa met commiſſura. Quare quum partes heptagonæ ſint triginta plerumque in quolibet dimidio triangulo, & ſexaginta in triangulo integro, & triangula perforata quum quinque ſint, patet numerum foraminum, per quæ proboſcides emittunt Echini, ad mille & ducentum aſcendere, & amplius, nam interdum plura quam quatuor foramina in aliquibus illis partibus heptagonis reperiuntur, præter illa duo foramina communia, quæ in qualibet commiſſura ſemper reperiuntur. Ad mille, & quadringenta circiter erunt cornua, ſeu proboſcides, quibus pedum loco incedere poſſunt Echini, quibuſque hærere ſolo, ſi iis lubeat. Aculeorum numerus eſt paulo major, nam quatuor vel quinque papillas, quibus ſpinæ hærent, numeravi in ſingulis heptagonis minorum triangulorum. Quare numerus ſpinarum, ſeu aculeorum ad duo millia, & amplius erit. Spinæ videntur a natura Echinis datæ, ut ipſis armorum loco ſint, ne a majoribus Piſcibus deglutiantur, & præcipue fulcro ipſis veluti ſunt, ut in varias partes volutentur, & præſertim in pronam partem magis ipſis commodam, ut vidimus, dejiciantur, quod ope ſola proboſcidum obtinere non poſſent, molles enim illæ ſunt, & capillamentorum inſtar. Spina quæque excavata eſt eo in loco, quo jungitur, ſeu articulatur cum papilla illa, quæ a corpore Echinometræ exſtat. Papilla ipſa impervia eſt, neque cum internis partibus Animantis communicat; quare apparet moveri ſpinas ope membranæ tenuiſſimæ, quæ cutis inſtar Echinum univerſum extrinſecus ambit. Echini igitur cutim hanc moventes ſpinas etiam movent, uti Canes faciunt, quibus a natura datum eſt, ut per panniculum carnoſum cutem ipſam, & pilos ſimul movere poſſint, quod nobis Hominibus conceſſum non eſt. Quare ex hoc etiam patet minus apte eos ſenſiſſe, qui opinati ſunt Echinos ſpinis veluti pedibus procedere. Cutis enim non ita poteſt ſe diſponi, ut ad nutum animantis tot motus conficiat, quot ſunt neceſſarii, ut ipſe incedat, & in tot, tamque varias partes moveatur.

Quæ

Quæ modo dixi de motu, & ſtructura proboſcidum obſervata fuerunt in Echinis illis minoribus, qui præditi ſunt aculeis nigris, rubris, & amethyſtinis. Obſervationes vero, & figuræ triangulorum, partiumque eorum a me deſumtæ fuerunt in Echinis majoribus, quos noſtrates Melones marinos vocant, quorum triangulorum partes non ita arcte inter ſe cohærent, ut in Echinometra vulgari, quæ licet ſit ejuſdem ſtructuræ, tamen propter nimiam partium cohærentiam non ita apta eſt ad obſervationes, ut Echinometra iſta magna, & nobis frequentiſſima.

Præter innumera illa foramina ad proboſcides demittendas, reperiuntur in Echinometra duo alia magna foramina per diametrum oppoſita, quorum unum majus eſt, & ad baſim Animantis, cui os conſtituit, quod quinque dentibus acuminatis, & vere oſſeis conſtat, immo ſemilapideis, ut in nobis, præſertim ea in parte, quæ foris extat. Totius vero oris ſtructura, quæ alligata eſt membranæ fortiſſimæ, & tota eſt mobilis, & teſtacea, coni truncati figura admirabilis admodum eſt, & ab aliquibus Diogenis laterna dicitur, quæ picta conſpici poteſt in Indice Gualteriano Tabula centeſima ſeptima ſub littera D. Ad iſtam mobilem laternam appoſitæ ſunt quinque Valvæ, quæ perforatæ ſunt, & ex ipſa teſta Echini veluti contorta conflatæ. In medio exurgit canalis cylindricus ad cibos ſuſcipiendos, qui poſt aliquot convolutiones, in quibus tres ſacculos efficit, qui veluti totidem ventriculi ſunt, deſinit ad alterum foramen, quod anum conſtituit. Circa ani foramen eſt membrana quædam extrinſecus particulis oſſeis, lapideiſve conſperſa, ut adnotavit Gualterius loco citato ſub littera O. Sed particulæ iſtæ reperiuntur etiam ad membranam oris præſertim circa dentes, quæ non immerito a Gualterio Cerebritis, aut Mæandritis genus dicuntur. Cibus Echinorum vulgarium minorum teſte Rondeletio eſt aqua, lutum, arena, ſed lutum potiſſimum videtur eſſe; luteas enim pilulas, ſeu ſcybalas, gerunt in fine inteſtinorum, & ex his pilulis, ſcybaliſque arbitratur Battarra noſter originem ducere Petrobrya, quæ in noſtro mari ſunt frequentia. Echini vero majores Melones marini dicti veſcuntur Filograna a me in Libro de Conchis minus notis deſcripta, & quæ melius deſcribetur cum appoſita figura in Appendice ejus libri, quam paro; referti enim eorum ventriculi ea Filograna comminuta

reperiuntur. Fortaſſe eadem, vel alia re æque dura veſcuntur & Echini vulgares, quos eos quoque dentibus ſolidiſſimis inſtructos videmus; talibus enim dentibus non indigerent, ſi luto, arenaque veſcerentur, quæ per ſe jam non indigent, ut comminuantur. Quinque aliis denique foraminibus circa anum inſtructa eſt quælibet Echinometra, ut per eorum ſingula copioſa ova excludantur, quæ in ovariis copioſa ſemper reperiuntur. In ventre Echinorum loca multa vacua reperiuntur inter inteſtina, & ovaria, quæ aqua marina ſunt referta, quam fortaſſe per proboſcides, ſeu per cornua illa ſugit, ut dixi, Echinus.

Quoniam de Echinis marinis, & præſertim de eorum inceſſu modo a me verba facta ſunt, lubet hic genus quoddam novum Echinorum marinorum referre. Id non cruſtaceum eſt, ſeu teſtaceum, uti ſunt Echini omnes, ſed coriaceum, ſeu cartilagineum. Horum minores, & vulgatiores ſpeciem gerunt Prunæ Damaſcenæ exſiccatæ, ſed ex iis alii longe majores ſunt, qui os ornatum habent fimbriis carneis, quæ deſunt in aliis, non quod reipſa deſint, ſed quod intra corpus occultas habeant hujuſmodi fimbrias, nam & majores quoque interdum fimbrias ſuas recondunt, ſed preſſione facta exeunt. Vocavi Echinum hoc animantis genus, quod in decem triangula ſit diviſum, ut diviſa eſt Echinometra, & Papillæ extantes in triangulis minoribus cernantur, quæ aculeatæ non ſunt, ſed perforatæ, per quas credibile eſt cornua prodire, quibus incedat hoc Echini peculiare genus; dico peculiare, quod coriaceum, ſeu cartilagineum totum ſit in cortice, & non cruſtaceum, teſtaceumve, uti ſunt Echini omnes. Præterea cum Echinis convenit, quod intra corpus in initio ſpeciem quandam Diogenis laternæ habeat, quæ tamen non cruſtacea, ſed cartilaginea eſt, albi tamen coloris eſt, ut in Echinis. Non convenit tamen cum Echinis, quod aculeos nullos gerat, quodque papillas pertuſas habeat, & quod denique ſtructura ejus magis cum Mentulis marinis conveniat. Sed quicquid ſit de hac re alii viderint. Echinos iſtos ſi diſſecamus, non Coralla, ſeu ova oſtendunt, uti oſtendere ſolent Echinometræ, ſed oſtendunt tantum inteſtina, uti Mentulæ. Genus hoc Echini adumbratum figura, & deſcriptione a Rondeletio fuit in Libro de Inſectis, & Zoophytis cap. XXVII. ſub nomine Cu-

cu-

cumeris marini, & revera valde ſimile eſt Cucumeri agreſti terreſtri Aſinino dicto, ex quo Elaterium paratur. Sed Rondeletius non cognovit fimbrias, quibus ornatur ejus os, neque lanternam illam ori appoſitam, & partes interiores indiſcretas habere dixit, quum tamen diſtincte inteſtina in eo cernantur.

Genus hoc Echinorum, ſeu Mentulæ marinæ papillis regularibus inſtructæ revocat in mentem Mentulas illas, quas *Carnumi* vernacula Liburnenſium Lingua appellat Redius, & quas *Spongias* Piſcatores noſtri appellare ſolent, quod viroſum, ſeu piſculentum ingratum odorem diſſectæ referant, quem referunt Spongiæ vulgares recentes. Genus hoc Mentularum, ſeu Echinorum cartilagineum frequentiſſimum eſt in noſtro mari. Solitariæ apparent ſæpe numero, uti apparent Oſtreæ interdum, nullis rebus adhærentes, & conjunctæ frequenter ſunt tum inter ſe, tum cum aliis rebus, quibus fortiter, ut in eas res radices agere, ſeu mittere videantur. Hujus Animantis, ſeu Zoophyti externa figura irregularis plerumque eſt, & informis; papillis enim permultis, & ſulcis nigro cœno conſpurcatis apparent. Papillæ, & cortex univerſus hujus Animantis, ſi diſſecentur, cartilaginea apparent, & albi coloris in loco diſſectionis, uti albi coloris, & fere perlacei eſt pars univerſa concava, ſeu interna hujus corticis. Inter corticem, & carneam partem aqua permulta marina reperitur ſemper, ſi Zoophytum iſtud tum recens ſit a mari eductum; deinde in conſpectum venit Animal ipſum, ſeu pulpamentum, quod viroſum illud ſpongiæ recentis odorem ſpirat. Pulpamentum hoc ſpadicei coloris eſt, & ita extrinſecus conformatum, ut ventriculi humani figuram referat, in quo fibræ apparent longitudinales, & circulares, uti in ventriculis noſtris. Præterea colla duo oſtendit, ſeu oſtia in parte ſuperiori ad horizontem parallela, quæ cum cardia, & cum pyloro ventriculi humani comparari poſſunt. Colla hæc, ſeu oſtia ſunt impenſe rubra, ſeu punicei coloris, & ſolida quodammodo videntur, ſeu parum excavata; quin immo, ſi pulpamentum manibus apprehendatur, & a cortice divellatur, pars quædam impenſe rubra, quæ veluti colli anima eſt, cortici remanet adhærens, & ventriculus avellitur cum membrana colli excavata, per quam colla una cum ventriculo univerſo inflari poſſunt, ſi collum unum obligetur, uti per me ſæpenumero ventriculi iſti inflati, & exſiccati fuerunt. Licet Redius cor in hoc

Zoophyto reperiri adſerat, tamen venter iſte diſſectus ſtructuræ glandulofæ magis apparet, uti eſt, quod callum, ſeu pulpamentum in oſtreis appellant, quam ſtructuræ Animantis cujuſdam, licet in parte ejus interiori inteſtinula quædam, ſeu venulæ nullo ordine diſpoſitæ appareant. Extrinſecus in his Zoophytis nullum os plerumque apparet, & anus nullus; at in quibuſdam papillæ duæ exſtantes, veluti duæ urticæ minores cernuntur, ad quas colla illa adhærent, & quibus Animal nutritium humorem ſugit, & egerit. Hæ papillæ extrinſecus exſtantes clare cernuntur in nonnullis. Inconſpicuæ autem ſunt, & veluti obliteratæ in aliis innumeris, licet pulpamentum in iis recens & probe conformatum reperiretur. Pulpamentum hoc avide vorant Piſcatores noſtri crudum, & coctum, oleo & Pipere conditum, quaſi Oſtrearum pulpamentum eſſet, acidi tamen ſaporis eſt, mihique omnino ingrati, præſertim propter viroſum illum odorem.

Quoniam de Inceſſu marinorum Echinorum hanc Epiſtolam præſertim ad te, Baſſi doctiſſime, ſcribo, placet hic veluti appendicis loco, de inceſſu marinarum Stellarum aliquid referre, quamquam & hoc ab aliis fuerit obſervatum, tamen ignoro an figuris id præſtiterint, ut ego heic præſto. Stellæ igitur marinæ præſertim noſtræ vulgatiores Hadriatici Maris, quarum figuras dedi in eo Libro, quem de Conchis minus notis inſcripſi Tab. IV. ſub litteris A B C, in inceſſu cum Echinometra maxime conveniunt. Nam ſi in aqua marina vivæ degant, cornua multa emittunt alta, & pellucida quæ indeſinenter motitant, & quibus ore prono incedunt, ſed non recta incedunt, neque ita velociter, uti Echinometræ, ſed tarde admodum veluti Teſtudines, & Cochleæ procedunt, viamque ingrediuntur non rectam, uti Echinometræ, ſed obliquam, & fere circularem. Ipſæ quoque aculeos quoſdam veluti ſpinas gerunt, quæ ipſis veluti totidem fulcra ſunt, ut melius ſuſtententur. At quando inceſſus, & poſitionis pronæ veluti perteſæ ſunt, tunc radios ſuos incurvant, ut corpus attollant, & ſupinæ ſe ſe componant. Amant enim Stellæ marinæ interdum, ut ego in diſcis majoribus, & in catinis aqua marina, & arena refertis obſervavi, pronæ ſtare, ſed interdum ſupinæ jacere, & manere, interdum arcuatæ quinque ſuis radiis innixæ diu manent, & interdum ſub arenam omnino ſe condunt poſitione plerumque prona. Tandem ſi diu in aqua marina cum

are-

arena in catinis concluſæ ſerventur per latera eorum non aſcendunt, uti Echini, ſed incurvando ſe ſe tantum ſeipſas motant, ut apices eorum radiorum diſrumpantur, & in granula multa veluti Orizæ ſolvantur, & Stellæ ipſæ ita ſemiſolutæ intereant. Os hujus Animantis valde curioſum eſt, quando Animal in aqua ſupinum eſt, & adhuc vivit; tunc enim ex ore illo circulari, & cartilagineo communi, quod in demortuis, & exſiccatis Stellis apparet, aliud os foliaceum infundibuli inſtar, ſed veluti Lactucæ folium criſpatum, & pellucidum emittunt. Foliaceum hoc os, & illud cartilagineum, quod magis eſt, ita Stellæ amplificare poſſunt, vivæ dum ſunt, ut Tellinas vulgares, quæ non admodum parvæ ſint, deglutiant, uti dixi in Libro de Conchis minus notis. Præterea hæ Stellæ anum in medio oppoſitum ori, uti Echini, veluti umbilicum quemdam gerunt, & in acumen attollunt.

Sed iſtud Stellarum genus peculiare hoc præterea habet, ut Cerebritem in dorſo inter radios ſemper gerat, quod ex Linckio indicatum fuit a Nicolao Gualterio in indice ſuo Teſtaceorum Tabula CVII., dum Cerebritem, ſeu Mæandritem Echinorum memorat. Morbo ne an natura accidat, ut dorſo hujus Stellæ, & circa anum, & circa os Echinorum hujuſmodi plantæ lapideæ adnaſcantur ſemper, inquirendum. Piſces fere omnes intra cranium ad baſim lapillos duos variæ figuræ, & magnitudinis juxta genus ſuum peculiares naturaliter gerunt, ita Echini gerere poſſunt lapillos hoſce circa anum, & os, ut gerit ſemper Stella iſta lateraliter plantulam hanc lapideam dorſo adnatam, & alte infixam, ut corium ipſum dorſi omnino penetret, ut ego ſæpe obſervavi. Vale. Datis Arimino ante diem IV. Nonas Decembrias Anno a Chriſto nato CIƆIƆCCLX.

ADNO-

ADNOTATIONES.

I. PArtes Echinorum non ſemper ſunt heptagonæ, ut in Figura quarta Tabulæ I, quæ deſumtæ fuerunt a quodam prægrandi Echino, ſed ubi conjunguntur cum partibus perforatis, plerumque non ſunt trilateræ, ut in illa figura, ſed unilateræ. Quare iſtæ partes, ut illæ perforatæ, plerumque pentagonæ ſunt, & non heptagonæ, uti erant in Echino illo prægrandi.

II. Circa anum non tantum quinque foramina ſunt in fine triangulorum minorum pro excluſione ovorum; ſed in fine quoque triangulorum majorum eſt etiam aliud foramen, per quod fortaſſe excluduntur & ova, quæ decidunt ex ovario vicino copioſa, & per quod fortaſſe intrat aqua illa marina, qua ſcatet ſemper venter Echinorum univerſus. Quare foramina ad anum, ſeu circa verticem Echini decem numero ſunt, & multo quidem majora, quam ea foraminula, per quæ cornua prodeunt.

III. Corpora illa teſtacea, ſeu lapidea, quæ obſervavit Gualterius ſupra membranam, quæ anum ambit, videntur eſſe papillæ irregulares, ex quibus prodeunt aculei minores, qui plerumque abliterantur, & hoc loco, ut obſervavi, Papillæ cum ſuis parvis aculeis non teſtæ Echini, ſed huic membranæ hærent.

IV. Circa os ad membranam circularem, quæ dentes cingit, reperiuntur ſemper in majoribus Echinis decem corpora rotunda teſtacea, & excavata, duo ſcilicet ad ſingulos dentes, in quibus corporibus fortaſſe infixi erant aculei, qui motu oris, & dentium obliterati ſunt.

V. Obſervavi circa finem inteſtinorum Echinorum illorum majorum, qui Melones dicuntur, pilulas quoque reperiri pro geneſi Petrobryi, ut Batarra noſter opinatur, & membrana anum ambiens non in medio perforata eſt, ſed lateraliter; quare oblique inteſtinum eam perforat.

EXPLICATIO FIGURARUM.

TAB. I.

Fig. 1. Echinus vulgaris Liburni, & Arimini ſpinis nigris, & rubris, & interdum amethyſtinis, in quo inſtitutæ fuerunt obſervationes de ejus inceſſu. *a a a a a* Cornua ſive pedes, quibus in aqua incedit Echinus, *b b b b b* Aculei, ſeu ſpinæ.

Fig. 2. Cornua eadem microſcopio aucta.

Fig. 3. Segmentum trianguli partim perforati, partim impervii ab Echino noſtrate deſumptum, & ſpinis denudatum, ut ejus partes melius cernantur.

Fig. 4. Sunt partes hexagonæ, & heptagonæ Echinorum triangula componentes. Partes heptagonæ, quæ & majores, ſunt imperviæ; partes hexagonæ, quæ ſunt minores, pro exitu pedum perforatæ ſunt.

Fig. 5. Echinus major vulgo *Melone di Mare* ad orizontem bifariam ſectus, ut partes ejus internæ cognoſcantur.

A A. Hemiſpherium Echini ſuperius, ſeu pars, in qua ejus os reperitur, quod tamen pro baſi in Echinis, qui plerumque prono corpore incedunt, habetur. Ad *c c c c c* eſt canalis inteſtinorum tres ſacculos *c c c*, ſeu ventriculos efformans, & deſinens in *n*, ubi eſt anus. Circa *c* primum eſt fabrica oris Echini, quæ admirabilis eſt ſtructuræ, & ab aliquibus Diogenis lanterna dicitur; mobilis tota eſt, & coni truncati figura, circa quam ſunt quatuor valvæ immobiles, & fixæ a teſta Echini prodeuntes. Ad *d d d* ſunt ſpatia vacua in Echino aqua marina referta.

B B. Hemiſpherium Echini inferius, ſive pars in qua anus *n* reperitur. Ad *h h h h h* ſunt ovaria punicei coloris eſculenta in Echino quinque triangulis majoribus, & imperviis hærentia, quibus in teſta circa anum peculiare foramen datum eſt *o o o o o*, ut ova excludi poſſint.

TAB. II.

TAB. II.

Fig. 1. Echinus coriaceus, Cucumis Rondeletio; qui tamen non ex majoribus eſt, fimbriis carneis *c c c* circa os *a* inſtructus.

Fig. 2. Idem fimbriis carneis deſtitutus. *A* os. *B* anus.

Fig. 3. Idem in ventre diſſectus, ex quo prodeunt inteſtina *e e*.

Fig. 4. Mentula marina informis Carnumi a Redio vocitata noſtris Spongiæ eſculentæ cum cortice. Duo orificia ejus *a a* extantia. Fuci marini *b b b b* adnaſcentes huic Zoophyto.

Fig. 5. Eadem Mentula veluti radicibus *c c c c* inſtructa, & Fucis parvulis in cortice conſperſa.

Fig. 6. Eadem Mentula in cortice diſſecta. *A* cortex Zoophyti coriaceus intus albus, & veluti perlaceus *h*. Ad *e e* ſunt duo colla hujus Zoophyti. Ad *c c c c* ſunt tubercula varia extrinſecus nigricantia, ſed ſecta albiſſima apparent. *b* corpus eſt, ſeu pulpamentum Zoophyti eſculentum ventriculo humano ſimile, in quo fibræ apparent longitudinales, & circulares.

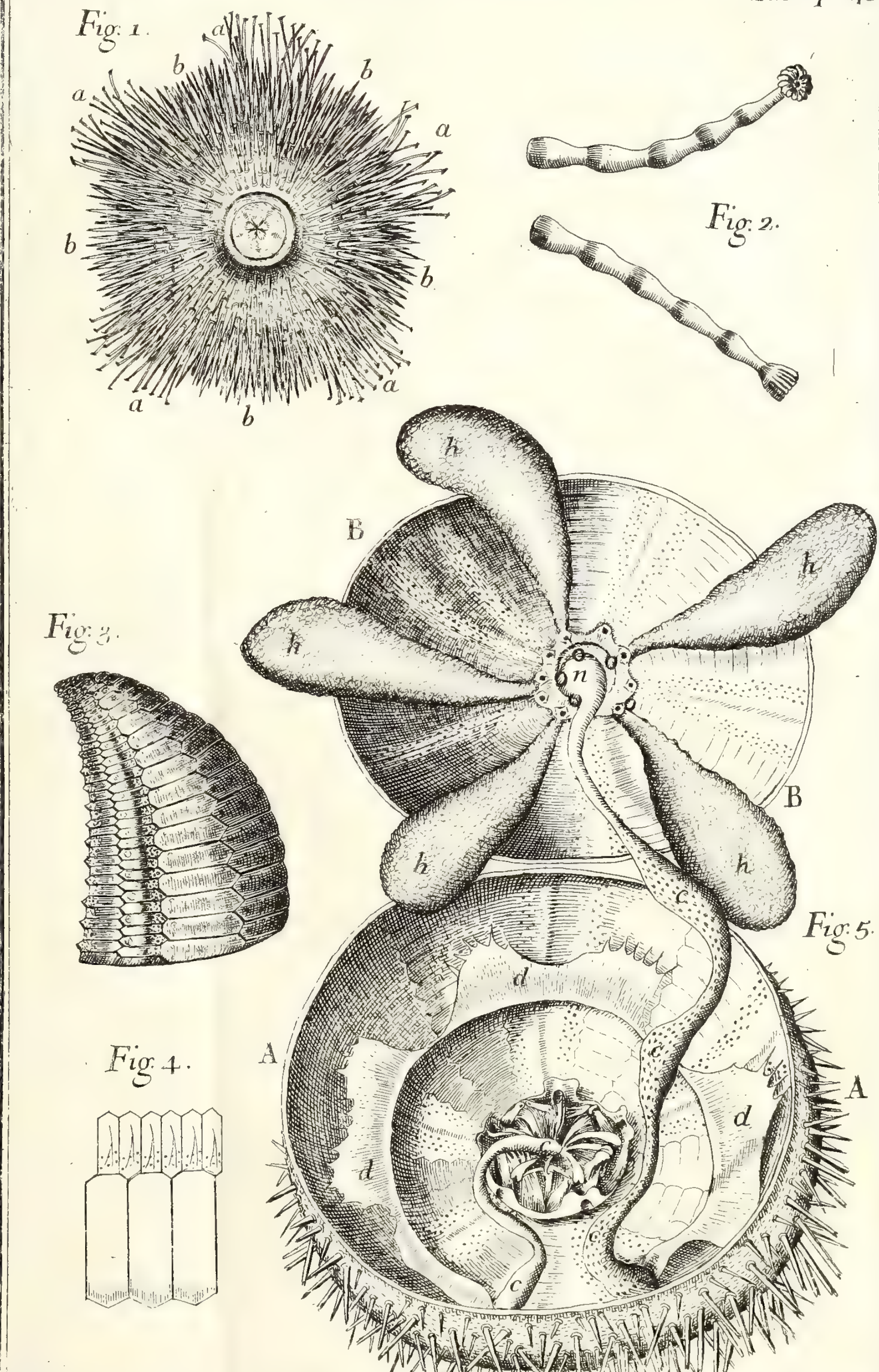
Fig. 7. Corpus diſſectum pulpamenti, in quo veluti inteſtina, ſeu venæ exiles cernuntur. Colla pulpamenti *e e* aperta, & anima punicea deſtituta.

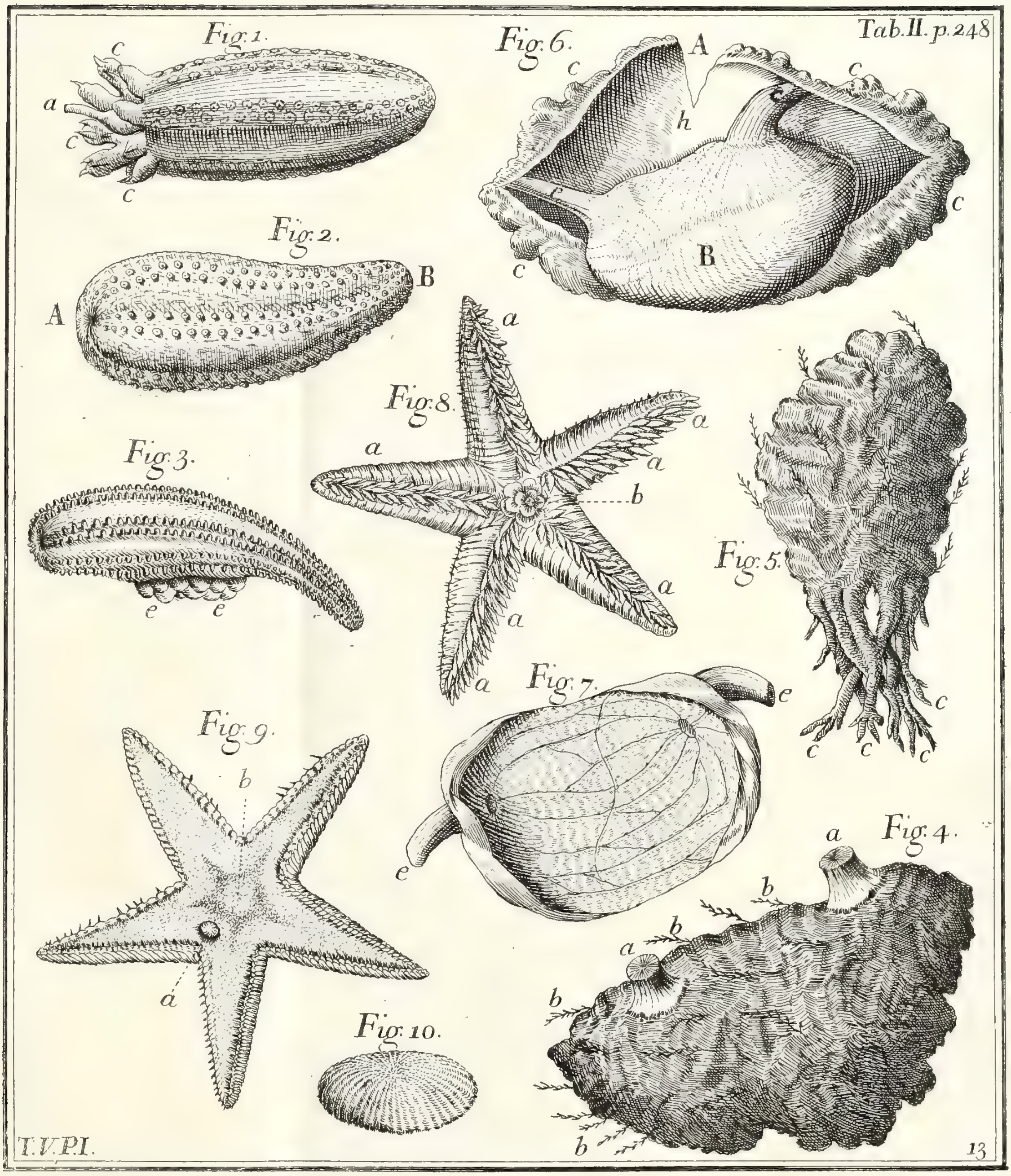
Fig. 8. Stella marina vulgaris corpore ſupino, ut os, & pedes cernantur. *a a a a a a a* pedes, quibus incedit Stella; ad *b* eſt ejus os foliaceum.

Fig. 9. Eadem Stella in parte averſa expreſſa. Ad *a* ejus Cerebrites, ad *b* prominentia, in qua anus.

Fig. 10. Cerebrites Stellæ marinæ microſcopio aucta.

GUS-


Fig. 1.
a
b
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
A
B
c
d
h
n


Tab. II. p. 248
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
T. V. P. I.
13

GUSMANI GALEATII.

De Renum Morbis.

QUantæ utilitatis ſit in morbis, qui ſpectabilem in aliquo viſcere labem aut efficiunt, aut ab ipſa producuntur, poſt accuratam morborum obſervationem, Cadavera eorum, qui in morbis occubuerunt, diſſecare, & incluſa viſcera attente perluſtrare, vel ut ejuſdem labis natura, & vera morbi cauſa, ſi fieri poſſit, cognoſcatur, vel ut partium ſtructura, quam morbi ipſi interdum illuſtrant, apertius detegatur, ſatis probare poſſunt Hiſtoriæ Morborum, Anatomicarumque Sectionum a Mangeto, Boneto, aliiſque recentioribus Auctoribus relatæ, inventaque, & conſectaria plurima a Malpighio, Littorio, atque ab his omnibus, qui abſque ulla mentis præoccupatione morboſas partes diligenter obſervarunt, ab ipſa partium obſervatione deducta.

Hæc ego conſiderans, opportunum duxi, dictorum Anatomicorum veſtigia ſequendo, obſervationes non nullas in præſenti vobis exponere, quas elapſis annis in tribus, aut quatuor Ægrotis inſtitui, qui etſi ætate, & ſexu diverſi, omnes tamen in eo convenerunt, quod iiſdem in partibus læderentur, iiſdemque fere morbis, & ſymptomatis vexati, eandem quoque mortem ſinguli objerint.

Prima fuit in Ollavinario quodam temperamenti bilioſi, & habitus corporis gracilis, qui poſtquam ad aliquot annos levibus quibuſdam, ſed diuturnioribus doloribus ad dorſum, circa lumborum regionem ſæpe conflictatus fuerit, in quorum uno ſævius ingruente ſanguinem minxit, & in lecto decubuit; & poſtquam moleſtiſſima dorſali laſſitudine diutius laboraverit, hæcque ex dicta ſanguinis hæmorrhagia gravis adeo evaſerit, ut & curvum incedere, & ad quemcumque vel levem laborem illico ipſum ſedere oporteret, circa ſexageſimum ſuæ ætatis annum, ad veris finem, acutiore quam antea dolore

in dextro dorſi latere correptus, in lecto omnino jacere, & medicam opem quærere opus habuit. Olei amygdalarum dulcium potus, & Clyſterum emollientium uſus ipſi ſtatim præſcriptus fuit, ſed cum vomitu rejiceretur primum, a ſecundis vero nullum, aut breve tantum ſolamen reciperet Æger, immo dolor ſic interdum gravis, & acutus fieret, ut & agitari, & torqueri, & vomere, & ejulare admodum cogeretur, de calculo in dextro rene exiſtente ſuſpicio aliqua orta eſt, & quamvis nullum verum nephriticum dolorem unquam antea paſſus fuerit, nec ullum unquam calculum, ſed tenues tantum, & rubras arenulas per urinam interdum ejecerit; cum tamen in acutioribus doloribus moleſtæ aliquæ contractiones ad femur, ad inguen, & ad dextram ſcroti partem producerentur, cum identidem cibum, & potum per vomitum ejiceret, & poſtquam per aliquot dies a dolore liber extiterit, cum iterum ab eodem ſævius aggrederetur, ideo non de alia, quam de prædicta cauſa cogitari rationabiliter poterat; præſertim cum moleſta laſſitudo, quam antea ad dorſum diutius pertulerat, & ſanguis, quem, ut diximus, ſemel per urinam ejecerat, indicare videretur calculum hunc in renibus a longo jam tempore impactum, & coagmentatum fuiſſe. Itaque cum a ſolis emollientibus nullum, aut parvum admodum ſolamen reciperet Æger, cumque febris, moleſta ſitis, & diuturnæ vigiliæ, quæ horis etiam a dolore liberis ipſum aſſidue vexabant, inditium non leve præberent incipientis jam jam ad partem affectam inflammationis, miſſio ſanguinis e pede inſtituta fuit, cujus ope licet febris, & prædicta alia ſymptomata magnam partem fuerint imminuta, idemque dextri lateris dolor rarius inſurgeret, ipſa tamen efficere non potuit, ut ab hoc omnino liber evaderet; immo, quotieſcumque dolor eum adoriebatur, omnes illos cruciatus, & anguſtias, quibus antea vexari ſolebat, iterum excitabat, atque etiam quandoque ad integros dies producebatur; abſque alia remiſſione quam illa, quæ vel a cliſteribus, & fotibus emollientibus, vel iis non juvantibus, a levioribus etiam opiatis eidem interdum afferebatur. Quoniam vero hujuſmodi opiatorum uſus, ob dolorum vehementiam, vigiliarumque diuturnitatem, magis quam optaremus, Ægro neceſſarius videbatur, opportunum duximus urinarium laudanum cæteris omnibus opiatis anteponere, ut pote quod propter ſuam lenita-

ta-

tatem, & propter ſpecificorum aliorum ingredientium unionem tutius, & opportunius in hoc caſu videbatur.

Verum tum ab hoc, tum a ſimilibus aliis remediis in morbi progreſſu omnino abſtineri neceſſe fuit, non ſolum ob inſignem Ægri debilitatem, verum etiam propter vomitum, qui ab ipſorum uſu ſemper excitabatur. Id autem, quod a principio, uſque fere ad morbi finem, nunquam intermiſimus, fuerunt potiones copioſæ, vel juſculorum emollientium, vel ſimplicis nocerianæ aquæ, non tantum quia continua Ægri ſitis fecerat, ut ab ipſo facilius tolerarentur, ſed quia etiam urinæ, quæ in principio morbi parvæ admodum, & rubræ apparebant, in progreſſu, exhibitis hujuſmodi largis potionibus, copioſæ, & claræ abſque tamen ulla laudabili contentorum ſeparatione, reddebantur. Prædictis potionibus addebatur etiam aliqua nitri depurati quantitas, & poſt decimamquartam, aut decimamquintam morbi diem arcanum duplicatum a Mynſicht, ut videremus num a levioribus hiſce diureticis urinæ aut ſanguini impulſus aliquis adderetur, propter quem illi, qui in renibus latitare putabantur calculi, aut arenoſa corpuſcula ad exitum promoverentur; ſed cum ultimum hoc remedium potius quam calculorum, aut arenarum deſcenſui, doloribus, & cruciatibus fomitem, præberet, poſt quinque, aut ſex dies ab eodem omnino abſtinuimus. Interea febris, quæ a prima ſanguinis miſſione multum, ut diximus, imminuta fuerat, circa decimamſeptimam iterum reviviſcere cœpit; hinc neceſſe fuit aliam e brachio inſtituere, quæ adeo profuit, ut reliquo morbi curſu, uſque fere ad ultimas ejus periodos nunquam febris amplius obſervata fuerit; immo, quotieſcumque Æger minus a doloribus cruciabatur, aliquantiſper e lecto ſurgere, & copioſiorem cibum ſumere, ipſumque intra ſtomachum retinere facilius potuerit, eidemque cibo aliquem vini hauſtum adjungere; cum ob ſummam virium debilitatem, ob diuturnam ſtomachi nauſeam, & ob maximam, qua ipſum exoptabat, aviditatem diebus a febre liberis vinum ei nunquam prohiberetur. Nam ommiſſa quoque fuerunt ſemicupia, & balnea emollientia, in quibus tamen vix horæ dimidium detineri poterat propter vomitus, & animi deliquia, quæ facile eidem ſuperveniebant; & quanquam poſt primum, aut ſecundum balneum lateris dolor prorſus evanuiſſe videbatur, ut ad aliquot dies ab eo omnino liber extiterit,

terit, reliqua tamen, quæ poſtmodum repetita fuerunt, balnea nullum dolori levamen attulerunt, immo poſt eadem magis ille invaleſcere cœpit; hinc hujuſmodi, & aliis remediis aliquantulum ſuperſedere opus fuit, præſertim cum per ea neque ullius calculi expulſio, neque ipſius, ut diximus, doloris integra ſedatio haberetur. Verum circa vigeſimam tertiam, aut quartam morbi diem, in qua ob longiorem aliquam doloris intermiſſionem Æger cibo, & potui aliquanto magis indulgere auſus fuit, natura ipſa, vel ab alimentorum copia, vel a continuato remediorum uſu commota, viam aliam invenit, quanquam a Medico non quæſitam, per quam morbus expelleretur; quæ quidem etſi ad Ægrum ſanandum non ſuffecit, apta tamen fuit, ut per eam a renalibus doloribus omnino liber evaſerit, adeo ut de illis nunquam impoſterum conqueſtus fuerit. Ad podicem itaque, ſeu ad recti inteſtini finem dolor, inſtar Teneſmi, ita acutus, & pungens eidem ſupervenit, ut de eo magis, quam de anteacto nephritico dolore conqueri, & agitari admodum cogeretur. Teneſmi inſtar dixi, nam licet huic dolori fortis quidam premitus, & voluntas aliquid per anum excernendi adderetur, non inde tamen quidquam excludere per ipſum poterat, niſi id clyſteribus educeretur. Hujuſmodi dolor adeo conſtans, & contumax perſtitit, ut neque emollientibus per os, aut per alvum exhibitis, neque narcoticis, & ſedantibus etiam efficacioribus omnino auferri, aut compeſci potuerit; & licet ab his ultimis ſæpe abſtinere oporteret ob ſummam Ægri debilitatem, & ob inſignem quendam capitis torporem in parvis illis intervallis, in quibus dolor aliquantulum miteſcebat, eum aſſidue occupantem (a quo ſi excutere vellemus, inquietum valde, & vaniloquum fieri videbamus) in clyſteribus tamen interdum opium adjungere cogebamur propter doloris acutiem, qua in furorem veluti concitus acerrime torquebatur. Acutiore hujuſmodi dolore diutius perdurante nec quieſcere, nec cibaria aſſumere amplius valuit, vireſque etiam, & reliqua omnia ſperandæ ſalutis inditia paulatim ammiſit; immo, ſuperveniente adhuc inſigniori febre, & majore capitis ſtupore, vix in lecto moveri, aut poſtulanti reſponſum dare impoſterum potuit. Hinc omnino a morbo oppreſſus, quamvis, parva alia ſanguinis miſſione e manu incaſſum tentata, cardiacis remediis labans ejus vita ad aliquot dies ſuſtentata fuerit,

opor-

oportuit tandem ipſum morbi viribus relinquere: neque enim per ſupervenientem diarrheam, neque per copioſas urinas, quæ involuntario, & ſine ullo ejuſdem ſenſu fluebant, neque per ſudores, qui, ſpaſmodicarum contractionum vi, e ſuperioribus præſertim corporis partibus exprimebantur, quicquam levaminis ſenſit Æger, ſed lethargo, & apoplexia correptus circa quadrageſimum a primo ejus decubitu diem morte occubuit.

Sequenti die Cadaveris ſectio inſtituta fuit, & quanquam proximam mortis cauſam in capite ſitam eſſe judicavimus, cum hæc tamen effectus quidam eſſe videretur alterius in abdomine exiſtentis cauſæ, remotam potius quam proximam hujuſmodi cauſam inquirere voluimus. Aperto igitur abdomine parvam tantum, atque vix a naturali quantitate diverſam ſeri copiam intra illius cavum invenimus, converſiſque ſtatim oculis ad inteſtina, viſuri num in iis omnibus, vel in aliqua ipſorum parte vitium aliquod eſſet, quod ſupradicti moleſtiſſimi teneſmi occaſio eſſe potuerit, rectum inteſtinum aliquanto latius, quam naturaliter eſſe ſolet, obſervavimus, ejuſdemque ſanguinea vaſa non parum ſanguine turgida; cæterum membranarum color, & craſſitudo tum in eo, tum in reliquis craſſorum inteſtinorum partibus naturalis videbatur. Eadem pariter erat ventriculi, & tenuvium inteſtinorum conſtitutio, jejuno excepto, quod valde lividum, & quaſi cancrena affectum apparuit. Urinariam quoque veſicam obſervavimus, exploraturi, an in ejuſdem cavo, vel collo calculus aliquis foret, qui, ut ſuſpicatum fuerat, ad ſupradictum ultimum dolorem anſam tribuerit; ſed neque calculum invenimus, neque ullum in externa illius ſuperficie inflammationis, aut ſtagnantis ſanguinis ſignum, quod memorati doloris cauſæ inditium aliquod nobis afferret. Hepar quoque, lien, & panchreas neque mole, neque ſubſtantia quicquam a naturali ſtatu diſtabant, primum tamen aliquanto pallidius, & luteis punctis ſparſum apparuit, eiſdemque cyſtis omnino bile vacua. Ablatis poſtmodum ex abdominis cavo prædictis omnibus viſceribus ad lumborum regionem prominere vidimus binos inſignes tumores dorſo adhærentes, quos a pinguedine, & ab externa, unde involvebantur, peritonei lamella ſolutos, renes eſſe cognovimus, ter ſaltem ultra naturalem ſuam magnitudinem auctos; dexter tamen major, & turgidior erat ſini-

ſiniſtro, hæcque magnitudo, & craſſities oriebatur ab innumerabilium, e quibus uterque componebatur, veſcicularum turgentia. Earum maximæ nucis avvelanæ magnitudinem fere æquabant, minimæ vix granorum milii craſſitudinem ſuperabant, cæteræ vero molis erant inter magnas, & minimas proportione quadam decreſcentis. Omnes ſeroſo humore replebantur, eodemque humore pelvis cavum, & uretheres etiam turgebant, magis tamen in dextro, quam in ſiniſtro rene: ſerum, quod in pelvi, & in pleriſque ex interioribus, & minoribus veſciculis exiſtebat, coloris erat, & conſiſtentiæ aliquanto naturali urina denſioris, quod vero in aliquibus ex majoribus, & exterioribus continebatur, valde turbidum, & ad nigredinem accedens. Major veſcicularum copia in extima, ſive corticali renum parte aderat, multis ipſarum illico exiſtentibus ſub intima eorum membrana, cui arcte admodum adhærebant; membrana autem hæc, craſſior pluſquam naturaliter eſſe ſolet, hic illic a ſubjectis veſciculis elevabatur; hinc extima utriuſque renis ſuperficies variis, inæqualibus, & rotundis eminentiis aſpera, & veluti verſicolor apparebat; ut in iis, quas vobis attuli, figuris inſpicere poteritis (*Fig.* 1., *&* 2). Aliquæ tamen ex dictis veſciculis etiam in interiore, ſive medullari renum parte reperiebantur, nonnullis etiam latitantibus prope illas pelvis productiones, intra quas pluribus foraminulis aperiuntur eæ renum protuberantiæ, ſive papillæ, quæ ab unione renalium canaliculorum, aut belliinianarum fiſtularum efformantur. Hujuſmodi interiores veſciculæ licet & ipſæ magnitudine inæquales, minus tamen quam reliquæ rotundæ, & regularis figuræ apparebant; fortaſſe quia inter canaliculos dictos, & majores ſanguiferorum vaſculorum ramos reſtrictæ, & veluti compreſſæ detinebantur. Exteriores, & majores veſciculæ haud difficulter a connexis partibus ſejungi poterant, non ſic porro interiores, & minores; omnes tamen ſanguiferis vaſculis refertæ erant, quæ in capillares ramuſculos diviſa per earum externam ſuperficiem perbelle ſpargebantur, & quanquam oculis etiam nudis conſpici quadantenus poterant, microſcopio tamen munitis melius, & pulchrius apparebant (vid. in prædictis figuris litter. *e e e*). Reliqua poſtmodum renum ſubſtantia, quæ a prædictis veſciculis diſtincta aderat, naturalem craſſitudinem, & colorem non ſervabat; multo enim craſſior, ac rubicundior, non ſecus ac in inflammatis

matis renibus, obſervabatur, majoreſque ſanguiferorum vaſorum ramuli ſanguine aliquantulum turgidi cernebantur.

Hæc fuit in primo Ægroto morbi conſtitutio, hæc cadaveris ſectio; in ſequentibus vero quamvis eadem fere fuerit morborum, & mortis cauſa, non eadem tamen in ipſis omnino obſervata fuerunt ſymptomata, neque renum ſtructura, quæ in primo vi morbi alterata tantum videbatur, eadem regulari, & mirabili ratione mutata in ſecundis inventa fuit. Mercator itaque, qui vix quinquageſimum annum attigerat, quique temperamenti ſanguineo bilioſi erat, habitus vero corporis aliquanto plenioris, cum motibus iræ, & animi pathematibus admodum obnoxius eſſet, hanc ob cauſam, vel ob pravam victus rationem in lentiores febres incidit, a quibus diu vexatus: accedentibus rheumaticis affectionibus, tuſſi ſicca, & notabili corporis macie de incipiente tabe ſuſpicio orta fuit, ideoque extraneum in nativum aerem mutare ſuaſimus. Annos circiter quatuor poſtquam ad noſtras regiones rediit, valetudinem, quam ab aeris mutatione aliquantulum recuperaverat, iterum ammiſit. Febris enim rheumatica cum tuſſi, non ſine aliqua inflammationis nota, ipſum invaſit, quam ob repetitas ſanguinis miſſiones, tenuem victum, & aptiora quædam remedia aliquantulum imminutam, effectum eſſe cognovimus craſſioris cujuſdam tumoris in dextro hypocondrio exiſtentis. Hujuſmodi tumoris ſitus, difficultas ſpirandi, aliquis ad hepatis tactum dolor, luteus cutis color, & lenta febris, quæ his omnibus adjungebatur, ſuſpicionem non levem nobis injicere videbantur, eum in hepate exiſtere, præſertim cum largiores alvi excretiones, quas identidem remediis promovere oportebat, magnum ſemper Ægro levamen afferrent. Continuato igitur Gummi-ammoniaci, Tartari vitriolati, & decoctionum quarumdam aperientium uſu, non ſolum prædictæ alvi excretiones, & urinarum fluxus, aperti fuerunt, ſed & febris ablata, & tumor aliquantulum imminutus, ſic ut Æger e lecto ſurgere, melius nutriri, & ad conſueta ſua munia per aliquot menſes facilius incumbere potuerit. Sed accedente hieme poſt liberiorem ſex rerum non naturalium uſum, aucta iterum tumoris mole, cœpit denuo de moleſto doloris, & ponderis ſenſu non in ſolo dextro hypocondrio, ſed in toto pariter ventre conqueri, quod non a tumore tantum, verum etiam a ſero in abdomine aliquantulum

lum

lum ſtagnante oriri videbatur. Hujus enim ſeri ſtagnantis inditia non in ſolo abdomine, ſed in pedibus quoque, & cruribus apparebant. Tumor autem non juxta hepar amplius, ſed aliquanto inferius prominebat; hinc quanquam omnis, quam de hepate affecto habebamus, ſuſpicio evanuit, non inde tamen veram tumoris ſedem dignoſcere potuimus. Tranſacta hieme, cum ad veris acceſſum omnia in pejus ruerent, & non dicta tantum tumoris moles, ſed & crura, & venter ita in dies turgerent, ut nec ſcalas aſcendere, nec libere amplius progredi poſſet, circa veris finem in lecto jacere, & medicam opem quærere iterum fuit coactus. Acutus tumidæ partis dolor, & febris, quæ non ſine aliquo incipientis inflammationis inditio ipſum denuo aggreſſa fuit, neceſſitatem quandam Medico attulerunt, ut non obſtantibus dictarum partium tumoribus, binas ſanguinis miſſiones aliquo dierum intervallo præſcriberet. Ab his autem, & a pulveris viperini, ſimplicisque radicis graminis uſu ad longum aliquod tempus producto, febris iterum evanuit, & aucto admodum urinarum fluxu, venter aliquantulum, omnino vero pedes, & crura detumuerunt; ita ut, præter omnem Medici ſpem, e lecto ſurgere, & ad aliquot dies pedibus ingredi poſſet. Sed hujuſmodi inopinata valetudine abuſus Æger, cum cibo, & potui nimium indulſerit, denuo tumere, & dolere cœpit, & lectum, e quo ſurrexerat, denuo tenens medicam opem iterum expoſcere. Nullam tamen opem, ſolamen nullum afferre potuit Medicus, cumque remediis plurimis incaſſum adhibitis, ſerum quod in ſolo abdomine, & cruribus prius ſtagnaverat, in capite quoque ſtagnare fortaſſe cœperit, ſtupidus primum, & ſomniculoſus ad plures dies extitit, tandem letargicus, & apopleticus factus, circa initium autumni, annum circiter unum, poſtquam ſupradictus tumor in abdomine apparuit, mortem objit. Aperto Cadavere, præter magnam ſeri copiam, quam in abdominis cavo fluctuantem invenimus, inſignis quidam tumor ſtatim ſe prodidit, qui ad anteriorem abdominis partem ita prominebat, ut quamvis ab hepate aliquantulum diſtaret, inferiorem tamen ejus limbum ſuo vertice ſuperaret, atque una cum ventriculo inteſtina ipſa premendo, eadem locum ſibi cedere cogeret, pleriſque illorum intra ſiniſtram prædictæ cavitatis partem incluſis, & veluti abſconditis remanentibus. Remotis autem inteſtinis, cæteriſ-

teriſque omnibus abdominis viſceribus, præter renes, nihilque in iis valde a naturali ſtatu diverſum invenientes, facile dignoſcere potuimus, dextrum renem partem illam eſſe, quæ magnitudine, & craſſitudine aucta, tumorem jam pridem obſervatum efformabat, quique non tactui tantum, ſed oculis etiam in dextra, & anteriore abdominis parte elevatus apparebat. Solutus itaque a Peritoneo, & ab omnibus illis involucris, & ligamentis, quæ una cum pinguedine ipſum involvebant, quæque & ipſa craſſa valde, & turgidioribus ſanguiferis vaſis onuſta cernebantur, in tota ſui ſubſtantia innumeris tuberculis, & veſciculis conflatus veluti, & compoſitus apparebat. Multæ iſtarum majores illas, quas in ſupradictis renibus deſcripſimus, magnitudine ſuperabant, non tamen, ut illæ, urinoſo ſero, ſed vel ſanguine, vel pure, vel liquore alio ſero denſiore turgebant, omneſque ſimul molem efformabant, quæ ad trutinam ponderata undecim librarum pondus æquabat, non computatis involucris, & membranis, quas ab eo ſejunxiſſe diximus, neque liquore illo, qui in rene contrectando ab ipſo exierat.

Explorato abdomine, & tumore in eo contento ad thoracem devenimus, in cujus cavo vix aliquid ſeri invenimus, minus quidem in pericardio, in pulmonibus vero modicam copiam ſanguinis ſtagnantis in vaſis; ſtagnantem pariter, & valde ſolutum in corde vidimus, & in dextra ejus auricula; cor autem valde parvum, & ſubſtantiæ laxioris. Non datum fuit cranium aperire, ſed a ſymptomatis ſuperius deſcriptis, & a lentitudine, qua Æger a lethargo ad apoplexiam tranſiit, arbitratum eſt, caput, non ſecus ac abdomen, in ſuis vaſis ſanguine, in ſuis vero membranis, & cavitatibus ſero turgidum probabiliter extitiſſe.

Tertia obſervatio habita fuit in Cadavere Mulieris univerſali hydrope extinctæ. Laboraverat hæc plurium menſium morbo, cujus ſymptomata erant febris lenta, & intermittens, frequens vomitus fluidæ cujuſdam acris, & viridis materiæ, & acuti quidam dolores modo unam, modo alteram abdominis partem identidem vexantes. Antequam ſtagnantis in abdomine ſeri inditia prodirent, tumores in eo apparuerunt duri, & ad tactum non admodum dolentes, ut naturæ quodamodo ſcirrhoſæ viderentur, qui tamen, cum non ita ad exteriora, ut in ſecundo Ægro, prominerent, putati ſunt exi-

ſtere in meſenterio. Ad diſſolvendos hujuſmodi tumores multa inutiliter adhibita fuerunt remedia tum febrifuga, tum aperientia. Hiſce enim nihil juvantibus non ſolum in aliquibus partibus, ſed in tota ſua cavitate, & extenſione tumere cœpit abdomen; paulatimque inundante ſero unam poſt alteram corporis cavitatem, anaſartica primum, dein apoplectica facta eſt mulier, & lenta morte perempta.

Præter magnam ſeri copiam, quæ in dictis cavitatibus aderat, reperti ſunt renes utrinque craſſiores, & majores facti, dimidium circiter minus, quam ille, quem in prædicto ſecundo Cadavere invenimus, ſed & ipſi innumeris veſciculis, aut tuberculis præditi, imo in tubercula dicta omnino fere mutati. Plurima ex his tuberculis vero pure, aliqua ſanguine, non nulla ſero denſo, & nigro turgebant. Veſciculas tamen minimas, quas in primi Cadaveris renibus obſervavimus, neque in his, neque in ſecundo invenire potuimus, neque pariter veſciculam ullam, quæ ſerum urinæ ſimile, ſeu veram urinam contineret. Notare tamen oportet mulierem hanc, & ſecundum, quem ſupra deſcripſimus, Ægrum, nullum, quem ſcire potuimus, verum nephriticum dolorem paſſos fuiſſe, & acutiores illi dolores, quibus interdum vexabantur, magis ad anteriorem abdominis regionem, quam ad lumbos, & dorſum manifeſtabantur, ut potius de quocumque alio abdominis viſcere, quam de renibus affectis ſuſpicionem injicerent.

Suſpicionem quidem non levem, imo certum quodammodo inditium renem aliquem fuiſſe affectum nobis attulit Mulier altera, quæ annum circiter poſtquam paſſa fuerat acutiores quartanas febres, quibus profligandis neceſſarius fuit corticis peruviani uſus, incidit in febrem lentam, cum ſopore, & obtuſo aliquo capitis dolore, eademque febre, & tabe confecta, tandem apoplectica mortua eſt. In hac enim, licet Cadaveris ſectio fieri non potuerit, obſervatæ tamen fuerunt urinæ, triginta circiter dierum ſpatio, quibus ultimo vixit, non ſolum turbidæ, & purulentæ, ſed plenæ etiam plurimis pellucidis veſciculis diverſæ magnitudinis, non tamen granis uvæ majoribus, quarum aliquæ integræ, & rotundæ apparebant, aliæ vero diſruptæ, & laceræ, ut acinorum cortices viderentur: quæ autem integræ, & intactæ reddebantur puro putoque ſero, odore, & colore omnino urinæ ſimili turgidæ erant. Hujuſmodi quoque Mulier nullum verum nephriticum dolo-

rem

rem paſſa unquam fuerat, obtuſiorem vero aliquem, ultimis morbi diebus, ad ſiniſtrum dorſi latus, in quo pariter decumbere non poterat.

Quamvis innumeræ ſint animadverſiones, & cogitata, quæ in hujuſmodi obſervationibus inſtitui poſſent, quorum aliqua particularem quarundam partium, alia univerſalem totius corporis reſpiciunt œconomiam, ne tamen diutius abutar patientia veſtra, Sodales ornatiſſimi, & ne ea mihi arrogem, quæ vobis potiori jure tribuenda eſſe judico, ab his paucis me expediam.

Ex prima igitur obſervatione quemadmodum videtur admodum illuſtrari veſcicularem, ſeu follicularem renum ſtructuram, ita obſcura valde, & incerta redduntur vera, & diſtincta calculi in renibus exiſtentis ſigna. Nam ſi urina intra veſciculas retenta talem in dextro rene ſtimulum excitare poterat, ut effectus in eo haberentur ſimiles illis, qui a calculis producuntur, cur id pariter in ſiniſtro rene non effecerat? & ſi urina ipſa ad initium morbi prædictum ſtimulum excitare valebat, cur non id quoque in morbi progreſſu, in quo urina magis in rene retenta, & incluſa manebat? Cur tandem hic ſtimulus, & dolor renis evanuit tunc, cum teneſmus, ſive recti inteſtini dolor Ægrum vexare cœpit? quæ hujuſmodi acutiſſimi doloris ad recti inteſtini finem cauſa eſſe potuit, cum in eo poſt mortem nulla læſio, nullum notabile vitium inventum fuerit?

A ſecunda vero, & tertia obſervatione manifeſto cognoſcitur in morborum diagnoſi, quam facile decipi poſſimus, & quam ſane difficile ſit tumorum in abdomine exiſtentium veram ſedem quandoque dignoſcere. Nam quis unquam cogitaſſet renes ita aliquando augeri poſſe, ut non ſolum tactu, ſed etiam oculis in anteriore abdominis parte percipi valeant? Et ſi interdum ſanguis, aut pus in ipſis ſtagnet (quemadmodum in prædictis duobus ultimis caſibus re vera ſtagnare vidimus) dolores tamen, & ſymptomata renum propria excitari non debeant? An autem veſciculæ, & tubercula in duobus ultimis detecta, quanquam a primis valde diverſa, & multo magis quam in illis morbo vitiata, poſſint & ipſa præconceptam veſcicularem ſtructuram aliquatenus illuſtrare, id vobis determinandum relinquam. Illuſtrare quidem, & comprobare eam poſſe arbitror veſciculas illas plurimas partim integras,

partim diſruptas; quas in Muliere ultimo deſcripta per urinam excerni diximus. Licet enim impedita Cadaveris ſectio alteratam renum ſtructuram manifeſtare nobis non potuerit, cum tamen per urinam omnes excernerentur, & cum quæ integræ erant vero urinoſo ſero turgerent, quis non videt, eas e renibus emanaſſe, totamque unius ſaltem renis ſubſtantiam in hujuſmodi veſciculas immutatam, & veluti diſſolutam eſſe potuiſſe. Sed id, quod in dictis obſervationibus magis etiam notatu dignum videtur, quodque medicæ praxi majorem aliquam utilitatem afferre valet, eſt progreſſus, & tranſitus, quem omnes prædicti morbi, etſi modis, & rationibus diverſis, in hydropem prius, dein in apoplexiam, & mortem fecerunt. Quod ſi aliis ſimilibus obſervationibus ejuſmodi morborum progreſſus ulterius confirmari poſſent, lumen ſane maximum inde medici eruerent ad certam de ipſis prognoſim enuntiandam.

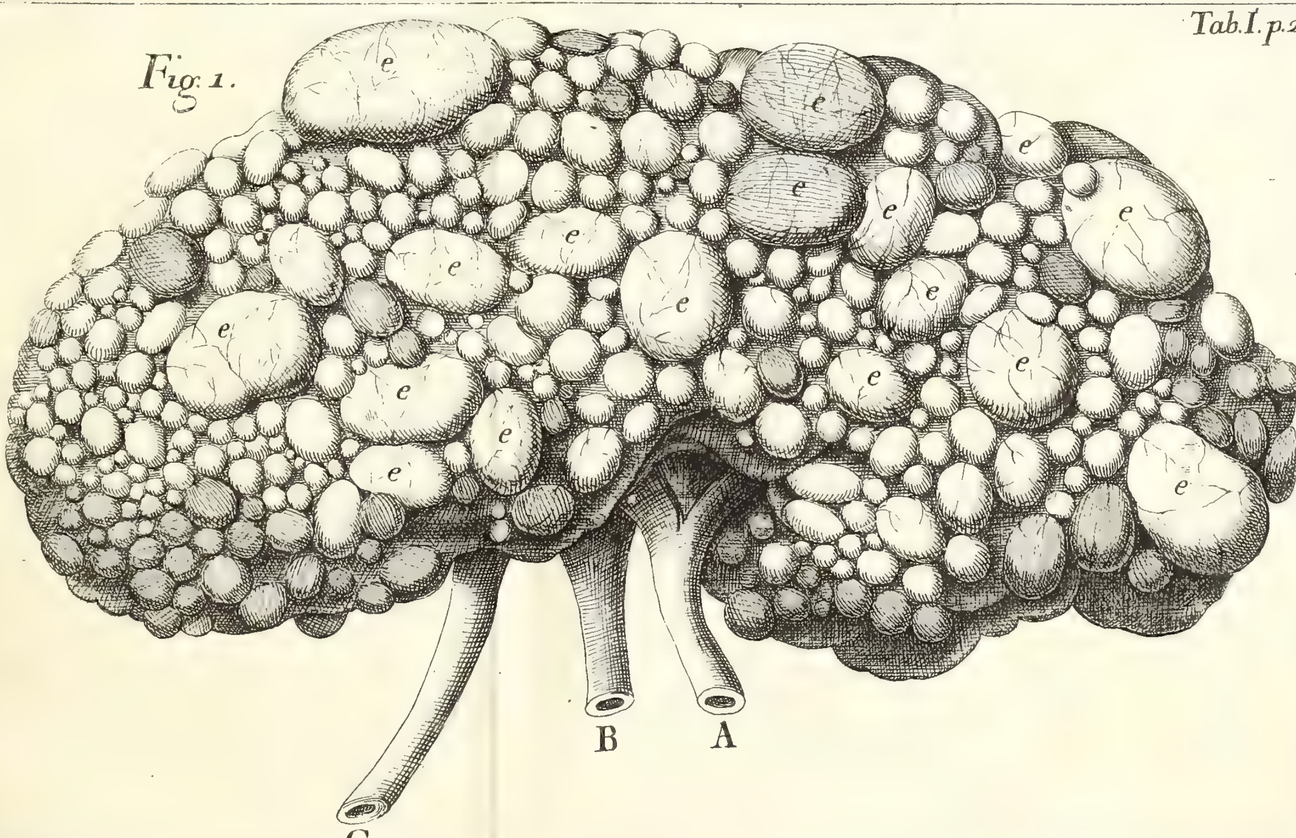
EXPLICATIO FIGURARUM.

Fig. 1. Ren ſiniſter innumeris veſciculis conſtans.
A. Arteria emulgens.
B. Vena emulgens.
C. Ureter.
e e e e e &c. Majores veſciculæ, in quibus ſanguifera vaſcula oculis conſpici poterant.

Fig. 2. Ren dexter apertus.
A A. Cavitas pelvis.
B B. Stilus intra ureterem per cavitatem pelvis immiſſus.
C. Ureter.
d d d d. Papillæ intra cavitatem pelvis prominentes.
e e e. Aliquæ ex interioribus veſciculis ſanguiferis vaſcupariter refertæ.

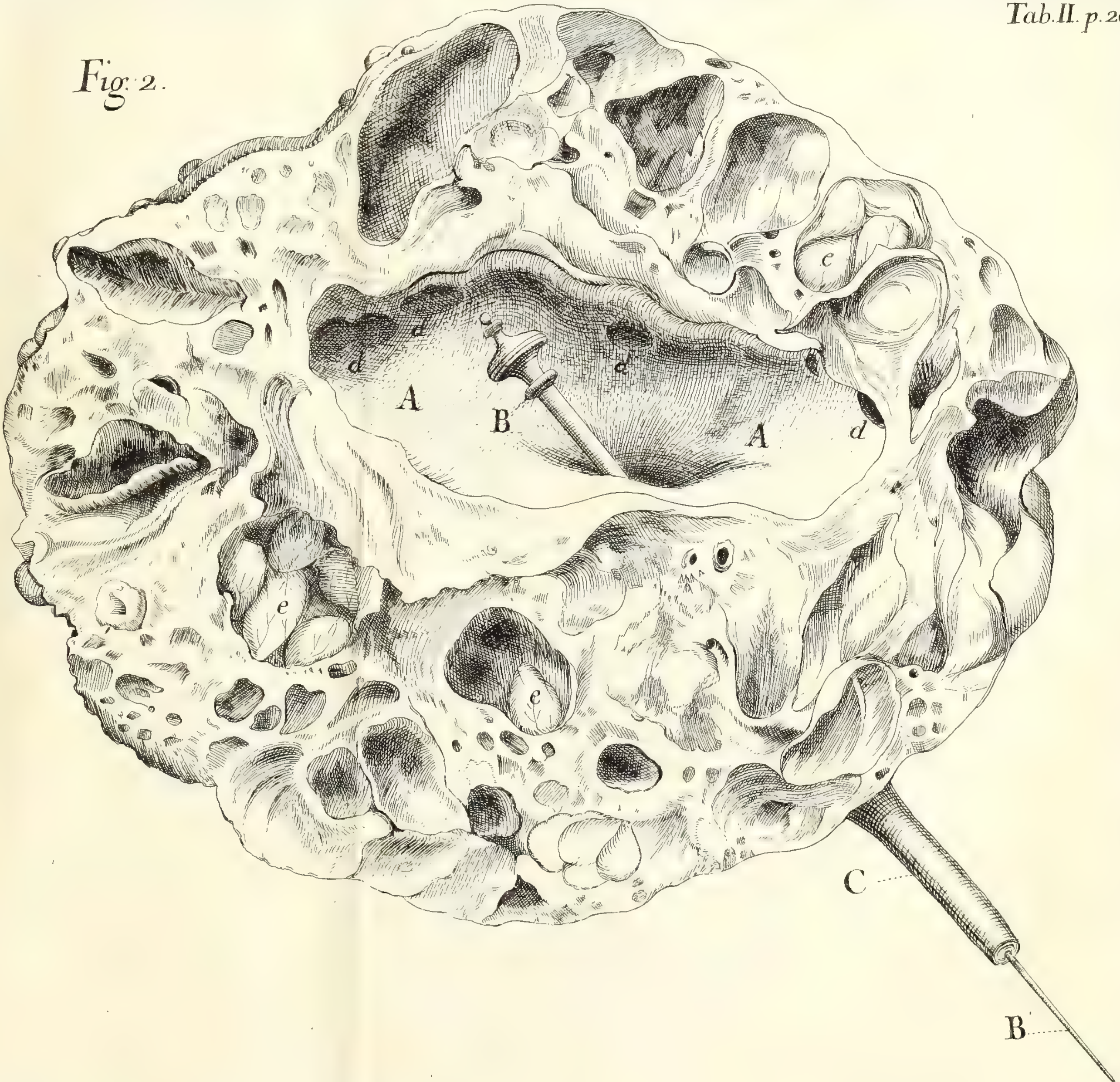
VIN:

Fig. 1.



T.V.P.I.

Fig. 2.



T.V.P.I.

VINCENTII MENGHINI

De aquarum vi in calculis diſſolvendis.

CAlculi humani diſſolutio variis Aquarum ſpeciebus tentata, atque a me ſuperioribus annis vobiſcum, ornatiſſimi viri, communicata, cum ad aliud quoddam longe difficilius inquirendum, atque adeo ad nova experimenta inſtituenda me ſenſim adduxerit, tandem hujuſce diſſertationis, quam in præſens Academiæ propono, mihi præbuit argumentum.

Nullum ferme eſt aquarum genus, quod ad diſſolvendos calculos debite applicatum, eos vel omnino, vel ex parte ſaltem emollire non deprehendatur; quin ſi aliorum libros conſulamus, præſertim illorum, qui aquas in ſuis regionibus ſcaturientes ad hanc analyſim adhibuerunt, v. g. Lobbium, Artlæjum, Haleſium, Littrium, Stæchælinum, quorum methodos in experiendo ſum imitatus, facile apparebit aquas in Anglia, in Gallia, in Helvetia eumdem fere effectum edere, quem Italicas aquas a me exploratas ediſſe vobis enarravi. Fateor quidem me quinque dumtaxat calculorum ſpecies experimento ſubjeciſſe, cum aliæ fortaſſe non paucæ ſuperſint, quæ ad manus meas non pervenerunt: verum prope eſt, ut credam reliquas etiam illorum ſpecies, ſi quæ ſint, quæ me præterierint, fore tandem methodo eadem, qua antea ſum uſus, molliendas; nempe cum nullus calculorum, de quibus ipſe periculum feci, aliqua mollitudinis ſigna non præbuerit, quamquam cruſta ſua, ideſt duriore ſubſtantia plerumque obductus exploraretur.

Hæc igitur aquarum facultas diſſolvendi nunc majori, nunc minori promptitudine hujuſmodi concretiones, anxium me tenuit, & diſcendi cupidum, e quo tandem principio illa emanaret, vel ſi eo uſque progredi inquirendo mihi non licuiſſet, ſaltem cupiebam noſcere, an dicta facultas ab elementis aquam conſtituentibus oriretur, an vero a principio ipſi

ad-

adventitio, & ſenſibus noſtris prorſus abſcondito; etenim cognitio hæc non videbatur parvi facienda, præſertim ab iis, qui experimenta variorum auctorum ſuper hac re inſtituta, ſtudent ad praxim medicam revocare. Si enim innotuerit aquam ſimpliciſſimam, atque defæcatiſſimam in penetrando calculo majorem habere efficacitatem, quam alia quævis aqua, extranea imbuta materia, profecto nullus erit Medicus, qui illam huic anteferendam non judicet: contra vero, ſi hæc illa efficacior fuerit obſervata, etiamſi ignoretur, quonam peculiari principio materia cum aqua conjuncta calculum diſſolvat, tamen non erit, qui in curanda Lithiaſi negligat dictam materiam cum aqua ſimplici conjungere, atque adeo ipſam hoc pacto reddere præſtantiorem.

Illud igitur, quod mihi inveſtigandum propoſui, huc ſpectat: videlicet an calculi humani diſſolutio, quam mihi, dictiſque auctoribus contigit obſervare, tribuenda ſit ſoli aquæ ſimpliciſſimæ, an vero ſubſtantiæ adſcititiæ, qua forte aqua ipſa imbuatur.

Itaque quinque ſunt aquarum ſpecies, quibus in hac indagine ſum uſus, quarum effectus hoc loco recenſebo; harum prima eſt pluvialis, quæ deſtillatione purior fuit reddita, & deſtillatam poſthac appellabo: altera ſpecies eſt item pluvialis, ſed non deſtillata: tertia putealis quædam luto nonnihil infecta, quam ſublutoſam vocabo: quarta auguſtinianorum aqua, de qua alias ſum loquutus; quinta denique aqua pluvialis cum tartaro ſolubili conjuncta.

In exploranda harum ſingularum vi, placuit mihi methodo illa uti, quam memineritis me alia occaſione vobis indicaſſe: ſcilicet ut unaquæque aquæ ſpecies calore eodem, humano non diſſimili, tempore eodem, ideſt ſpatio dierum viginti, immiſſo in unamquamque fruſtulo ab eodem calculo detracto, foveretur. Nam ad rem hanc conficiendam malui in aquis ſingulis ejuſdem calculi fragmentum infundere, & quidem marmorei, ut pote omnium duriſſimi, ne ſi plures calculorum ſpecies adhibuiſſem, aut ſi adhibuiſſem utique eamdem calculi ſpeciem, ſed e diverſis hominibus exemptam, meis obſervationibus fallaciæ aliquid ſubeſſet. Etenim ut opportune monet Stæchelinus, meæque experientiæ alias habitæ confirmaverunt, magnum eſt diſcrimen in duritie, ſeu firmitate compagis inter varias calculorum ſpecies; eſt quoque

non

non leve diſcrimen in ejuſdem ſpeciei calculis; & quamquam calculi cujuslibet pars una differat duritie, colore, pondere, raritate, aliiſque qualitatibus ab alia quacumque ejuſdem calculi parte ſimili, tamen diſcrimen hoc profecto non erit tantum, ſi partes illæ ab uno, eodemque calculo, ac ſi a diverſis ejuſdem ſpeciei calculis deſumantur.

Cum ergo ad manus eſſent calculi tres marmorei in hominis cujuſdam veſica ſimul inventi, atque uno ſimul tempore ex hac extracti, iique duriſſimi, leves, & bezoarticum lapidem colore ſuo referentes, quorum omnium conjunctim expenſorum pondus erat ducentorum circiter granorum, hos in fruſtula defregi. Porro ſumptis quinque fragmentis, quorum ſingulorum pondus erat granorum quatuordecim, horum unum indidi in aquam pluvialem deſtillatam; alterum in pluvialem non deſtillatam; tertium in putealem ſublutoſam; quartum in aquam auguſtinianorum; quintum denique in aquam pluvialem cum drachma I. tartari ſolubilis conjunctam. Aquæ cujuſvis menſura erat unciarum decem; vaſcula vitrea eas continentia figuram habebant matratii, ſeu phyalæ minoris, anguſti & oblongi colli; capacitas in omnibus prorſus eadem; idem quoque arenæ calor viginti, ut antea dixi, dierum ſpatio, omnibus ſuppoſitus.

Cum elapſis quatuor diebus fieret prima obſervatio ſingularum hujuſmodi infuſionum (quam obſervationem, non ſecus ac unamquamque ſequentium, non ſolum inſtituebat diligentiſſimus Jacobus Zanonius, ſed una cum ipſo clariſſimus Cajetanus Monti pro ſua humanitate in hac re mihi adjutor) duæ priores phyalæ, quarum una aquam pluvialem deſtillatam, altera non deſtillatam, unaquæque cum ſuo calculi fruſtulo, continebat, nihil prorſus novi, oſtenderunt. At vero aqua putealis ſublutoſa, præter quaſdam bullas aereas, plurimis moleculis partim calculo circumfuſis, partim ob propriam gravitatem, vaſis fundum petentibus, ſcatebat; & iſtæ concuſſa phyala vel nullatenus, vel numero pauciſſimæ ad ſuperiora attollebantur. Advertendum vero hanc aquam a me ſublutoſam appellatam, licet e puteo hauſta pellucida videatur, tamen ſi tantiſper ad quieſcendum ſeponatur, inſignem tartari lutoſi copiam e ſinu ſuo dimittere: eſt quoque eadem guſtui ingrata; nam quemdam cruditatis ſenſum eam guſtantibus imprimit. Quod attinet ad aquam auguſtinianorum, itemque ad

aquam

aquam pluvialem tartaro ſolubili imbutam, hæ ambæ tum aereis bullis, tum moleculis tenujoribus, levioribuſque, ſed paucioribus, & cunctis phyalæ motui obſequentibus refertæ apparuerunt.

Ex hac prima obſervatione videtur poſſe colligi aquam putealem, quam ſublutoſam vocavi, itemque aquam auguſtinianorum, & pluvialem tartaro ſolubili conjunctam citius duabus prioribus, pluviali ſcilicet deſtillata, & pluviali non deſtillata, vires ſuas in diſſolvendo calculo exerere: ſiquidem tres illæ etiam in primis infuſionis diebus bullulas aereas moleculis interſperſas e calculo eduxerunt; quæ bullarum aerearum præſentia inditio eſſe ſolet calculum a menſtruo penetrari, & ejus diſſolutionem paullatim inchoari; ſunt quippe hujuſmodi bullæ, docente Haleſio, & Lobbio, aer, qui cum antea intra calculi compagem in ſtatu latente eſſet, nunc demum libertatem adeptus, elaſticitatem recuperat.

Secunda obſervatio, quæ elapſis aliis quatuor diebus eſt facta, in omnibus vaſculis calculi diſſolutionem jam peragi indicavit: etenim duæ priores aquæ, ideſt pluvialis deſtillata, & non deſtillata, quæ primis quatuor diebus nihil egiſſe viſæ fuerant, jam aeris bullas, & quaſdam moleculas ſe ſe facile attollentes, prodiderunt; tres vero reliquæ novas bullas, & moleculas gignere perrexerunt. Quem eumdem molecularum, & bullarum proventum in ſingulis quinque vaſculis tertia, & quarta obſervatio demonſtravit, niſi quod aqua pluvialis tartarum ſolubilem continens moleculas habebat multo uberiores. Denique obſervatio quinta, quam peracta jam die vigeſima ab initio infuſionis inſtituimus, phyalas omnes, dempta illa, in qua inerat tartarus ſolubilis, eadem molecularum innatantium, & ſubſidentium copia refertas, ideſt in eodem antecedentium obſervationum ſtatu manentes nobis obtulit. Nam aqua, in qua idem tartarus erat ſolutus, præter jam dictas bullas, & moleculas tenuiſſimorum ſpiculorum copiam in ea innatantium, & iridis colores intuentibus exhibentium præſeferebat; quod phœnomenon in præcedentibus quatuor obſervationibus non fuerat viſum.

His ita ſe habentibus calculum ex unoquoque vaſculo exemimus, nempe ad explorandum quantum ponderis, & duritiei prægreſſa maceratio ab illorum quolibet abſtuliſſet.

Aqua pluvialis deſtillata abſtulit ponderis grana duo: nam

nam exſiccato calculi fruſtulo, quod (non ſecus ac reliqua fruſtula) grana quatuordecim pendebat, & deterſo tenui quodam involucro, mucoſo, obſcuro, leviſſimo, ejus pondus granorum duodecim repertum eſt: idem fragmentum digitos pertractantium ſubalbo colore inficiebat, & unguis preſſione quædam minutiæ ab eo divellebantur. Aqua vero pluvialis non deſtillata tria ponderis grana ab infuſo calculi fruſtulo abſtulit: cæterum in ipſo eadem mucoſi, & obſcuri involucri phœnomena; eadem albedo digitos fædans; eadem minutiarum divulſio, ac in præcedenti. Calculus aqua puteali ſublutoſa maceratus ſex ponderis grana amiſit; & color, mucoſitas, comminutio ab unguis preſſu fuit prioribus duobus calculis omnino par. Qui vero maceratus fuit aqua auguſtinianorum amiſit ſeptem grana: duritiei imminutio reliquis non diſſimilis: involucrum mucoſum repertum eſt in hoc quaſi gummoſum: cætera ut in aliis. Demum in calculo aqua tartaro ſolubili ſaturata infuſo, ponderis decrementum fuit granorum octo, detracto ſcilicet mucoſo involucro, quod granum dimidium ponderis ſecum abſtulit.

Itaque ut illud iterum colligam, quo meum ſpectat experimentum, quinque fruſtula ejuſdem ſpeciei, quin pene dixerim ejuſdem numero calculi, peracta dierum viginti digeſtione, cum antea ſingulorum pondus idem eſſet, obſervata ſunt inæqualiter decreviſſe, hæcque decrementa ſequentibus numeris eſſe exprimenda: videlicet octo, ſeptem, ſex, trium, duorum granorum.

Hæc decrementorum ponderis differentia, ſi aquarum actioni in calculos vere ſit tribuenda, quemadmodum utique tribuendam eſſe cenſeo, profecto non levem virtutis diſſolventis diſcrepantiam in aquis tam brevi tempore agentibus demonſtrat, cum maximum decrementum paſſum fuerit fruſtulum infuſum in aqua cum adjecto tartaro; paullo minus fruſtulum in aqua auguſtinianorum; adhuc minus in aqua puteali ſublutoſa; tum minus in aqua pluviali non deſtillata; denique decrementum omnium minimum paſſum fuerit fruſtulum in aqua pluviali deſtillata infuſum.

Porro quid quinque iſtæ aquarum ſpecies, poſt exemptum calculorum, ſingulæ oſtenderint, quaſi in tranſitu dicam; quippe cum is non fuerit præcipuus ſcopus mearum obſervationum.

Prima, & ſecunda, ideſt pluvialis deſtillata, & non deſtillata paucorum dierum ſpatio moleculas antea innatantes, infra medium phyalæ ad hujus fundum, & latera tenuiſſimi ſedimenti inſtar dimiſerunt; copioſius vero prima, quam ſecunda. Tertia ſpecies, nempe aqua putealis ſublutoſa dimiſit ſedimentum multo craſſiuſculum, gravius, & ſubflavum, obducente vaſis fundum ſubalbo velamento. Velamento item ſubalbo, ac tenui pars ima phyalæ, in qua inerat auguſtinianorum aqua, operiebatur, itemque ejus fundo inſederat ſedimentum ſubflavum, grave, ſed minus copioſum, ac præcedens. Denique illa ſpicula verſicolora, quæ in aqua tartarum ſolubilem habente antea innatare deprehendebantur, jam detracto calculo ad phyalæ fundum cum moleculis ſubflavis deſcendiſſe deprehenſa ſunt.

Hactenus videbar mihi meorum experimentorum finem conſequutus; tamen cum in re tanta uni experimento acquieſcendum non judicarem, placuit mihi iſtud pari ſtudio, ac pari diligentia iterare, ne ſi quod inditium de aquarum facultate ſolvente tuliſſem, id fortaſſe nimia properantia laboraret.

Igitur eaſdem quinque phyalas eadem, ac antea, aquæ ſpecie plenas, ſingulas eodem, ac antea calculo inſtructas, ideſt illo ipſo, qui a præcedenti infuſione ſuperſtes erat, eidem ac antea calori commiſimus viſuri num iterata viginti dierum infuſio eumdem, ac antea, effectum edidiſſet. Edidit vero ſin minus eumdem, at certe non admodum diſſimilem. Etenim fruſtulum, quod poſt primam infuſionem in aqua tartaro conjuncta ad ſex grana fuerat redactum, in infuſione hac ſecunda adhuc quinque ponderis grana amiſit, ita ut unum dumtaxat hujus fruſtuli granum reliquum fuerit. Calculus in auguſtinianorum aquam immiſſus fere quatuor ponderis grana amiſit, cum in prima infuſione, uti ſupra eſt dictum, grana ſeptem amiſiſſet. Qui immiſſus fuit in aquam putealem ſublutoſam, imminutus eſt granis quatuor, & quatuor item granis imminutus eſt, qui aqua pluviali non deſtillata continebatur. Demum qui continebatur aqua pluviali deſtillata uno tantum grano decrevit. Enimvero hi decrementorum numeri hac ſecunda infuſione reperti, non ſequuntur rationem numerorum primæ infuſionis decrementa exprimentium. Quod, ſi quid judico, videtur materiei fruſtulorum ipſorum diverſitati tribuendum, de qua diverſitate Stechælini ſententiam paullo ſu-

pe-

perius audiviſtis. Jam vero aqua pluvialis, in qua diſſolutus erat tartarus, hac quoque ſecunda obſervationecæ terarum omnium in penetrando calculo efficaciſſima viſa eſt. Cæterarum vero minime efficax, pluvialis deſtillata; dum interea virtus penetrativa trium reliquarum aquæ ſpecierum inter illas duas extremas medio modo ſe habet.

Nimius ſim, ſi aquarum ab hac ſecunda infuſione reſiduarum phœnomena, quæ cæteroquin non admodum inſignia ſunt, neque a præcedentibus diſcrepantia, velim recenſere. Id unum non videtur ommittendum, videlicet aquam pluvialem ſublutoſam, quæ præ cæteris omnibus a me adhibitis magnam ſedimenti copiam ad fundum vaſis præſente calculo dejecit, cum ad inquirendam hujus phœnomeni cauſam fuiſſet iterum abſque calculo explorata; nempe fuiſſet viginti diebus eidem, ac antea, calori expoſita, profecto neque tantam molecularum copiam ad fundum vaſis deturbaſſe, neque hanc ſubflavam, ut antea, ſed potius albeſcentem apparuiſſe; quaſi calculi præſentia potuerit e poris aquæ multo plus extraneæ materiæ præcipitare, quam ſola caloris vis.

Revertendo igitur illuc, unde fueram digreſſus, patet ex allatis obſervationibus nullam aquam ad molliendum calculum ineptiorem eſſe pluviali deſtillata, adeo ut videatur aquam, quo magis accedit ad nativam ſuam ſimplicitatem, eo plus amittere ejus ſubſtantiæ, quæ quandocumque cum ipſa cunjungitur, hanc redit aptiorem ad calculi compagem diſſolvendam. Siquidem pluvialis aqua ſane eſt per ſe ſe ſimplex, ac magnopere defæcata; quare ſi præterea deſtillationi ſubjiciatur, profecto veroſimile eſt eam ad tantam ſimplicitatem redigi, ut ars nullum fortaſſe corpus eo ſimplicius poſſit reddere. Hinc licet ſuſpicari, ideo in experimentis hucuſque narratis eveniſſe, ut pluvialis deſtillata tam in prima, quam in ſecunda infuſione debilius, ac parcius diſſolverit calculum, quam pluvialis non deſtillata, quod in hac maneat principium aliquod calculoſas concretiones penetrare potens, quod in altera fuit deſtillatione ſublatum. Licet etiam ſuſpicari, ne Medici, qui calculoſis bibendam dant aquam deſtillatam, aliquid conſulant, quod ægris ſuis minus auxilietur. Cum autem, ſi junctim ſumantur decrementa calculorum peractis hiſce duabus infuſionibus reperta, conſtet aquam pluvialem non deſtillatam debilius puteali ſublutoſa agere, videtur aquam pluvialem

non deſtillatam nondum ſatis in ſinu ſuo continere illius principii, quod calculorum efficit ſolutionem; continere vero paullo plus de illo aquam putealem ſublutoſam, quæ dato tempore majorem calculi partem valet comminuere, non quod ego putem lutum cum aqua puteali comixtum eſſe illud agens, de quo nunc quæritur, ſed quia fortaſſe vel in luto, vel in aqua ipſa puteali aliquid lateat ad hanc comminutionem magis opportunum. Et ſane, ſi aqua auguſtinianorum, quæ & ipſa putealis eſt, ſed multo pauciore infecta luto, vel eamdem, vel vix majorem ponderis imminutionem effecit in calculo, veroſimile eſt in ambabus hiſce aquis putealibus principium abſcondi utrique commune.

Jam vero cujuſnam indolis ſit principium iſtud, quod licet ſenſus noſtros fugiat, effectu tamen molliendi tam duras concretiones ſe prodit, non auſim dicere, cum recta philoſophandi methodus nos doceat in judicio de hujuſmodi rebus ferendo non paucis tantum opus eſſe experimentis, ſed millenis, ne dicam infinitis: nihilominus obſervatiunculæ iſtæ meæ continenter oſtenderunt aquam pluvialem tartaro ſolubili junctam tam in primis, quam in ſecundis tentaminibus cæteris omnibus aquis lithontriptica facultate anteire.

Quam ob rem videor poſſe tuto colligere hunc ſalem maxime accedere ad dictum principium, neque aliud iſto præſtantius mihi hactenus ſe ſe obtuliſſe.

Debeo clariſſimo Beccario hujus Inſtituti Præſidi meritiſſimo conſilium hoc de tartaro ſolubili in hac indagine adhibendo.

Comprobat autem hoc meum qualecumque experimentum id, quod a ſummo viro Hermanno Boeravio de tartari ſolubilis virtute in profliganda calculi humani tam bilioſi, quam urinoſi, materia eſt traditum.

Quare an ea, quæ hactenus recenſui, tanquam inutilia a me prorſus abjicienda, an contra in aliquo habenda ſint pretio, obſecro vos, viri præſtantiſſimi, ut libere, ac aperte moneatis.

VIN-

Vincentii Menghini.

In idem argumentum

Dissertatio altera.

Quod reliquum erat in meis qualibuſcumque experimentis, ut tartari ſolubilis facultatem in diſſolvendo calculo cum aliorum ſalium virtute compararem; tandem clariſſimi Beccarii conſilio, & monitis, præterito autumno ſum plane exequutus. Nam puto vos meminiſſe, quemadmodum ſuperiore anno, cum ipſe de ſingulari ejuſdem tartari ſolubilis efficacitate præ aquarum ſimplicium vi in Academia diſſeruiſſem, clariſſimus idem vir, quæ ejus eſt humanitas, me publice ex hoc loco hortatus fuerit, ut eamdem efficacitatem in aliis quoque ſalibus experirer. Erat enimvero adhuc dubium, an forte hujuſmodi facultas omnibus ſalis neutri generibus ineſſet, an ſolis tartari præparationibus. Quare a me poſtulari hactenus videbatur, ut non ſolum varias tartari præparationes ad invicem conferrem, verum etiam ut has ipſas cum diverſis ſalibus mediis v. g. cum ſale glauberiano, cum ſale nitro, cum ſale marino, aliiſque hujus naturæ ſalibus compararem.

Itaque ſolertiſſimi Zanonii induſtria fretus aliam calculi ſolutionem diverſis ſalinis menſtruis tentare conſtitui, eamque ſequentem in modum adornavi.

Novem omnino ſalium ſpecies, ſingulas aquæ pluvialis deſtillatæ puriſſimæ libra una ſolutas in hoc tentamine adhibui: videlicet ſalem glauberi, mirabilem dictum: tartarum vitriolatum: alumen crudum: ſalem marinum: nitrum depuratum: ſalem ammoniacum: ſalem catarticum: liquorem tartari regenerati: denique tartarum ſolubilem.

Porro non una fuit doſis ſalium ſingulorum, licet menſtrui aquei menſura, ut dictum eſt, eadem in omnibus fuerit. Nam cum imprimis rationi conſonum videretur eam dumtaxat ſalis copiam in aquæ libram indere, quæ ſufficeret

ad

ad hanc juſto ſapore imbuendam; cumque dictorum ſalium alter præ altero promptius, atque intenſius ſaporem ſuum aqueo liquori impertiretur, hinc factum eſt, ut v. g. ſalis marini drakma una; at vero ſalis ammoniaci ſcrupuli duo, vel tartari ſolubilis drakmæ duæ cum dimidio, nitri depurati ſcrupuli quatuor, & ſic porro alii ſales, ſinguli juxta modum propriæ ſapiditatis prædictam aquæ libram ſufficienter ſaturaverint. Cæterum vaſcula novem, quibus dictæ ſalium ſolutiones continebantur, uno, eodemque furno fuerunt impoſita, ita ut ſingula eodem arenæ calore, humani corporis calori ſimillimo foverentur; atque ut idem eſſet in omnibus ſubjectum illud, in quod hujuſmodi ſales agerent, detracta fuerunt ex calculo quodam humano, qui forte ad manus erat, quique erat ponderis drakmarum quindecim cum dimidio, fruſta novem, quorum unumquodque ad pondus æquale, videlicet granorum triginta quinque, redactum fuerat. Fruſta partim ex calculi meditulio, albido, poroſo, duro, maculis nigricantibus diſtincto conſtabant; partim conſtabant ex calculi cruſta exteriore ſatis craſſa, & quæ marmoris duritiem, & plumbi colorem æmulabatur: utriuſque calculoſæ hujuſce ſubſtantiæ, nempe tum medullaris, tum corticalis durities in hoc par eſſe videbatur, quod validiſſima unguis preſſio neque in hac, neque in illa ſulcum, quin ne veſtigium quidem ullum inſcriberet.

Digeſtio lapideorum hujuſmodi fragmentorum ad viginti dies protracta eſt, & horum ſpatio quinque obſervationes in ſingulis vaſculis ſunt factæ, nempe ut obſervaretur, quid in uniuſcujuſque vaſculi liquore in ſingulos quatuor dies accidiſſet; quinta vero, eaque poſtrema obſervatio non de ſolo liquoris aſpectu, ſed de ipſo quoque calculo extra liquorem poſito, & exſiccato habebatur, quo ſcilicet hujus pondus, & durities, peracta jam digeſtione, iterum exploraretur.

Jam vero ne veſtra abutar patientia ſingillatim narrans, quis fuerit color, quæ opacitas, quæ bullularum congeries, quanta ſediminis copia; denique qualis fuerit facies in ſingulis hiſce ſalinis ſolutionibus, dum quinque jam dictæ explorationes fierent, conſultum duxi abſolutam horum omnium hiſtoriam per ſumma capita vobis indicare, præſertim vero ſingulorum fruſtulorum mollitiem, & ponderis decrementum; nam ad hæc duo omnis inveſtigatio mea potiſſimum dirigebatur.

Scien-

Sciendum eſt ergo tria fragmenta, quorum unum in ſolutione ſalis glauberiani, alterum in ſolutione tartari vitriolati, tertium in ſolutione aluminis infuſum fuerat, & dicto tempore dierum viginti digeſtum, tria, inquam, hæc fragmenta, omnia æque ac antea dura, & unguis preſſioni reſiſtentia permanſiſſe: pondus vero eorumdem æqualiter, videlicet grano uno decreviſſe.

Quantum ad colorem, fragmentum illud, quod cum ſale glauberiano, itemque illud, quod cum alumine digeſtum fuerat, utrumque exterius quidem album, interius vero nullatenus mutatum apparuerant: contra vero illud, quod in tartari vitriolati ſolutione ſteterat, exterius quidem naturalem colorem ſervaverat, interius vero nigrorem acquiſiverat.

Porro fragmenta quatuor ſale marino, ſale nitro, ſale ammoniaco, & ſale catartico digeſta, quantum ad duritiem nullo modo fuerunt mutata; pondus in ſingulis, duobus granis imminutum eſt; quin fragmentum, quod ſale catartico maceratum fuerat, imminutum eſt duobus cum dimidio.

Quod ſpectat ad colorem ab iiſdem ſolutionibus inductum, ſal marinus, & ſal catarticus calculi colorem in interna parte neutiquam mutaverant, in externa vero album reddiderant: ex adverſo nitrum, & ſal ammoniacus calculorum colorem in externa parte non mutaverant, utique vero in interna, quam fuſcam reddiderant.

Dicam pariter breviſſime de liquoris aſpectu in ſeptem ſalium ſolutionibus hactenus enumeratis, facta jam dierum viginti infuſione. In his omnibus dum quinta, eademque ultima obſervatio fieret, moleculæ innatantes deprehenſæ ſunt, & aquæ pelluciditas aliquantulum turbata. In prioribus quatuor obſervationibus, nulla deprehenſa eſt turbatio, niſi quod ſolutio ſalis glauberiani vix tantillum ſedimenti uſque ab initio infuſionis, ideſt in prima obſervatione, ad phyalæ fundum dimiſerat.

Deſcripto jam effectu, quem dicta ſeptem ſalina menſtrua in calculis ediderunt, qui ſane levis admodum eſt, minuſque attendendus, quam qui ab aquis ſimplicibus, præſertim vero tum a zanonia, tum ab aqua auguſtinianorum haud abſimili methodo, ſuperioribus annis, tractatis, fuit editus; jam nunc propono, quæ a reliquis duabus ſalinis ſolutionibus, nempe tartari regenerati, & tartari ſolubilis peracta ſunt.

Cum

Cum itaque elapſis diebus viginti, quinta demum vice explorarentur tum menſtrua hæc duo, tum calculi iiſdem macerati, & poſtmodum exſiccati, & idcirco amborum pondus ad bilancem, & amborum durities ad unguis preſſionem revocarentur, fateor, ſodales optimi, me non leviter admiratum fuiſſe ponderis, & duritiei decrementum. Scilicet horum alter ob actionem tartari regenerati, a pondere granorum triginta quinque, ad granorum viginti pondus redactus eſt; ita ut ponderis decrementum granorum quindecim deprehenſum fuerit. Alter ob actionem tartari ſolubilis, a pondere itidem granorum triginta quinque, ad granorum duodecim pondus redactus eſt; ita ut ponderis decrementum fuerit granorum trium, & viginti.

Horum amborum durities, ipſa quoque valde minor deprehenſa eſt. Nam primus tartari regenerati actionem paſſus, dum ungue comprimeretur, facile in fragmenta totus abiit: alter a tartaro ſolubili penetratus, adhuc facilius comminutus eſt. Qui effectus clare demonſtrant, quanto hæc duo menſtrua præ cæteris ſeptem paullo ante memoratis, in reſerando humano calculo ſint potentiora. Et ſane dum prima vice, nempe quarta die a macerationis initio, dicta duo menſtrua perluſtrarentur, cœperunt tam in tartaro regenerato, quam in tartaro ſolubili ſe prodere magnæ activitatis inditia, quæ uſque ad ſtatutam vigeſimam diem ſenſim aucta ſunt. Nam utrumque hoc menſtruum ſubopacum fieri cœpit, reſidentiam ad phyalæ fundum dejicere paullo copioſiorem, & moleculas confertim ad ſuperficiem emittere, quæ omnia incipientem jam tum calculi diſſolutionem ſatis teſtabantur.

His ita ſe habentibus, placuit in duorum eorumdem ſalium virtutem paullo diutius inquirere, ut ſi fieri poſſet, compertum haberem, quanto demum tempore hæc eadem calculoſa fragmenta, quæ a viginti dierum infuſione ſupererant, forent penitus diſſolvenda.

Itaque illa ipſa tartari regenerati ſolutio, quæ antea fuerat adhibita una cum calculi in ipſa viginti diebus digeſti fragmentis; itemque illa ipſa tartari ſolubilis ſolutio, quæ antea fuerat adhibita una cum calculi in ipſa dicto tempore infuſi fragmentis, ambæ ſuis phyalis inditæ, eidem ac antea calori impoſitæ fuerunt, ut dies adhuc aliquot eorumdem fragmentorum digeſtio protraheretur.

Hujus

Hujus novi experimenti eventus is fuit; videlicet liquor tartaro regenerato ſaturatus, cum, peractis adhuc quindecim diebus, fuiſſet a furno exemptus, deprehenſus eſt diſſolviſſe duo calculi grana: exſiccatis quippe hujus fragmentis, quæ grana viginti pendebant, & ad bilancem exactis, repertum eſt eadem pendere grana octodecim; quin eorumdem fragmentorum durities aliquatenus etiam mollita eſt: nam in minutiores moleculas minuebantur, non ita tamen, ut in pulverem redigerentur. At liquor tartarum ſolubilem continens cum peractis itidem diebus quindecim, fuiſſet e furno exemptus, calculi fragmenta in ipſo digeſta, & ut antea exſiccata, ad duo grana redegiſſe deprehenſus eſt, adeo ut horum pondus, quod ad duodecim grana jam fuerat redactum, decem inſuper granis decreverit; & dictum reſiduum granorum duorum potuit digitorum affrictu in pulverem facile comminui.

Memineritis, puto, me anno ſuperiore non pauca inſtituiſſe experimenta de vi, qua plures aquæ noſtrates in humanum calculum agunt, comparata cum ea vi, qua in eumdem calculum agit aqua pluvialis tartaro ſolubili ſaturata. Illorum experimentorum ſumma hæc tandem fuit, ut aquæ ſimplices debilius agerent in calculos, quam aqua dicto tartaro juncta.

In præſens habetis comparationem factam inter plura menſtrua ſalina, quæ a Chemicis neutra, ſive media vocantur, & ex hac comparatione proclive eſt colligere etiam hoc caſu tartarum ſolubilem inter cæteros, quotquot expertus ſum ſales neutros, in diſſolvendo calculo eminere. Huic proximus eſt tartarus regeneratus, cujus virtus in hoc opere præſtando, quamquam tartari ſolubilis virtute debilior ſit, tamen cæterorum ſalium mediorum efficacitatem valde antecellit, quaſi natura in hoc concreto, ideſt in tartaro ea condiderit principia, quæ debite invicem attemperata, ad comminuendum calculum maxime ſunt opportuna. Etenim notiſſima res eſt tartarum ſolubilem eſſe concretum ſalinum, quod naſcitur ex lixivio tartari, in quod alia tartari materia, quam oleum tartari per deliquium vocant, fuerit guttatim inſtillata: tartarum vero regeneratum eſſe liquorem, qui naſcitur ex ſale tartari fixo, ubi is imbutus fuerit aceto deſtillato: proinde ad conflandum utrumque hoc compoſitum, nullæ aliæ ſubſtantiæ adhibentur, quam quæ vel ex tartaro ipſo prodeunt va-

riis modis tractato, vel quæ originem cum tartaro ipſo communem habent.

Hinc nil mirum ſi tartarus vitriolatus quamquam partem unam habeat ex tartaro petitam, nempe oleum tartari per deliquium, tamen quia partem alteram habet a tartaro ipſo prorſus alienam, videlicet oleum vitrioli, hinc fortaſſe hanc ob cauſam tartarus vitriolatus, quantum ad facultatem lythontripticam longe debilior eſt dictis duobus menſtruis, quæ juxta omnia ſui componentia tartari naturam præſeferunt.

Verum cum ego meæ imbecillitatis optime conſcius hanc mihi legem indixerim, ut ſi phœnomenon quodpiam ſcitu dignum ad Academiam aliquando afferrem, de phœnomeni tamen cauſa neutiquam diſſererem, ſpero veniam a vobis facile impetraturum, ſi a proponendis iis conjecturis, quæ ſuper hac re mihi in mentem venerant, prorſus abſtineam.

JANI PLANCI ARIMINENSIS.

De Urina Veneta.

AD

AMICUM BONONIENSEM

Academicum Inſtituti

EPISTOLA.

PRomiſeram jampridem me ad Te, Amicorum optime, hiſtoriam quamdam ſcripturum de Viro, qui per octo vel decem ante obitum dies Urinam reddiderat cum ſedimento pulchre cæruleo, quod Cyaneum illum Veterum colorem, ſeu Berolinenſe Recentiorum referebat; quod & tibi, & aliis ſingulare admodum, & plane inauditum viſum fuerat: nunc fidem datam libero, & in primis morbi hiſtoriam præmitto. Vir iſte ſexagenarius erat, & boni temperamenti, Dominicus Paulluccius vocabatur, qui Thermopolii Tabernæ erat præfectus. Is a duobus annis dyſuria laborare cœperat, ut calculum in Veſica geſtare mentiretur. Diluentibus potionibus, & demulcentibus ex ſeminibus Melonum, & ex Arabico Gummi curabam, ut urinæ acrimonia, & ſtillicidium minueretur, ut reipſa imminuta ſunt hæc omnia. Verum elapſo vere, quum gravibus animi perturbationibus conflictaretur incidit in morbum ex animi mœrore, cum febri, quæ ex pulſu & calore magna non apparebat; at inſignis erat in ægro linguæ & faucium ariditas, fortaſſe quia æger, licet a me invitatus, parce admodum bibebat. Inappetentia in eo erat ſumma, & ad ſomnum erat pronus. Poſt tertiam a decubitu diem reddere cœpit cum urinis ſedimentum pulchri coloris cærulei, veluti Cyanei illius Veterum, quod Ultramarinum vocant, ſeu veluti Cœrulei Berolinenſis, ut dixi, quod ego mane per tres dies collegi in chartulis, & ad ſolem exſiccavi; deinde per alios tres dies urina univerſa, quam noctu reddebat, in qua potiſſimum ſedimentum hoc cæruleum

cernebatur, curavi ut ad me deferretur, quæ ſubviridis apparebat cum inſigni Spiritus Salis Hammoniaci graveolentia. Per chartam bibulam urinam hanc trajiciebam, & in charta ſedimentum remanebat, quod exſiccatum pulviſculum referebat ærugini Maſſilienſi per quam ſimilem. Ultimis tribus diebus ante mortem ægri urina colligi amplius nequibat, quia æger viribus pene deſtitutus eam guttatim in lectulo reddebat; ſed urina tunc inſigni colore cæruleo lintea inficiebat: tandem æger inedia, ſeu voluntaria abſtinentia cibi, potus & medicamentorum omnium a. d. xi. Kal. Junias obiit. Sequenti die ejus cadaver a nobis diſſectum fuit, cujus dorſum extrinſecus valde lividum apparuit, & in facie ejus puſtulæ erant variæ, ut in gutta roſacea, quæ aliquot diebus ante mortem apparere cœperunt. Veſica erat valde craſſa cum plicis variis, ut ſunt in ventriculo, & cum variis illis herniis a celebri Morgagno deſcriptis. Veſicæ Sphincter valde anguſtus apparuit, Uretheres tamen valde dilatati cernebantur, ut inteſtina Agni referrent, & inflati, atque exſiccati una cum portione Veſicæ, in primo eorum in Veſica ingreſſu, valvulam ſemilunarem, ſeu conniventem oſtendebant, ut ſunt valvulæ hujus generis in inteſtino colo, & in canali veſicæ felleæ. Poſt hanc valvulam canaliculus intra tunicas veſicæ progrediebatur. Quæſivi proximis diebus in alio Cadavere Uretheres ejus inflando cum portione veſicæ, exſiccandoque, at valvulam hanc adeſſe non inveni; quare inconſtans res hæc valvula ad initium veſicæ dicenda, & pro luſu naturæ potius eſt habenda. Intra veſicam erat portio urinæ, ſed aquea, & ſine ſedimento illo cæruleo: renes erant flaccidi, ſed ſani, nullumque veſtigium in iis ſedimenti illius cærulei apparebat, neque arenulæ cujuſcumque coloris, uti neque in veſica. Inteſtina, ventriculus, pulmo ſubnigra omnia apparuerunt, gangræna enim erant infecta. In Larynge ventriculi illi Galeni, & Morgagni parvi, & anguſti cernebantur; non enim voce magna, ſed exili gaudebat Vir iſte. Cetera viſcera in naturali ſtatu erant.

Igitur quod rarum in hac Hiſtoria videtur, eſt mictus ille cæruleus, ſeu, ut melius dicam, eſt ſedimentum illud cæruleum in urinis per octo, vel decem ante mortem dies, & præſertim in ultimis diebus, quod lintea omnia colore iſto inficiebat. Quum caſus iſte de urina iſta cærulea per urbem no-

noſtram vulgaretur, retulit mihi Mulier ſexagenaria, ſe viginti abhinc annis, quæ tunc famulatum nobili Matronæ hujus urbis præbebat, & ornatrix ejus erat, quum ruri una cum Domina verno tempore eſſet, & quibuſdam affectionibus hyſtericis ibi laboraret ex menſium paucitate, & juſcula alterata ex herbis ſumeret, & quum alvum haberet adſtrictam, ſuaſu famuli cujuſdam contubernalis ſui pilulam Novellariæ ſumſit, quæ Ciceris erat magnitudine; ex hac pilula facta eſt mulieri purgatio multa, ſeu hypercatharſis, ut Medici loquuntur, & deinde ſequentibus diebus reddere cœpit in urinis ſedimentum cæruleum, quod matulas omnes in fundo, & ad latera ita inficiebat, ut detergi nulla vi poſſent. Hoc per tres, vel quatuor dies accidit, deinde effectus iſte ceſſavit. At urinæ numquam cæruleæ apparuerunt, uti non apparebant tales in ægro noſtro, ſed cæruleus color tantum erat in fundo vaſis, ſeu in ſedimento urinarum.

Cauſſam urinæ hujus cum ſedimento iſto cæruleo exquirere, non ita facile eſt. Præter enim caſum Viri hujus noſtri, & præter illum Mulieris itidem noſtræ, rem ſimilem, neque videre, neque legere unquam mihi contigit. Actuarius ultimus inter Græcos Medicos eruditos, qui Tractatus varios, & peculiares, ſatis diligentes quidem, ut tempora ejus ferebant, de urinis, earumque ſignis, cauſſis, & differentiis ſcripſit, variis in locis urinam venetam memorat, & venetum in urinis colorem, & inter ſigna lethalia plerumque ponit; peſſimum enim eſt apud ipſum niger in urinis color, quippe quia a melancholia, ſive ab atra bile fuſa, ut ait, originem ducat, & colori atro proximus eſt venetus iſte, ſeu cæruleus color. Ait tamen urinam venetam malam non eſſe, ſi a pharmaco quodam aſſumto procedat, & non a vi morbi, narratque caſum Servi ſui, qui potionem quamdam ex Trochiſco quodam amaro cum aqua fervida ex Oxymelle ſumſerat loco ægri cujuſdam moroſi, qui eam ſumere noluit; deinde Puer ille Actuarii pedibus triginta ſtadia confecit, & poſtea urinam mingere primo nigram, deinde ceruleam, ſummo cum timore Pueri illius, & magna cum Heri admiratione, qui tamen memor potionis illius, juſſit eum bono animo eſſe, ut revera nil mali accidit Puero illi, nam paullo poſt omni morbo, & timore liber evaſit. At Actuarius nullam aliam Hiſtoriam de urina veneta, ſeu cærulea, refert. Quare credibile eſt præter

illam

illam Pueri ſui nullam aliam vidiſſe, & doctrinam illam de malignitate, & de innocentia urinæ venetæ a ſcientia tunc pervulgata Galenicorum de quatuor humoribus ſumſiſſe, & non a ſolida ratione, & ab experimentis. Præterea non dicit ex quibus potiſſimum rebus conflatus eſſet Paſtillus ille amarus, quem admixtum cum aqua fervidá, & Oxymellite propinandum exhibuerat Ægro cuidam moroſo, & delicato, qui, quum ſumere noluiſſet, ejus loco ſumſit Puer ſuus, qui deinde peragratis triginta ſtadiis, urinam prius nigram, deinde venetam mingere cœpit. Si enim narraſſet ex quibus rebus compoſitus fuiſſet Paſtillus ille, fortaſſe modo noſceremus, quomodo ex aſſumtione alicujus rei urina interdum fiat veneta, ſeu cærulea. Multa ſunt quidem, quæ naturalem urinæ colorem, & odorem depravant. Videmus enim aſſumto Rhabarbaro colore flavo tingi urinam, & aſſumta Caſſia, tingi vineo, & Opuntiæ fructus comeſi ſanguineum colorem urinæ conciliant. Sic terebinthina veneta, & cypria, & generatim reſinoſa omnia, ſi Balſamum de copaibe excipias, ut & mala Medica comeſa gratum violarum odorem urinis conciliant; at aſparagi ingratiſſimum. Fortaſſe in Trochiſco illo amaro Actuarii baſis erat Colocynthis, ſeu erat Trochiſcus ille vulgaris de Colocynthide, qui Arabico nomine de Alhandal vocatur. Colocynthis enim amariſſima res eſt, & valde purgans. Fortaſſe & pilularum de Novellaria baſis eſt ipſa Colocynthis; ſunt enim amaræ & ipſæ, & inſigniter purgantes. Ex analyſi enim earum inventum eſt Bdellium in iis adeſſe, & Crocum, & neſcio quid amarum, quod Aloen, ſeu melius, quod Colocynthida referat. Trochiſci quidem de Alhandal, ſeu de Colocynthide a meſue cum arabico gummi, cum Tragacantha, & cum Bdellio parantur. Ex amarore igitur Colocynthidos, & ex ſalibus ſuis vellicantibus, pungentibuſque prodiiſſe urinam illam venetam in Actuarii Puero, & in Muliere noſtra credendum. At quomodo prodierit item in ægro noſtro, qni mortem obiit, ignoramus. Fortaſſe ſuaſu alicujus amici antequam lectum peteret, ſumſerat & ipſe Pilulas illas Novellariæ, ut liberaretur ex anxietate, quam ex animi mœrore in ſe experiebatur, ut ſolent Viri hypochondriacis morbis tentati, qui purgari frequenter amant. Fortaſſe & ex hypercatharſi orta eſt in Viro noſtro magna illa linguæ, & faucium ariditas, & deinde ſubſequutus eſt

mi-

mictus ille cæruleus, ut contigit mulieri alteri noſtræ adhuc viventi, & quum clam ſumſiſſet pharmacum illud, noluit fortaſſe id aſſidentibus, & Medico revelare, at majori deinde animi angore correptus, inedia perire maluit. Verum quicquid hoc ſit, ſemper res admodum rara eſt mictus iſte cæruleus, quum tres caſus tantum in Hiſtoriis Medicorum narrentur, Actuarii nempe illius, & duo noſtri. Quare remanet ſemper adhuc diligenter inquirendum, quomodo urina, vel natura, vel medicamentorum vi cærulea fiat, quod fortaſſe novis obſervationibus, & experimentis palam fiet. Hæc habui, Amicorum optime, quæ, ut receperam, ad te ſciberem de Urina iſta veneta, ſeu cærulea, vel ut melius dicam, de Urina cum ſedimento pulchre cæruleo, quæ tu communicare poteris cum Academicis noſtris Inſtituti, & ſententiam illorum exquirere, quam poſtea ad me ſcribas velim. Vale. Datis Arimino a. d. VIII. Kal. Martias Anno CIƆIƆCCLVI. a Chriſti Nativitate.

PETRI

PETRI PAULLI MOLINELLII.

De gravium corporum deſcenſu in aqua.

I. Opuſculum forte pervolventi mihi, quod in Academia annos ante triginta quinque jam legeram, experimenti ad gravium in aqua deſcenſum pertinentis narratio inter cetera occurrit, de qua cum ſuperioribus menſibus ſermonem haberem cum Guſmano Galeatio, Paulo Baptiſta Balbo, Joſepho Veratto, Euſtachio Zanotto aliiſque præclaris Viris, ea fuit omnium opinio & vox, rem neque a phyſicorum commodis, neque ab Academiæ voluntate alienam facturum eſſe me, ſi & experimentum illud repeterem, & qui in repetendo exitus eſſet, vobiſcum (Sodales ſpectatiſſimi) communicarem. Quod cum iterum ipſi, ac ſæpius urgerent, non potui non parere adhortationibus eorum hominum, quos cum audirem, videbar mihi non Academiam modo, ſed phyſicam, mehercule, ipſam adhortantem audire. Antequam tamen, quæ in iterato nuperrime experimento contigerint, expono, quibus de cauſſis primo inſtitutum fuerit, & quo exitu, paucis accipite.

II. Eam de gravitatis natura hypotheſim ſibi finxit Galileus, quam poſt eum philoſophi ſecuti ſunt, pene dixerim, ad unum omnes. Sibi perſuaſit ſcilicet gravitatem inhærentem eſſe corporibus qualitatem quamdam, eamdemque, ſi modo impedimenta removeas, & quovis puncto temporis premendo agere, & ubique, & uno eodemque modo. Nullam enim (arbitror) ſatis juſtam videbat cauſſam, quamobrem modo intenderetur, modo remitteret. Atque ex his conjecit fore, ut in vacuo gravia quæcumque corpora deorſum agerentur accelerato æquabiliter motu; neque in eo plumbum inter, & plumam diſcrimen ullum interceſſurum eſſe; addiditque ſpatia a gravibus percurſa non temporum ſummæ, quibus deciderint, at eorum quadrato utique reſpondere; fierique neceſſe eſſe, ut in aere aliiſque gravitati obnitentibus fluidis acceleratio illa

illa finem habeat denique, ſeſeque deſcendentia corpora ad motum uniformem componant.

III. Atque hæc quidem poſtea quam admirabili, atque una aſſecutus eſſet ingenii vi, ad experimenta ſe contulit, delectoque aere, in quo illa caperet; quod, credo, haud tantum a vacuo, quantum fluida cetera, diſtare aer videretur, æreorum globulorum in planis inclinatis deſcendentium velocitatem ſecundum numeros impares, initio ab unitate ducto, augeri deprehendit, qua in re cum præclare commentationibus illis ſuis conſentientem naturam vidiſſet, quæ ad alias gravitatis leges, aliiſque in fluidis demonſtrandas ſumi experimenta potuiſſent, conſequentium ætatum philoſophis pertentanda reliquit.

IV. In iis vero, qui talem provinciam ſuſceperint, primas Newtonus tenet, quippe qui non in aere ſolum ut Ricciolus, ut Freniclus, Deſagulierus, aliique, verum in aqua etiam, atque hydrargiro, itemque in vacuo obſervationes habuit permultas aptiſſimaſque ad corporum ſive libere deſcendentium, ſive affixorum & oſcillantium motum explorandum, definiendumque.

V. Tamen cum ſpatia tantum, quæ ab initio motus ad ejus finem percurſa fuiſſent, Newtonianæ illæ obſervationes reſpicerent, de intermediis nihil monerent, locum hic ſupereſſe aliquem intellexi, in quo ſe phyſicorum exerceret induſtria. Nam etſi experimenta a ſe habita inter ſe conferens Newtonus, atque ad calculos revocans velocitatem recta deſcendentis globi, & reſiſtentias in quas incurrit, & percurſa ſpatia, & quibus percurruntur tempora egregie, ſi Maupertuiſio credimus, enodaverit, tamen haud injucundum videbatur, quacumque tandem quæreretur, ſe prodere veritatem.

VI. Experimento itaque, de quo alias expoſui in Academia, illud mihi proponebam in primis, ut quærerem num in aliis præter aerem fluidis cadentia corpora accelerari contingat, & quatenus, eorum velocitatem in partibus fluidorum intermediis diligenter adnotando. Tametſi autem perſpectis cadentium legibus, quas levia inter aſcendendum ſervent, proclive ſit intelligere, tamen cum neque a Newtono, neque ab alio quopiam, quod ſcirem, res ad experimentum hactenus revocata fuerit, ne id quidem prætermittendum eſſe duxi. Aqua primum, ut pote ad hæc pericula facienda com-

modior, adhibita eſt. Nunc experimenti narrationem exequor, quam italice tunc conſcriptam, ſumma fide latinam feci.

VII. Vitreo tubo unciam unam pariſienſem in latitudine, pedes octo in altitudine æquanti, ſtanneus adjectus eſt tubus latitudinis ejuſdem, qua vitreus, altitudinis unciarum duarum circiter. Dividebatur ſtanneus in partes duas, quarum altera ſtabiliter vitreo tubo adnectebatur, ſtabili jungebatur altera ope cochleæ. Itaque ab illa hæc, quoties liberet, diſiungi poterat. Os habebat ab inferiori parte clauſum, eratque illud propterea, cum mobilem ſtannei tubi partem alteri junxiſſet cochlea, tubi totius fundum. Tabulæ, quæ parieti affixa erat, totus alligabatur tubus; ſi mobilem tamen ſtannei tubi partem excipias, quæ libera & extans relinquebatur. Tabulam ad dexterum vitrei tubi latus dividebamus in ſpatia æqualia quingenta; diviſioneſque nigris lineis diſtinguebantur, & numeris. Quo vero aſcendentis corporis velocitas ab ipſo aſcenſus initio notari poſſet, columna idcirco plumbea ſatis lata fundo imponebatur, cujus vertex imam vitrei tubi oram attingebat. Fundum ad centrum perforatum erat, exiguo admodum foramine, quod axi columnæ reſpondebat, ſecundum quem & ipſa perforata erat. Acus deinde immittebatur extrinſecus per fundi foramen, urgebaturque ad columnæ ſummum ſic, ut ejus extaret apex, in quem globus figebatur ex cera cum plumbi tantillo conflatus. Inſtructa hoc modo ſtannei tubi inferior pars alteri nectebatur. Jam vero cum experimentum faciendum eſſet, impleto aqua tubo, acum trahere oportebat; tum ſtatim atque ſecederet, efferretque ſeſe globus, ſignum cuipiam dare, qui penduli vibrationes elata voce numeraret; denique intentis oculis proſequi aſcendentem globum, & locum, quo eſſet æqualibus temporibus quarta quaque, ſextave vibratione ex. gratia, juxta nigras lineas ea, quæ diximus, ſpatiola diſtinguentes, albo lapillo notare. Eodemque modo deſcendentium corporum velocitas obſervabatur.

VIII. Longum eſſet obſervationes narrare ſingulas; tantummodo quid oſtenderint univerſæ, complectar quam pauciſſimis. Oſtenderunt ſcilicet, gravia, ſi lenius per aquam tubo incluſam deſcendant, æquabili illa motu, quantum ſenſu percipi poteſt, a principio deſcenſus ad finem uſque deſcendere; idque levibus ſimiliter accidere, cum aſcendunt. Quodque mirum magis videri poteſt, ſi foramen ſatis amplum in parie-

pariete ſtannei fundi inſculptum recludatur, ſicque erumpat aqua magno impetu, nihilo ſecius tum gravia, cum levia etiam æquabilem retinent motum: tantum in his tardior fit, in illis celerior.

IX. Experiri etiam placuit, num effluente aqua ex tubo longitudinis unciarum aliquot, foramini, quod modo diximus, adnexo, gravia velocius deſcenderent, quam ſi e foramine ſolum efflueret. Videbatur enim res, ſi priori modo ceſſiſſet, pondus aliquod nonnullis Polenii obſervationibus allatura. Decreſcente in tubo aqua vix ullum diſcrimen compertum eſt. Periculum autem facere, eadem uſque ſervata aquæ altitudine, non licuit. Capta ſunt experimenta omnia in conſpectu clariſſimorum hominum Matthæi Bazzani, Guſmani Galeatii, Ferdinandi Gulielmini, Joannis Baciallii, qui operam ipſe præſtabat in omnibus. Alia etiam ad experimentum revocare in animo erat, quæ fuſius in eo, de quo antea dictum eſt, opuſculo percenſentur, nunc prætermitto, ne longior ſim.

X. Ad ſe enim me vocant ſuperioribus menſibus a me habitæ obſervationes; tum ratio præſertim, quam ad eas habendas iniverim. Primo enim de ampliori tubo cogitatum eſt. Memineram enim, cum antiquiora illa experimenta ad Academiam detuliſſem, fuiſſe nonnullos, atque in his immortalis memoriæ virum Euſtachium Manfredium, cui propter nimiam adhibiti tubi anguſtiam minus apta viderentur ad fidem faciendam de ea, quam præferebant, motus æquabilitate. Itaque tubum faciendum curavi quadrilaterum, altum pedes octo, latum quoquoverſus uncias quatuor, & lineas novem. Parietes duo iique oppoſiti ex bractea ferrea erant ſtanno obducta. Hos rectæ tranſverſæque nectebant ex eadem bractea fibulæ ad paria utrinque intervalla diſpoſitæ, tranſverſum minimum digitum latæ, eaque longitudine ſingulæ, qua unius ex parietibus, quos modo dixi, latitudinem æquarent. Interiecta ſpatia, quaſi feneſtellæ quædam, vitro occludebantur, in ſulcatos fibularum, & parietum limbos immiſſo, multoque his ad rimas occludendas fideli cæmento, lineiſque faſciolis multis eodem imbutis adglutinato. Appreſſæ ad hæc, quo firmius continerentur, exteriores ſulcorum oræ. Tubo ſic conſtituto adiectus eſt tubus ejus ſimilis, qui vitreo tubo, de quo ſupra expoſui, adjungebatur, niſi quod ex ſtanno ille,

ex ære hic eſſet, eaque craſſitie, ac diametro, quæ majori tubi amplitudini reſponderet. Plumbea item columna, & acus adhibita in eumdem modum. Tum fulcro & impoſuimus tubum, & fuſtes præterea commiſimus duos, qui effictis ex ferrea bractea parietibus, utrinque unus, appoſiti tubum firmarent, prohiberentque ne parietes a premente aqua inflexi, arcuatique diducerentur. Neque fuit id tamen ſatis. Zonas enim ferreas addere oportuit ad ejuſmodi incommodum evitandum, quæ fuſtes ſimul ac tubum complecterentur, ſuperque fibulis ductæ vitrum, quoad ejus fieri quidem poterat, præterirent. Ne autem dum aqua in tubum immitteretur, nimio impetu vitreos parietes impeteret, diſrumperetque, infundibulo ex compactiori tela ſatis longo in eum demiſſo proviſum eſt. Infundibuli ſuperius orificium circulus ferreus apertum detinebat, cui alæ item ferreæ adjectæ erant, quæ ſuper fuſtium capitibus ponebantur. Singula hæc delineata ab egregio Juvene tabula oſtendit tertia.

XI. Porro autem ſumpta in ampliori hoc tubo experimenta eumdem habuerunt exitum. Uniformem ſcilicet motum per aquam deſcendentes, atque aſcendentes globi ex cera plumboque effecti tenuerunt. Modo autem obſervatum eſt, quæ ad certa, & æqualia temporis intervalla percurſa fuiſſent ſpatia, modo, quæ æqualibus ſpatiis tempora reſponderent. Idque ut exactius fieret, filis coloratis duobus, interiecto pollicis ſpatio, quinque in locis æqualiter inter ſe diſtantibus, tubus præcingebatur, intentiſque oculis in pollicaria illa ſpatia, quo per ea globus tranſiret, tempus adnotabatur. Singula ne hic quidem experimenta referre vacat. Octo quemadmodum ceſſerint in ea, quæ proxime ſequitur, tabula quiſque leget, qui voluerit, ex iiſque judicium feret de ceteris. Non globorum pondus, non diameter, non tempora, non percurſa ſpatia prætermiſſa ſunt.

XII. Ceterum ſcire licet fuiſſe globos, qui minutis ſecundis viginti quatuor, & amplius tubum totum conficerent, fuiſſe etiam qui quatuor, neque hos minus quam illos uniformem in deſcendendo motum habuiſſe, quæ res expectationem de iis movebat, qui graviores eſſent, & breviori tempore deſcendiſſent. Itaque globum plumbeum diametri linearum ſeptem aquæ commiſimus. Minutis ſecundis duobus tubi fundum attigiſſe viſus eſt, cum ad ejus dimidium uno certiſſime

per-

perveniſſet. Experimentis hiſce interfuerunt Franciſcus Zanottus, Joſeph Verattus, Bartholomæus Riverius, Joannes Bacialllius. Sed hic frequentior fuit, ut forte cum phyſica in gratiam rediret, ſi poſſet, quam cum fere ſe totum Reipublicæ dediſſet, mærentem ea de cauſſa, ſibique ſubiratam reliquerat. Zanottus interim (nihil enim diſſimulandum eſt) facile de multis, quæ viderat, experimentis concedebat uniformem haud pauca decidentium globorum velocitatem oſtendere; mirabatur etiam tantam eorum conſtantiam atque conſenſum; idem e noviſſimo colligi recte poſſe, in quo duobus tantum minutis ſecundis deſcenderat globus, difficilior erat ad concedendum, ut qui vereretur haud leviter, ne propter tantam motus celeritatem fallacia ſubeſſet in obſervando aliqua. Videbatur proprie hunc ſibi Galileana theoria patronum delegiſſe, ne detrimenti quidpiam a phyſicorum obſervationibus, & conjecturis caperet.

XIII. Cum itaque experimento nollem ego fidere, cui ſummo Vir ingenio, ſummaque doctrina diffideret, de inſtrumento cœpi cogitare, quod decidentium corporum velocitatem exactius proderet. Vas ergo ligneum extruendum curavi, cui inclinatum planum pro fundo eſſet. Plani hujus altitudo erat pedis unius, & unciarum novem, longitudo pedum trium ſupra viginti. In media fundi interiorique facie excavatus eſt canaliculus, oris ferro, ac pumice per ſummam diligentiam complanatis levigatiſque. Oleo etiam oblinitæ ſunt, ne facile aquam admittentes turgerent, inæqualeſque fierent. Eam faciem in ſpatia diviſimus viginti quatuor ſupra centum æqualia. Diviſiones grandioribus nigris lineis, ac numeris diſtinguebantur tranſverſim diſpoſitis. Ab utroque fundi latere lignei parietes aſſurgebant in eum modum, quem tabula quarta exhibet. Vaſe luci expoſito, repletoque aqua numeri illi, ac lineæ egregie translucebant. Jam vero inclinato plano ad canaliculi initium commiſſa ſunt corpora, quæ ad tubum conficiendum minuta minus ſecunda quatuor impendiſſent, certiſſimaque æquabilis motus inditia præbuiſſent. Atqui hæc vel ſedere viſa ſunt, vel ſi motum habuiſſent aliquem, hærere paulo poſt, atque quieſcere. Quibus experimentis aliiſque præclare intellexi graviora corpora, dum per aquam deſcendunt, accelerari omnia, æquabilem ea tantum habere motum, quæ gravitate vix æquale aquæ volumen excedant. Quam ſcilicet

vim

vim decidenti corpori nullo non puncto temporis ſuperaddit gravitas, eam, quæ gravium deſcenſui obnituntur, impedimenta elidunt, cum tantula ſit, abſumuntque perfacile. Quo accelerati motus cauſſam omnem tolli neceſſe eſt.

XIV. Verum cum nihil inclinatum planum contuliſſet ad oſtendendam motus æquabilitatem in iis corporibus, in quibus eam tubus octo pedes altus certiſſime demonſtraſſet, nolui non experiri, quid de iis, ſi altior adhiberetur, accideret. Confecto ea propter ex bractea ferrea tubo altitudinis pedum quatuor ſupra viginti, appoſitoque ad fundum artificio, quo uſus fueram, ut explorarem in vitreis tubis aſcendentium corporum velocitatem, experimenta eadem iterata ſunt. Ac quoniam carebat hic vitro, quod quid intus ageretur, doceret, tubum omnem a principio adhibuimus; tum tertia ejus parte ſublata quod erat reliquum; hujus denique reliqui dimidiatam partem, quæ quidem altitudinis erat octo pedum, ejus ſcilicet, qua vitreus uterque tubus. Neque vero de corporibus ſolum, quæ inclinato plano hæſerant, periculum fecimus, ſed etiam de iis, quæ accelerato motu per illud deſcenderant.

XV. Quibuſdam præterea ex his, plumbeis videlicet globulis, eorum quædam nexuimus, globos puta ex leviori ligno confectos, ſic ut priori celeritate amiſſa, leniter plumbei & ipſi per aquam deciderent. Quid in ſingulis tubis cuique corporum, quæ diximus, generi evenerit, ſecunda oſtendit tabula; quam qui inſpexerit, agnoſcet ſtatim, corpora quæ ſatis lente per aquam aſcendant, deſcendantque, æquabilem utique motum habere, neque ea minus, quæ tametſi adeo gravia ſunt, ut ſola accelerentur, tamen leviorum conjunctione tarditatem adquirunt ab ea, quam hæc habent, non longe diverſam.

XVI. Habetis modo obſervationum mearum ſummam, quas ut omnino leves vix dignas hoc loco judicaſſem, niſi pariſienſis Academia animum addidiſſet, quæ Frenicli experimenta laudavit, ſuiſque in actis edidit, tametſi nihil hæc oſtenderent aliud, quam medullæ ſambuci portiunculam ad duodecim, Gallinæ vero ingluviem pedes intra viginti, cum deſcenderent, a motu, ut videbatur, accelerato ad æquabilem tranſiiſſe. Neque enim quibuſdam legibus inhærentem naturam adeo ſequi convenit, ut eaſdem illas leges excipientem præ-

ter-

termittamus. Exceptiones enim hujuſmodi leges ſunt & ipſæ, quas fide, atque conſtantia tuetur non minori. Quid ſi eædem ſpem aliquam afferant utilitatis non contemnendæ? velut hæc ipſa in quibuſdam ſive gravibus, ſive levibus a nobis animadverſa accelerationis exceptio, quam quis crediderit ad ſtagnantium profunde aquarum, atque adeo ad Maris immenſi altitudinem dimetiendam conferre aliquo modo poſſe? Sed jam de ſuſcepto propoſito ſatis.

XVII. Antequam tamen finem dicendi facio, non ingratum vobis facturum me eſſe puto, ſi experimentum aliud paucis proponam huc ſpectans non alio nomine, quam quod inter illa, de quibus hactenus dixi, ſubortum eſt. Ingentem videlicet impetum cum adverterem, quo aqua e foramine ſatis amplo erumpebat ad imum ejus tubi parietem inſculpto, qui altitudinis erat pedum quatuor ſupra viginti, in animum venit experiri, quid capillaribus tubis proxime ab eo foramine effluentem in aquam demerſis accideret. Ut enim probe intelligebam fieri vix poſſe, quin ea jactus directio, ea vis, aquæ per eoſdem aſcenſum vel tolleret, vel impediret quidem certe, atque minueret, utrum horum efficeret tamen, & quatenus, certius id diſtinctiuſque proditurum ſe experimentum profitebatur, quam ratio. Res itaque cecidit in hunc modum. Demerſi in aquam eo quo diximus loco, vitrei tubuli vix hujus tantum arripuerunt, quantum ad unum atque alterum tranſverſum digitum attolli viſum eſt, cum in conſimilibus, ut videbatur, tubulis intra quieſcentem aquam immiſſis ad novem uſque perveniſſet, atque celerius. Eademque ſcio contigiſſe præſtantiſſimæ Mulieri Lauræ Baſſiæ, cum experimentum hujuſmodi, me rogante, iteraſſet, aqua vero efflueret prope fundum amplioris vitrei tubi, quem ſupra deſcripſimus, quique a noſtris ad Verattianas ædes tamquam ad propriam phyſicæ ſedem ac domicilium tranſierat. Cujus quidem experimenti rationem, quam mihi perhumaniter de ſcripto tradidit, eo libentius referam, quo inde appareat, quanta illud diligentia perfecerit. Tubos igitur capillares quatuor ſumpſit longitudinis ſingulos pedis unius pariſienſis, unciarum duarum, & linearum trium. Ex his duorum diameter lineæ quartam partem æquabat, aliorum duorum vix nonam. Jam vero eorum, qui diametri latioris erant, altero in effluentem aquam demiſſo, in quieſcentem altero, aqua in priori illo ad un-

uncias tres, lineam unam & dimidiatam, in hoc ad uncias quinque, & lineam unam ſe extulit. Neque in aliis duobus qui anguſtiorem habebant diametrum, diſpar fuit exitus, niſi quod in uno atque altero, quod erat propter minorem diametrum facile expectandum, aquam evectam vidit aliquanto altius, in eo videlicet, qui erumpenti aquæ committebatur, ad uncias quatuor, & lineas tres, in altero ad uncias ſeptem, & lineam unam. Inſita igitur capillaribus tubis aquæ attrahendæ facultas ab oppoſita, de qua loquimur, vi turbari quidem ſe ſinit, præteriri non ſinit. Quid ſi aqua ex multo altioribus tubis effluat? Nimirum ea, quæ modo attulimus, experimenta futurum innuunt fore, ut aucto, neque nimis multum, jactus impetu cedat illa tandem, & nihil agat. Verum id conjiciens tantum, & dubitans. Neque enim pro certo affirmare auſim, quod obſervatio non adhuc ſatis compertum fecerit. Quæ autem in dubitando conjiciendoque culpa eſſe poteſt, qui modus?

XVIII. Itaque dubitationem aliam afferre nullus verebor, quæ ob id etiam commode cadit in hunc locum, quod nobis in aliena provincia verſantibus ſufficiat aliquid, unde ornari noſtra aliquo modo poſſit. Eſt autem hujuſmodi. Sunt qui præcipue ad animalem ſecretionem explicandam pulſus adhibent. Attractioni, poſthabito pulſu, primas attribuunt alii. Porro in utraque hypotheſi explicandum eſt maxime, cur quædam ſecernantur prope cor, quæ item ſecernuntur ad extremum pedem, pinguedo exempli cauſſa? quodque eodem recidit, cur non minus eo in loco, quo motus videtur eſſe ſummus, ejuſdem omnino humoris, atque in eo, ubi motus tanto ſit minor, ſecretio fiat? præſertim cum neque flexus, neque anguli, neque artificium adſit aliud quodpiam, ut ſcite animadvertit Morgagnus, quo ſatis major illa motus vis infringatur, ac retardetur. Jam vero quam difficile eſt iis, qui in priori Hypotheſi ſunt, propoſitam quæſtionem explicare! contra vero quam expeditum iis, & facile, qui attractioni favent! Pone capillares tubos ſive in quieſcentem aquam, ſive in eam, quæ magno impetu fluat, immiſſos ejus attrahendæ vim non ammittere. Cur facturas pinguedinem partes non attrahant ſecernentes glandularum poruli ſanguini licet modo lenius modo quam celeriter acto commixtas.

XIX. His rebus vix dum ſcriptis, monuit me Baciallius de excogitato a ſe inſtrumento ad Maris altitudinem dimetiendam, quod aliud quodpiam a nobis inventum firmitate longe antecellit, & commodo, Hoochiani vero incommoda, niſi admodum fallor, egregie tollit. Tunc ſane de inſtitutis obſervationibus mihi gaviſus ſum, quod artificio hujuſmodi inveniendo occaſionem dediſſent aliquam. Utrumque, Baciallii ſcilicet, & Hoochii, Tabula quinta exhibet. Verum hac de re accuratius illum diſſerentem audietis, & fuſius.

TABULA I.

EXperimenta demonſtrat, in tubo vitreo ampliori octo pedum habita, ad aſcenſum, atque deſcenſum pertinentia.

TAB. II.

Experimenta oſtendit, quæ eodem ſpectant, habita in tubis pedes quatuor ſupra viginti, ſexdecim, & octo altis.

TAB. III.

Tubum exhibet ex bractea ferrea, & vitro confectum.

A. Feneſtellæ vitreæ.
B. Fuſtes lignei.
Q. Vincula ferrea.
D. Pars mobilis tubi æneì ſtabili adnexa.
G. Diſiuncta.
F F. Tubi eidem adjecti.
R. Columna plumbea.
N. Acus.
Y. Globus apici acus infixus.
E. Infundibuli orificium.
X S. Infundibuli alæ.

TAB. IV.

Vas ligneum repræſentat planum inclinatum pro fundo habens.

P. Altitudo.
N. Longitudo.
S. Cubus ligneus ad ſiſtendos deſcendentes globos.

TAB. V.

Inſtrumenta duo demonſtrat ad Maris altitudinem dimetiendam inventa.

X. Pedunculus ferreus globo affixus.
V. Forceps pedunculum apprehendens.
M. Elater.
L. Pondus.
T. Corpus leve

PAUL-

Glob. ex cera, & plumbo deſcend.	*Pondus*	*Diamet.*	*Spatia percurſa*	*Temp. M.S.*
	ʒ *ii gr. vii.*	*lin.* 8.	8	4
			11	
			14	
			17	
			20	
			23	
			26	
			29	

P.	*D.*	*S. p.*	*T.M.S.*
		8	4
		11	
		13	
		16	
		19	
		22	
		24	
		27	

P.	*D.*	*S. p.*	*T.M.S.*
ʒ *ii.*	*lin.* 7.	9	4
		14	
		19	
		24	
		28	
		33	
		38	
		43	

P.	*D.*	*S. p.*	*T.M.S.*
ʒ *ii. gr. viii.*	*lin.* 6.	9	4
		11	
		14	
		17	
		20	
		23	

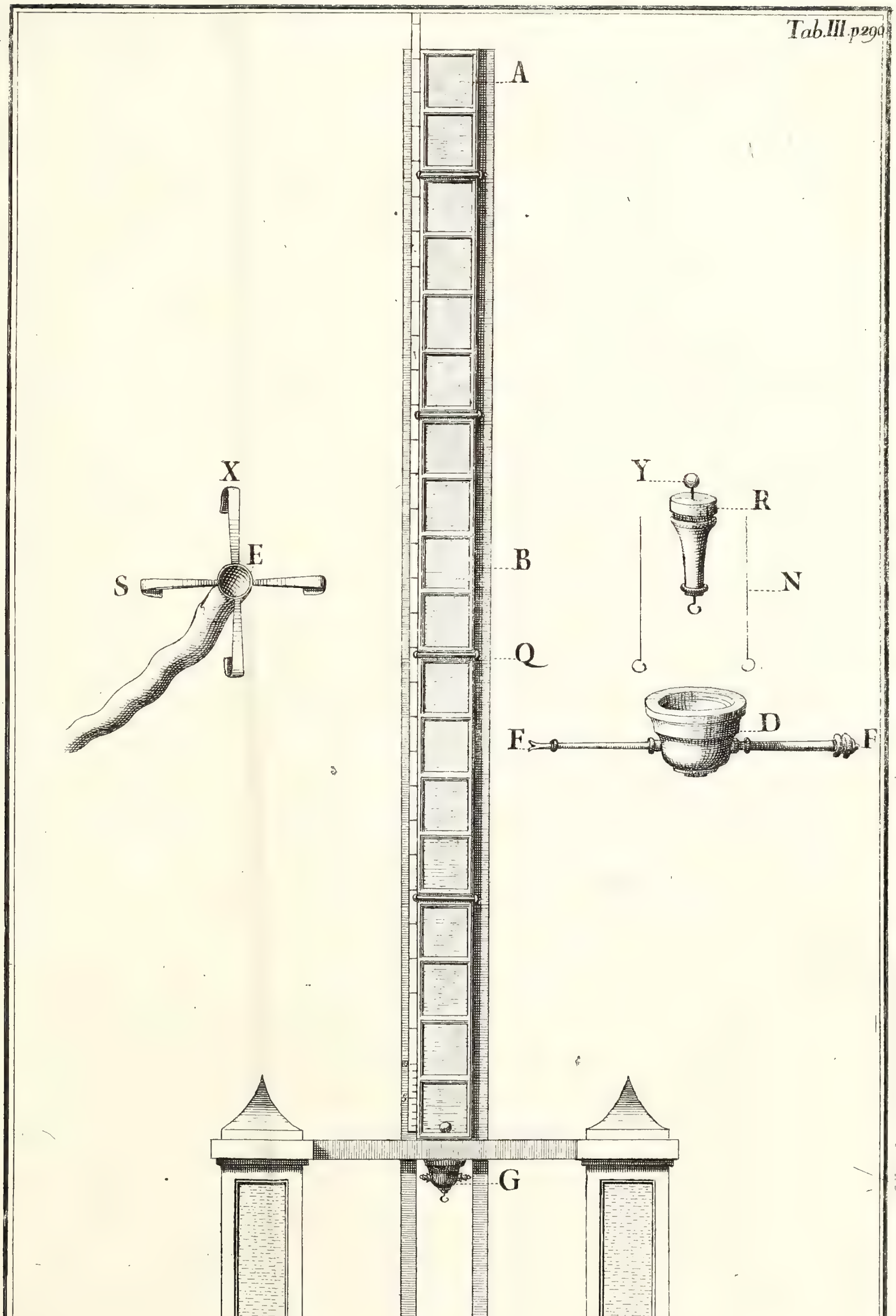
Glob. ex cera, & plumbo deſcend.	*Pondus*	*Diamet.*	*Spatia percurſa*	*Temp. M S.*
	ʒ *iii. ſ. gr. viii.*	*lin. xii.*	8	4
			10	
			12	
			14	
			16	
			18	
			20	
			22	

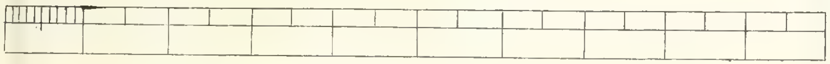
P.	*D.*	*S. p.*	*T.M.S.*
ʒ *iii. gr. iiii.*	*lin.* $9\frac{1}{2}$.	25	11
		25	14
		25	17
		25	20
		25	23
		25	26
			29

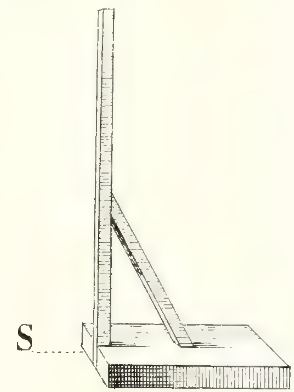
P.	*D.*	*S. p.*	*T.M.S.*
ʒ *iii. F. i.*	*lin.* 9.	25	7
		25	10
		25	13
		25	17
		25	20
		25	25
			28

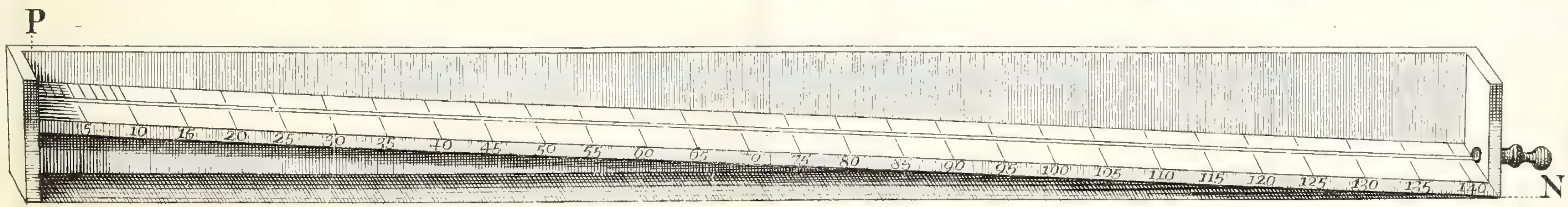
Glob. ex cera, & plumbo aſcend.	*P.*	*D.*	*S. p.*	*T.M.S.*
	ʒ *i.*	*lin.* $7\frac{1}{2}$.	25	6
			25	11
			25	16
			25	21
			25	26
				32

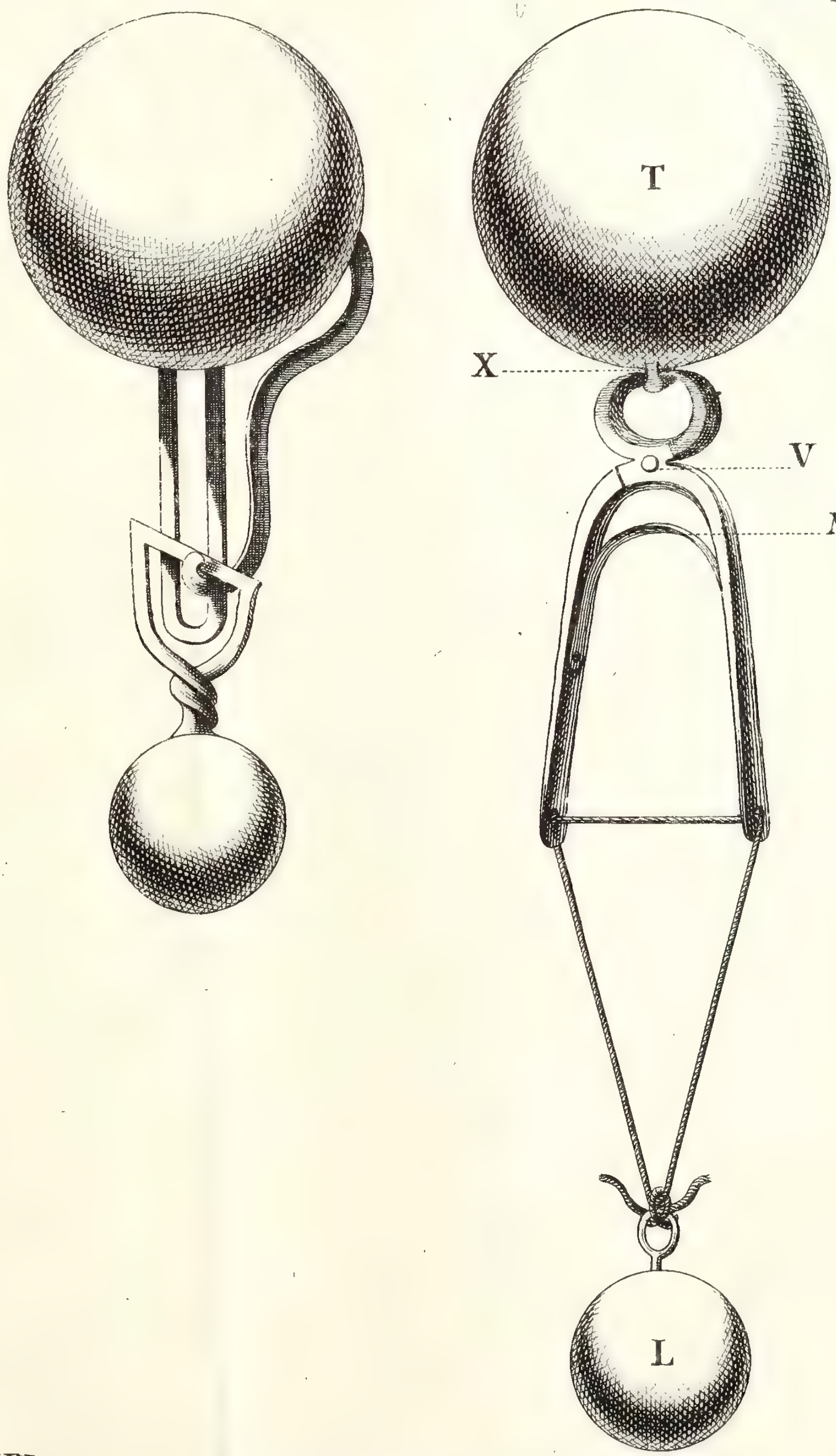
		Tub. 24. pedum	*ſexdecim*	*octo*
Glob. ex cera, & plumbo deſcend.	*M. S.*	12	8	4
		15	12	5
Compoſita ex glob. ligneo, & plumbeo	*M. S.*	9	6	3
		12	8	4
Glob. lignei aſcend.	*M. S.*	29	20	10
		30	21	10


A
B
Q
G
X
E
S
Y
R
N
D
F
F




S


P
5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85 90 95 100 105 110 115 120 125 130 135 140
N


T
X
V
M
L

PAULLI FRISII CLERIC. REGUL. S. PAULLI.

De motu Orbium Planetarum.

Moveatur Planeta M in circulari orbita BMb, (*Fig.* 1.) & ſit BFb ipſius projectio in planum orbitæ Planetæ alterius A, Bb linea nodorum utriuſque orbitæ, TA linea ſyzigiarum. Sit inſuper P vis, qua Planeta M alterius Planetæ actione a plano orbitæ ſuæ perpendiculariter diſtrahitur, & ſit $\frac{1}{2}$ MN ſpatium, quod viribus perpendicularibus hiſce omnibus a Planeta M abſolvi poſſet quo tempore deſcribit arcum MM. Quia vires perturbatrices continue agunt per totum arcum MM, ſi accipiatur Mm = MN, erit velocitas projectionis ad velocitatem plano orbitæ perpendicularem ut Mm : MN, adeoque rectangulo MNnm completo, erit Planetæ ſemita Mn. Tota igitur Planetæ orbita circa vectorem radium MT veluti circa axem nutabit, ductaque ex nodo B recta BC ad MT perpendiculari, & ex M in BT perpendiculari alia MZ, erit Mm ad mn, ſive ad MN, ut BC, aut MZ ad arcum, quo punctum B ſupra planum BFb elevabitur. Rurſus erit ſinus inclinationis duarum orbitarum Planetæ attracti, attrahentiſque ad ſinum totum, ut arcus iſte a puncto B circa radium MT deſcriptus ad arcum BL, quo retrocedet nodorum linea. Quod ſi igitur ſinus inclinationis ad ſinum totum ſe habeat ut $\omega : 1$, erit arcus $BL = \frac{MZ.MN}{\omega.Mm}$, & angularis nodorum motus $= \frac{MZ.MN}{\omega.MT.Mm}$.

Quia vero angulus MTB eſt ſumma, aut differentia duorum MTR, RTB, ſive (ducta ex P in Tb perpendiculari alia PG) duorum MTB, TPG, erit ex regulis Trigonometricis $MZ = \frac{MH.PG \mp TH.TG}{MT}$, & neglecto poſteriore termino, qui Planeta ex R ad P, & deinde ad r tranſeunte op-

oppoſitione ſigni deſtruitur, fiet angularis nodorum motus $= \frac{MH . PG . MN}{\omega . MT^2 . Mm}$. Rurſus ſi MD ſit ſinus verſus arcus Mm, erit $\frac{Mm}{MT} = \frac{2MD}{Mm}$, eritque 2MD ad MN ut gravitas Planetæ M in centrum T ad vim perturbatricem P. Quare ſi pro ratione PG : MT ſcribatur $\pi : 1$, & quantitates materiæ in Planetis T, & A ſe habeant inter ſe ut M : 1, & ſit $AT = a$, $MT = b$, $MH = \pm x$, gravitas Planetæ M in centrum $T = \frac{M}{b^2}$, ac denique ſit angulus $MTm = \frac{Mm}{MT} = dz$, evadet angularis nodorum motus $= \frac{\pm \pi x . MN . Mm}{\omega . MT^2 . 2MD} = \frac{\pm P . b . \pi x dz}{\omega . M}$.

Ducatur jam ex puncto A (*Fig.* 2.), in planum orbitæ BMb perpendiculum Aa, & ex P in planum BFb perpendiculum PF. Erit $PF = \omega . PG$, $Aa = \frac{\omega . PG . AT}{PT} = \omega \pi a$, $aT = (a^2 - \omega^2 \pi^2 a^2)^{\frac{1}{2}}$, $aM = (aT^2 + MT^2 - 2aT . MH)^{\frac{1}{2}}$ $= (a^2 - \omega^2 \pi^2 a^2 + b^2 \mp 2ax(1 - \omega^2 \pi^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$, & $AM^3 =$ $(a^2 + b^2 \mp 2ax(1 - \omega^2 \pi^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{2}}$. Quare cum ſit $\frac{\omega \pi}{a^2}$ vis, qua punctum T trahitur perpendiculariter plano orbitæ BMb, & vis qua ſimiliter trahitur punctum M ſit $= \frac{\omega \pi a}{AM^3}$, erit duarum virium differentia, nimirum vis perpendiculariter diſtrahens Planetam M ab orbitæ ſuæ plano $= \frac{\omega \pi a}{(a^2 + b^2 \mp 2ax(1 - \omega^2 \pi^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{2}}}$ $- \frac{\omega \pi}{a^2}$, & angularis nodorum motus evadet $=$

$$\frac{\pm \pi^2 abxdz}{M . (a^2 + b^2 \mp 2ax(1 - \omega^2 \pi^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{2}}} \quad \frac{\pm \pi^2 bx}{Ma^2}.$$

Si Planetæ attrahentis diſtantia præ radio vectore orbitæ adeo ſit magna ut poſſint negligi altiores radii ipſius poteſtates, erit $AM^3 = a^3 \mp 3a^2 x(1 - \omega^2 \pi^2)^{\frac{1}{2}}$, & angularis nodorum motus $= \frac{3\pi^2 bx^2}{M . a^3}(1 - \omega^2 \pi^2)^{\frac{1}{2}} . dz$. Hic caſus Lunæ eſt, quæ a Sole perturbatur. Quare ſi nodi Lunaris orbitæ in qua-

quadraturis Solis, & Luna ipſa in ſyzigiis reperiatur, ſcilicet ſi ſit $x = b$, & $\pi = 1$, nodorum motus fiet maximus, & $= \frac{3b^3}{M.a^3}(1-\omega^2)^{\frac{1}{2}}.dz$, & cum ſit inclinatio Lunaris orbitæ ad Eclipticam $5^\circ\ 9^I$ circiter, & motus horarius Lunæ $32,941057^I$, & ſit inſuper $\frac{b}{a^3} : \frac{M}{b^2} = 1 : 178,725$ per Prop. 26. lib. 3. Princ. Mathem. Newtoni; erit motus horarius maximus nodorum Lunæ $33^{II}\ 2^{III}\ 48^{IV}\ 37^{V}$. Deinde ſi aſpectus Solis, & nodorum idem permaneat, & Luna a ſyzigiis tendat ad quadraturas, horarius nodorum motus minuetur in duplicata ratione ſinus diſtantiæ a quadraturis ipſis: & quia ſumma omnium x^2 dimidia eſt ſummæ totidem b^2, motus medius nodorum integra Lunæ revolutione dimidius erit motus maximi in ſyzigiis, ſcilicet $= \frac{3b^3}{2M.a^3}.(1-\omega^2)^{\frac{1}{2}}.dz = 16^{II}\ 31^{III}\ 24^{IV}\ 18^{V}$. Denique ſi alii atque alii nodorum, Solisque aſpectus ſe excipiant, accepto medio mediorum omnium, & pro π^2 ſcribendo $\frac{1}{2}$, erit pro loco quolibet nodorum Solis, & Lunæ, motus vere medius nodorum $= \frac{3b^3}{4M.a^3}.(1-\frac{1}{2}\omega^2)^{\frac{1}{2}}.dz$, ſcilicet propter modicam Lunaris orbitæ inclinationem fere dimidius prioris motus, & $= 8^{II}\ 15^{III}\ 42^{IV}\ 9^{V}$.

In Terra vero, Jove, Saturno, & Planetis aliis negligi quidem poterunt orbitarum inclinationes, & æquationes aliæ, quibus Newtonus, & Walmeslejus problema horarii nodorum Lunarium motus ab orbita circulari ad ellipticam traduxerunt; ſed ob majorem diſtantiarum rationem plures accipiendi erunt termini illius ſeriei, in quam fractio $\frac{1}{(a^2+b^2\mp 2ax)^{\frac{3}{2}}}$ reſolvitur: quod facili negotio præſtabitur ſi in Newtoniana ſerie $(P+PQ)^{\frac{m}{n}} = P^{\frac{m}{n}} + \frac{m}{n}AQ + \frac{m-n}{2n}BQ$ &c. fiat $m = -3$, $n = 2$, $P = a^2$, $Q = \frac{b^2}{a^2} \mp \frac{2x}{a}$. Hoc enim poſito ſi ad eos uſque terminos ſit deveniendum, in quibus quantitates b, & x quomodocumque inter ſe mixtæ ſeptimam dimenſionem

nem non ſuperent, erit

$$P^{\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^3} = A$$

$$\frac{m}{n} AQ = \pm \frac{3x}{a^4} - \frac{3b^2}{2a^5} = B$$

$$\frac{m-n}{2n} BQ = \frac{15x^2}{2a^5} \mp \frac{15b^2x}{2a^6} + \frac{15b^4}{8a^7} = C$$

$$\frac{m-2n}{3n} CQ = \pm \frac{35x^3}{2a^6} - \frac{105b^2x^2}{4a^7} \pm \frac{105b^4x}{8a^8} - \frac{35b^6}{16a^9} = D$$

$$\frac{m-3n}{4n} DQ = \frac{315x^4}{8a^7} \mp \frac{315b^2x^3}{4a^8} + \frac{945b^4x^2}{16a^9} \mp \frac{315b^6x}{16a^{10}} = E$$

$$\frac{m-4n}{5n} EQ = \pm \frac{693x^5}{8a^8} - \frac{3465b^2x^4}{16a^9} \pm \frac{3465b^4x^3}{16a^{10}} = F$$

$$\frac{m-5n}{6n} FQ = \frac{3003x^6}{16a^9} \mp \frac{9009b^2x^5}{16a^{10}} = G$$

$$\frac{m-6n}{7n} GQ = \pm \frac{6435x^7}{16a^{10}}.$$

Ita vires perturbatrices exprimentur ſeriebus, quæ ſatis pro natura problematis convergent, ſi de Planetis inferioribus agatur, qui perturbantur a ſuperioribus, & ſit $a > b$. Quod ſi ſuperiores Planetæ ipſi ab inferioribus perturbentur, & ſit $b > a$, ſeries convertere oportebit, & in numeratores Planetæ attrahentis diſtantia a centro rejicienda erit, & diſtantia Planetæ attracti in denominatores. Quod ſi igitur fiat $P = b^2$, $Q = \frac{a^2 \mp 2ax}{b^2}$, atque in denominatoribus ſingulis ſuperioris ſeriei ponatur b^3 loco a^3, in numeratoribus vero $\frac{a^2}{b^2}$ loco $\frac{b^2}{a^2}$, & $\mp \frac{2ax}{b^2}$ loco $\mp \frac{2ax}{a^2}$, emerget ſeries, quæ vires perturbatrices Planetæ inferioris exprimet, neglectiſque terminis omnibus, in quibus Planetæ attrahentis diſtantia ſuperat ſeptimam dimenſionem, prodibit $\frac{1}{(a^2 + b^2 \mp 2ax)^{\frac{3}{2}}}$

=

$$= \frac{1}{b^3}$$

$$\pm \frac{3ax}{b^5} - \frac{3a^2}{2b^5}$$

$$+ \frac{15a^2x^2}{2b^7} \mp \frac{15a^3x}{2b^7} + \frac{15a^4}{8b^7}$$

$$\pm \frac{35a^3x^3}{2b^9} - \frac{105a^4x^2}{4b^9} \pm \frac{105a^5x}{8b^9} - \frac{35a^6}{16b^9}$$

$$+ \frac{315a^4x^4}{8b^{11}} \mp \frac{315a^5x^3}{4b^{11}} + \frac{945a^6x^2}{16b^{11}} \mp \frac{315a^7x}{16b^{11}}$$

$$\pm \frac{693a^5x^5}{8b^{13}} - \frac{3465a^6x^4}{16b^{13}} \mp \frac{3465a^7x^3}{16b^{13}}$$

$$+ \frac{3003a^6x^6}{16b^{15}} \mp \frac{9009a^7x^5}{16b^{15}}$$

$$\pm \frac{6435a^7x^7}{16b^{17}}.$$

Ducantur modo ſinguli ſerierum termini in $\frac{\pm \pi^2 abxdz}{M}$, & negligantur qui ambiguo ſigno in adverſis locis ſe deſtruunt. In primo caſu Planetæ attrahentis ſuperius poſiti angularis motus nodorum Planetæ alterius inferioris æquabitur $\frac{\pi^2 bdz}{M}$ ducto in $\frac{3x^2}{a^3} - \frac{15b^2x^2}{2a^5} + \frac{35x^4}{2a^5} + \frac{105b^4x^2}{8a^7} - \frac{315b^2x^4}{4a^7} + \frac{693x^6}{8a^7} - \frac{315b^6x^2}{16a^9} + \frac{3465b^4x^4}{16a^9} - \frac{9009b^2x^6}{16a^9} + \frac{6435x^8}{16a^9}$. In caſu altero ſuperioris Planetæ, qui ab inferiore perturbetur, angularis motus nodorum æqualis erit $\frac{\pi^2 a^2 dz}{M}$ ducto in $\frac{2x^2}{b^4} - \frac{15a^2x^2}{2b^6} + \frac{35a^2x^4}{2b^8} + \frac{105a^4x^2}{8b^8} - \frac{315a^4x^4}{4b^{10}} + \frac{693a^4x^6}{8b^{12}} - \frac{315a^6x^2}{16b^{10}} + \frac{3465a^6x^4}{16b^{12}} - \frac{9009a^6x^6}{16b^{14}} + \frac{6435a^6x^8}{16b^{16}}$.

Por-

Porro ſi ſit ds elementum peripheriæ, & radius ad peripheriam ſe habeat ut $1 : \Delta$, erit $\int x^2 ds = \frac{1}{2} b^3 \Delta$. Eſt autem generatim $\int x^{2m} ds = \frac{2m-1}{2m} . b^2 \int x^{2m-2} ds - \frac{1}{2m} . b (b^2 - x^2)^{\frac{1}{2}} . x^{2m-1}$, & poſito $b^2 - x^2 = 0$, eſt $\int x^{2m} ds = \frac{2m-1}{2m} . b^2 \int x^{2m-2} ds$. Fiet igitur $\int x^4 ds = \frac{3}{8} b^5 \Delta$, $\int x^6 ds = \frac{5}{16} b^7 \Delta$, $\int x^8 ds = \frac{35}{128} b^9 \Delta$ *ec.* & ſi ſumma omnium x^2, x^4, x^6, x^8 dividatur per circularem peripheriam $b\Delta$ prodibit medius poteſtatum earumdem valor $\frac{1}{2} b^2$, $\frac{3}{8} b^4$, $\frac{5}{16} b^6$, $\frac{35}{128} b^8$, quo ſcilicet valore per totam peripheriam uniformiter continuato æqualis ſumma conficeretur. Quod ſi denique valores iſti in duabus antecedentibus ſeriebus ſuo loco ſinguli ſubſtituantur, prodibit nodorum motus, qui tota Planetæ attracti revolutione medius cenſeri poſſet, ubi Planeta attrahens datum orbitæ ſuæ locum, datumque aſpectum cum nodis ipſis immutabiliter tueretur.

Itaque ſi Planeta quiſpiam inferior a ſuperiore perturbetur, medius motus nodorum utriuſque orbitæ, qui dato ſuperioris Planetæ loco integra inferioris Planetæ revolutione reſpondebit, æqualis erit $\frac{\pi^2 bdz}{M}$ ducto in $\frac{3b^2}{2a^3} - \frac{15b^4}{4a^5} + \frac{105b^4}{16a^5}$

$$+ \frac{105b^6}{16a^7} - \frac{945b^6}{32a^7} + \frac{3465b^6}{128a^7} - \frac{315b^8}{32a^9} + \frac{10395b^8}{128a^9} - \frac{45045b^8}{256a^9}$$

$$+ \frac{225225b^8}{2048a^9} = \frac{\pi^2 bdz}{M} \left(\frac{3b^2}{2a^3} + \frac{45b^4}{16a^5} + \frac{525b^6}{128a^7} + \frac{11025b^8}{2048a^9}\right) =$$

$\frac{3\pi^2 b\ dz}{2Ma^3} \left(1 + \frac{15b^2}{8a^2} + \frac{175b^4}{64a^4} + \frac{3675b^6}{1024a^6}\right)$. Dato pariter inferioris Planetæ loco, motus medius nodorum Planetæ ſuperioris æqualis erit $\frac{\pi^2 a^2 dz}{M}$ ducto in $\frac{3b^2}{2b^4} - \frac{15a^2}{4b^4} + \frac{105\ {}^2}{16b^4} +$

$$\frac{105a^4}{16b^6} - \frac{945a^4}{32b^6} + \frac{3465a^4}{128b^6} - \frac{315a^6}{32b^8} + \frac{10395a^6}{128b^8} - \frac{45045a^6}{256b^8} +$$

$$\frac{225225a^6}{2048b^6} = \frac{3\pi^2 a^2 dz}{2Mb^2} \left(1 + \frac{15a^2}{8b^2} + \frac{175a^4}{64b^4} + \frac{3675a^6}{1024b^6}\right).$$

Ut habeatur motus vere medius nodorum pro aſpectu quolibet Planetæ attracti, attrahentiſque, medium mediorum omnium motuum accipere oportebit, & Newtoniano more

pro

pro π^2 ſcribere $\frac{5}{2}$. Et quidem Terræ, aliorumque inferiorum Planetarum reſpectu Jovis idem fere eſt caſus qui Lunæ reſpectu Solis. Luna enim a ſyzigiis digreſſa poſt integram revolutionem paulo minus quam uno ſigno a priore loco diſſitum Solem invenit. Integra autem Terræ revolutione ſignum unum percurrit Jupiter, & Veneris, ac Mercurii tanta eſt velocitas, ut præ ipſis prcgreſſus Jovis ſingulis revolutionibus poſſit omnino negligi. In Planetis aliis, ac potiſſimum ſuperioribus, qui ab inferioribus perturbantur, ob aliam proportionem velocitatum, diſpar caſus videri poſſet. Quia vero motus nodorum Planetæ cujuſcumque eſſet maximus ſi Planeta alius perturbans ſemper in quadraturis nodorum reperiretur, nullus ſi in nodis ipſis, mediocris ſi in octantibus, & ubique proportionalis quadrato ſinus diſtantiæ a nodis; patet nodorum motum vere mediocrem quam proxime haberi ſemper colligendo motus omnes, & ſummam per orbitæ perimetrum dividendo. Itaque pro aſpectu quolibet Planetarum, nodorumque inter ſe, erit motus vere medius nodorum, in Planetis quidem inferioribus $= \frac{3b^3\,dz}{4Ma^3}\left(1 + \frac{15b^2}{8a^2} + \frac{175b^4}{64a^4} + \frac{3675b^6}{1024a^6}\right)$, in ſuperioribus autem $= \frac{3a^2\,dz}{4Mb^2}\left(1 + \frac{15a^2}{8b^2} + \frac{175a^4}{64b^4} + \frac{3675a^6}{1024b^5}\right)$.

Hæ formulæ cum iis congruunt, quas tradideram to. 2. variarum Diſſertationum lib. 1. cap. 3. de inæqualitatibus Planetarum. Hic vero ſeries paulo aliter ſunt erutæ, & ad quartum uſque terminum productæ. Quod ſi accipiatur $dz = 360^\circ$, & ſint T, t periodica tempora Planetæ ſuperioris, inferiorisque, ob $a^3 : b^3 = T^2 : t^2$, & $a : b = T^{\frac{2}{3}} : t^{\frac{2}{3}}$, evadet integra inferioris Planetæ revolutione nodorum motus $= \frac{3t^2 \cdot 360^\circ}{4M \cdot T^2}\left(1 + \frac{15t^{\frac{4}{3}}}{8T^{\frac{4}{3}}} + \frac{175t^{\frac{8}{3}}}{64T^{\frac{8}{3}}} + \frac{3675t^4}{1024T^4}\right)$ integra autem revolutione Planetæ ſuperioris nodorum motus inferioris ipſius Planetæ augendus erit in ratione $t : T$, erit ſcilicet $= \frac{3t \cdot 360^\circ}{4M \cdot T}$

$(1 + \frac{15 t^{\frac{4}{3}}}{8 T^{\frac{4}{3}}} + \frac{175 t^{\frac{8}{3}}}{64 T^{\frac{8}{3}}} + \frac{3675 t^4}{1024 T^4})$. Ita ſeries hujuſmodi convenient etiam cum aliis Cl. Sylvabellii. Vide illuſtre opus de variationibus Planetarum num. 135., & 195. In Planetis ſuperioribus, inferiorum actione, evadet nodorum motus =

$$\frac{3 t^{\frac{4}{3}} . 360^{\circ}}{4 M . T^{\frac{4}{3}}} (1 + \frac{15 t^{\frac{4}{3}}}{8 T^{\frac{4}{3}}} + \frac{175 t^{\frac{8}{3}}}{64 T^{\frac{8}{3}}} + \frac{3675 t^4}{1024 T^4}).$$

Ut ſeries, accuratius quam fieri poteſt, caſibus ſingulis aptemus Planetarum ſuperiorum, inferiorumque, primo maſſarum ratio ſtatuenda eſt. Quantitates materiæ in Sole, Terra, Jove, & Saturno ſunt inter ſe ut 1, $\frac{1}{169282}$, $\frac{1}{1067}$, $\frac{1}{3021}$, ſive ut 10000, 0.059, 9.37, 3.31 juxta Prop. 8. lib. 3. Principiorum Newtoni editionis Londinenſis anni 1726. Newtonus vero ſemidiametrum orbitæ quarti Jovis Satellitis e Sole viſæ ſtatuit 8′ 16″, quam Caſſinus in elementis Aſtronomiæ 8′ 45″ eſſe voluit. Hac correctione adhibita Cl. Boſcovichius, aliiſque calculi elementis ex Caſſino ipſo depromptis maſſas Jovis, & Saturni ſtatuit 11. 121, 3.029. Newtonus in editione Amſtelodamenſi anni 1714 ſtatuit maſſas ipſas 9. 68, 4. 15, & Graveſandius in poſtrema editione 9.305, 3.25.

His poſitis ſi definiendus ſit motus nodorum orbitæ Jovis, qui ex attractione Saturni oritur, fiat $\frac{1}{M} = \frac{3029}{10000000}$, $a = 95$, $b = 52$, $dz = 360^{\circ} = 1296000''$. Erit primus terminus ſeriei, quæ motum ipſum definit $= \frac{1}{26841} . 1296000'' = 49''$ circiter. Primus ſeriei terminus ad ſecundum ſe habebit ut $8 a^2 : 15 b^2 = 1805 : 1014$, & fiet ſecundus terminus $= 27''$. Secundus ſe habebit ad tertium ut $72 a^2 : 105 b^2 = 5415 : 2366$, unde ipſe tertius terminus evadet $= 12''$. Tertius ſe habebit ad quartum ut $16 a^2 : 21 b^2 = 9025 : 3549$, & fiet quartus terminus = 5″, & ſerie celeriter decreſcente cenſeri poterit ſingulis Jovis revolutionibus quæſitus nodorum motus = 93″, & annis ſingulis 8″ circiter. Si Saturni maſſa cum Newtono ſtatuatur 3.31, annuus nodorum motus evaderet fere 9″. Eadem methodo annuus motus nodorum Martis, & Veneris in plano orbi-

tæ Jovis, qui Jovis actione gignitur, eruetur 17″, & 4″. Hi motus fixarum reſpectu cum ſint retrogradi, cumque annis ſingulis puncta Æquinoctialia regrediantur circiter 51″, fiet annua progreſſio nodorum orbitæ Jovis cum plano orbitæ Saturni, atque orbitarum Martis, & Veneris cum orbita Jovis, reſpectu punctorum Æquinoctialium 42″, 34″, & 47″.

Pariter ſi a Planetis inferioribus tranſeamus ad ſuperiores, & fiat $\frac{1}{M} = \frac{11121}{10000000}$, prodibit primus terminus ſeriei, quæ motum periodicum nodorum orbitæ Saturni cum plano orbitæ Jovis ex Jove ipſo ortum exprimet $= \frac{90213552}{361000000} \cdot 1296'' = 324\frac{3}{4}''$: & cum primus terminus ſe habeat ad ſecundum ut 1805 : 1014, ſecundus ad tertium ut 5415 : 2366, tertius ad quartum ut 9025 : 3549, fiet ſecundus terminus = 182″, tertius = 79″, quartus = 32″, & terminis celerius quam pro ratione dupla decreſcentibus, motus omnis nodorum una Saturni revolutione rotundo numero cenſeri poterit = 630″, & annis ſingulis = 21″. Si maſſa Jovis cum Newtono ſtatuatur 9. 37, evadet motus ipſe annuus = $17\frac{2}{3}''$ fixarum reſpectu, & reſpectu punctorum Æquinoctialium 33″.

Cl. Eulerus in celebri diſſertatione de inæqualitatibus Jovis, & Saturni, quæ anno 1748 a Pariſienſi Academia præmium retulit, §. LXXXVII. motum annuum nodorum orbitæ Saturni in plano orbitæ Jovis ſtatuit 18″ fixarum reſpectu, & reſpectu punctorum Æquinoctialium 33″. Deinde §. XC. motum annuum nodorum orbitæ Jovis cum plano orbitæ Saturni, atque orbitarum Martis, & Veneris cum orbita Jovis ſtatuit fixarum reſpectu 10″, 16″, 4″. Tum etiam animadvertit ſic definitos motus nodorum Saturni, & Martis in plano orbitæ Jovis cum tabulis Aſtronomicis Caſſini apprime congruere. Verum, ut notat Caillius num. 516. Lectionum Aſtronomicarum, cum qui ante ſæculum decimum ſextum floruerunt Aſtronomi, perpaucas nobis, & parum accuratas obſervationes de nodorum motu reliquerint, difficile admodum eſt motus ipſos obſervationibus ſic definire ut pateat, qui obſervationum, & theoriæ conſenſus ſit. Nobis ſufficiet hacce in re noſtras, aliaſque Euleri ſupputationes diverſa penitus methodo inſtitutas pro ſuperioribus æque, atque inferioribus Planetis inter ſe invicem adeo convenire.

Modo ut videamus, qui ſit motus Eclipticæ cum planis aliorum Planetarum, & primo cum orbita Saturni, rurſus pro $\frac{1}{M}$ ſcribendum eſt $\frac{3029}{10000000}$, ſtatuendumque $a = 95$, $b = 10$: quo fiet primus terminus ſeriei, quæ annuum nodorum motum determinat $= \frac{9087.1296''}{34295000} = 20\frac{4}{5}''$, & ad ſecundum terminum ſe habebit ut 722 : 15. Quare aliis terminis neglectis, cenſeri poterit motus interſectionum Eclipticæ, atque orbitæ Saturni 21''' annis ſingulis, & integro ſæculo 35''. Si Saturni maſſa ea ſtatuatur, quæ a Newtono definita eſt, evadet æquatio annua nodorum 23''', & ſæcularis æquatio 38''. Pariter ſi ſit $\frac{1}{M} = \frac{11121}{10000000}$, & $a = 52$, erit primus terminus æquationis motus annui nodorum Eclipticæ, & plani orbitæ Jovis $= \frac{33363.1296''}{5624320} = \frac{259930688'''}{562432} = 461'''$, & primus terminus ad ſecundum ſe habebit ut 21632 : 1500, & ſecundus ad tertium ut 64896 : 3500, unde fiet ſecundus terminus 32''', tertius 2''', & tota æquatio 8'' 15''' annis ſingulis, & integro ſæculo 825''. Si maſſa Jovis juxta Newtonum definiatur, erit æquatio annua nodorum 6'' 57''', & ſæcularis æquatio 695''. Si quantitates materiæ in Terra, & Marte voluminibus eſſent proportionales, ſe haberent ſcilicet inter ſe ut 100 : 65, eſſet motus annuus nodorum Eclipticæ cum plano orbitæ Martis 13''': & ſi ſtatuatur quod Eulerus, in Diſſertatione de variationibus latitudinis fixarum, & obliquitatis Eclipticæ, ex Terræ, Jovis, & Saturni analogia veroſimiliter collegerat, denſitates Planetarum omnium inter ſe eſſe in ratione ſubduplicata periodicorum temporum reciproce, fiet motus ipſe 9''' circiter.

Denique ſi accipiantur ſeries aliæ, quæ motum ſuperiorum orbium definiunt, atque eadem in Terra, & Venere materiæ quantitas intelligatur, ſicuti idem volumen eſt, ac fiat $b = 10$, $a = 7$, erit primus terminus æquationis annui motus nodorum ipſius Eclipticæ in plano orbitæ Veneris $= \frac{8673.1296''}{4000000} = 168\frac{1}{2}'''$. Primus autem terminus ad ſecundum ſe habebit ut $8b^2 : 15a^2 = 160 : 147$, & ſecundus ad tertium ut 480 : 343, & tertius ad quartum ut 1600 : 1029. Quare erit ſecundus terminus $= 155'''$, tertius $= 110\frac{1}{4}'''$, quartus $= 71'''$, atque omnes

omnes ſimul = 505‴ = 8″ 25‴, & ſerie celerius ſemper decreſcente cenſeri poterit motus annuus nodorum Eclipticæ, qui ex Venere oritur = 9″. Si denſitas Veneris major eſſet denſitate Terræ in ratione ſubduplicata periodicorum temporum reciproce, ut Eulerus opinabatur in memorata diſſertatione, quæ in Actis Berolinenſis Academiæ anni 1754 legitur, motus idem evaderet = 11″. Quod ſi denique denſitates, quantitateſque materiæ in Terra, & Venere inter ſe eſſent ut 3 : 2, quod Cl. Clairaut in Actis Pariſienſis Academiæ anni 1754, de apparente orbita Solis differens aliis phænomenis aberrationum Terræ ſatis conforme eſſe invenerat, prodiret motus annuus 6″, & ſæcularis motus 600″. Eulerus num. XXII. ſuæ Diſſertationis motum annuum nodorum Eclipticæ cum planis orbitarum Saturni, & Jovis eſſe dixit 22‴, & 6″ 57‴, omnino ut paulo ſuperius a nobis ſtatutum eſt: motum autem nodorum eorumdem cum orbitis Martis, & Veneris definivit 5‴, & 5″ 20‴. Et quidem antea cum nos etiam primos dumtaxat terminos ſupputaremus illius ſeriei, quæ vim perturbatricem Veneris exprimit, ad eamdem Euleri æquationem pro eadem denſitatis hypotheſi devenimus. At prioribus quatuor terminis ſupputatis, & ſubſequentium aliorum aliqua ratione habita, motus annuus interſectionum Eclipticæ cum plano orbitæ Veneris, pro variis denſitatis Veneris hypotheſibus, cenſeri non poteſt minor 9″, 11″, & 6″.

His poſitis ex puncto T, *(Fig. 3)*, elevetur recta TO perpendicularis plano BM*b*, & radio vectori MT æqualis. Manifeſtum eſt angularem motum totius plani circa quamlibet orbitæ diametrum æquari angulari motui rectæ TO. Jam vero, ut dictum eſt, arcus, quo nodus B in plano orbitæ Planetæ alterius retrocedit, ad arcum, quo punctum prioris nodi, plano BM*b* ob vim perturbatricem nutante, deſcribit circa radium MT, ſe habet ut 1 : ω, atque is ipſe arcus ad arcum alium O*o*, quem eodem tempore, eademque plani nutatione perpendicularis erectæ extremum O circa eumdem radium deſcribit, & ut BC : TO, ſive ut MZ : TO. Cum ergo motus puncti O ſecundum lineam TQ radio ipſi normalem fiat, & minimo quocumque tempore veluti rectilineus, & rectæ TQ parallelus ſpectari poſſit, ſi in alios motus ſecundum directiones alias reſolvatur, prodibit motus rectæ TO, & totius plani BM*b* circa alios vectores radios.

Ita

Ita ſi motus plani circa nodorum lineam requiratur, quo ſcilicet inclinatio orbitarum Planetæ attracti, attrahentiſque aut imminuitur, aut augetur, ducatur recta VT rectæ BT, & recta QD rectæ VT perpendicularis. Quia, ob rectos angulos QTM, VTB, æquales ſunt anguli QTD, MTZ, erit motus omnis puncti O ſecundum TQ conceptus, ad motum qui ſecundum TD fiet, & quo planum BMb circa nodorum lineam Bb nutabit, ut TQ : TD = MT : TZ, & compoſitis rationibus erit angularis motus nodorum ad variationem inclinationis orbitæ ut MZ : ω.TZ. Eſt autem Tv = TH $\mp$ Hv = TH $\mp \frac{TG.MH}{PG}$, & PT : PG = Tv : TZ. Quare erit $\pm TZ = \pm \frac{TH.PG}{PT} - \frac{TG.MH}{PT}$, &, priore termino de more ommiſſo, erit angularis motus nodorum ad motum variatæ inclinationis ut $\frac{PG.MH}{PT} : - \frac{\omega.TG.MH}{PT} = \pi : - \omega.(1 - \pi^2)^{\frac{1}{2}}$.

Si Planeta quiſpiam ſuperior integra inferioris Planetæ revolutione datum locum ſervaret eſſet variatio media inclinationis orbitæ ipſius inferioris $= - \frac{3\omega\pi(1 - \pi^2)^{\frac{1}{2}}.b^3 dz}{2Ma^3}$ $(1 + \frac{15b^2}{8a^2} + \frac{175b^4}{64a^4} + \frac{3675b^6}{1024a^6})$, atque eſſet variatio eadem $= - \frac{3\omega\pi(1 - \pi^2)^{\frac{1}{2}}.a^2 dz}{2Mb^2}$ $(1 + \frac{15a^2}{8b^2} + \frac{175a^4}{64b^4} + \frac{3675a^6}{1024b^6})$ ſi Planeta attrahens ſtatueretur inferior quam qui attrahitur: nimirum in caſu utroque inclinationis variatio eſſet nulla ſi Planeta attrahens aut in quadraturis nodorum, aut in ipſa nodorum linea reperiretur, & in octantibus nodorum maxima evaderet. Quod ſi attrahens idem Planeta in orbe ſuo moveri intelligatur, & a linea nodorum tendat ad quadraturas minuetur inclinatio duorum orbium in ratione compoſita ſinus, & coſinus diſtantiæ a nodis. Deinde dum a quadraturis Planeta attrahens tendet ad nodum alterum, rectangulum $\pi(1 - \pi^2)^{\frac{1}{2}}$ fiet negativum, augebiturque iiſdem gradibus inclinatio, quibus antea imminuebatur, ac reſtituetur in ſtatum priſtinum. Denique quia ſumma omnium $\pi(1 - \pi^2)^{\frac{1}{2}}$ per inte-

integrum quadrantem eſt $\frac{1}{2}$, & ſummam ipſam per quadrantem circuli, ſive $\frac{1}{4}\Delta$ dividendo fit $\frac{2}{\Delta}$ valor medius rectanguli $\pi(1-\pi^2)^{\frac{1}{2}}$, erit vera media variatio inclinationis $= -\frac{3\omega b\ dz}{\Delta M a^3}\left(1+\frac{15b^2}{8a^2}+\frac{175b^4}{64a^4}+\frac{3675b^6}{1024a^6}\right)$ ſi Planeta attrahens ſit ſuperior, & ſi ipſe inferior ſtatuatur, erit $= -\frac{3\omega a^2\, dz}{\Delta M b^2}\left(1+\frac{15a^2}{8b^2}+\frac{175a^4}{64b^4}+\frac{3675a^6}{1024b^6}\right)$. Si prioris formulæ ſecundus terminus, aliique ſubſequentes omnes negligantur, idem Lunæ caſus habebitur, & Propoſitio 34. Princip. Mathem. Newtoni cum ſuis corollariis unica formula continebitur, quemadmodum cap. 4. lib. 1. de inæqualitatibus Planetarum ſingillatim jam explicavimus.

Quod ſi ex dato motu nodorum Eclipticæ cum orbitis aliorum Planetarum eruenda ſit variatio inclinationis Eclipticæ, & Æquatoris, ſit rurſus, (*Fig.* 4), B*b* linea nodorum, B nodus aſcendens orbitæ Planetæ alterius, P*p* interſectio Eclipticæ, & Æquatoris, R*r* linea ſolſtitiorum, ducanturque ex M, & Q, MN, & Q*g* perpendiculares rectis P*p*, R*r*. Erit ex modo dictis, nodi B motus in plano orbitæ Planetæ alterius ad motum poli Eclipticæ circa radium MT, & ſecundum TQ, ut MZ : ω. MT. Motus autem ſecundum TQ erit ad motum, qui ſecundum lineam T*g*, & circa lineam P*p* fiet, quo ſcilicet inclinatio Eclipticæ, & Æquatoris variabitur ut TQ : T*g*, ſive ut TM : TN. Itaque erit nodorum motus ad variationem inclinationis ut MZ : ω. TN, ſive ut MZ : $\frac{\omega . MZ . BX \pm \omega . TZ . TX}{MT}$, ſive demum ob ſigni ambiguitatem neglecto altero termino ut MT : ω. BX.

Si nodus aſcendens B ſit in ſignis Borealibus Eclipticæ, punctum idem Eclipticæ, in quo eſt nodus, regredi non poterit in plano orbitæ Planetæ alterius niſi excurrendo Auſtrum verſus, hoc eſt Æquatori propius accedendo: contra vero ſi in ſignis Borealibus reperiatur nodus deſcendens, a quo ſcilicet ultra Eclipticam Planeta verſus polum Auſtralem tendit, ſimili retrogradatione idem punctum Eclipticæ recedet ſemper ab Æquatore. Itaque in primo caſu motus inclinationis, qui

fit

fit circa Æquinoctiorum lineam Pp, obliquitatem Eclipticæ imminuet, augebitque in caſu altero. Porro ſæculi hujus initio erant nodi aſcendentes Saturni, & Jovis in ſigno Cancri 21° 13′ 29″, & 7° 29′ 53″, nodus aſcendens Veneris in ſigno Geminorum 13° 59′ 25″, & nodi aſcendentes Martis, & Mercurii in ſigno Tauri 17° 17′ 25″, & 14° 43″, ut in Lectionibus Aſtronomicis Caillii videre eſt. Itaque in ea poſitione orbitarum, quæ modo eſt, conſpirant vires Planetarum omnium ad imminuendam obliquitatem Eclipticæ, & Æquatoris.

Ut imminutionis totius calculum ineamus, ſit motus ſæcularis nodorum Eclipticæ, atque orbitæ Saturni 35″, inclinatio $2\frac{1}{2}$°, cujus ſinus eſt 0,0436, diſtantia vero nodi aſcendentis Saturni a punctis Æquinoctialibus 68° 47′, cujus ſinus eſt 0,9322. Erit tota ſæcularis variatio obliquitatis Eclipticæ, quæ ex viribus Saturni orietur, $1\frac{1}{2}$″ circiter. Pariter ſi ſæcularis motus nodorum Eclipticæ cum orbita Jovis ſtatuatur 825″, inclinatio orbitæ Jovis ad Eclipticam 1° 19′ 30″, cujus ſinus eſt 0, 023, diſtantia nodi aſcendentis a linea Æquinoctiorum $82\frac{1}{2}$°, cujus ſinus eſt 0, 9914449, fiet ſæcularis variatio obliquitatis Eclipticæ $18\frac{4}{5}$″. Si ſæcularis motus nodorum cenſeatur 695″, ut prodiit quantitatem materiæ Jovis eam aſſumendo, quam Newtonus determinaverat, evaderet variatio eadem dumtaxat 15″. Denique ſi ſæcularis motus nodorum cum plano orbitæ Veneris ſit 600″, inclinatio orbitæ 3° 23′ 20″, cujus ſinus 0, 059, longitudo nodi aſcendentis 74° circiter, cujus ſinus 0, 96, fiet ſæcularis variatio obliquitatis 33″, & neglectis ob parvitatem actionibus Martis, & Mercurii, conjunctiſque aliis Veneris, Jovis, & Saturni, tota imminutio inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem cenſeri poterit rotundo numero 50″.

Tycho, aliique Aſtronomi decimi ſexti ſæculi Eclipticæ obliquitatem poſuerunt 23° 31′, ut etiam ferunt Copernici obſervationes, ſi 2′ addantur ob refractionem. Elapſo ſæculo 23° 30′, & 23° 29′ circiter deprehenſa eſt. Ut unam ex obſervationibus omnibus ſeligamus, quæ inſtrumentis melioribus peracta eſt, Flamſteedius menſe Junio anni 1691 altitudinem meridianam, ac Solſtitialem limbi Solis ſuperioris Grenovicii deprehendit 27° 45′ 30″, vel 27° 45′ 35″, limbi vero inferioris 28° 16′ 55″, vel 28° 17′: quarum altitudinum ſumma 56° 2′ 25″, vel 56° 2′ 35″, vel medium Arithmeticum ſumendo

mendo 56° 2′ 30″ biſariam diviſa altitudinem centri ſolaris dabit 28° 1′ 15″, & erroribus inſtrumenti correctis 27° 59′ 10″, & parallaxi demum, ac refractionibus ſupputatis 27° 59′ 37″. Quia igitur in Grenovicienſi obſervatorio Æquatoris diſtantia a vertice eſt 51° 28′ 30″, fiet obſervata Eclipticæ obliquitas 23° 28′ 53″: & quia tunc temporis nodus aſcendens Lunaris orbitæ circa 20° Piſcium reperiebatur, 8″ ſubtrahendo ob nutationem terreſtris axis, fiet obliquitas media 23° 28′ 45″. Quod ſi igitur pro anno 1750 ſtatuatur cum Cl. Caillio obliquitas media 23° 28′ 19″, fiet imminutio obliquitatis 26″ ſingulis annis 59, & integro ſæculo 44″, ut etiam ab eodem Caillio in tabulis Aſtronomicis determinata eſt. Caſſinus in elementis Aſtronomiæ animadvertit imminutionem obliquitatis Eclipticæ, quæ 66 annis reſpondet, ex ſerie plurium obſervationum prodire 30″, ſcilicet uno ſæculo 45½″. Louvilleus in Actis Lipſienſibus anni 1719 ſæcularem imminutionem integri minuti primi eſſe voluit. Unde quæ maſſæ Veneris hypotheſis aliis perturbationum motus terræ phœnomenis conformis Cl. Clairaut viſa eſt, eadem explicandæ imminutioni obliquitatis Eclipticæ par eſſe poteſt. Si obſervationibus vere minor deprehendatur ſæcularis variatio, quam ſuperioribus calculis prodierit, maſſæ etiam Planetarum præ maſſa Solis minores ſtatuendæ erunt.

Poſita Eclipticæ obliquitate 23° 28′ 19″ pro anno 1750 ineunte, fiet exeunte hoc ſæculo obliquitas 23° 27′ 54″, & pro ſæculi initio ponenda erit 23° 28′ 44″. Quo jam ſi nodi aſcendentes Planetarum diſtantias ſuas a punctis Æquinoctialibus ſenſibiliter non mutare intelligantur, ad datum quodcumque aliud tempus obliquitas eadem Eclipticæ ſupputari poterit. Ita 300 annis ante Chriſtum, ſive ætate Pytheæ, fiet obliquitas 23° 45′: unde parum accuratæ obſervationes Pytheæ æſtimari debent, quæ 23° 51′ obliquitatem ipſam faciebant. Albateynii, aliorumque Arabum obſervationes, quæ altiſſimorum Gnomonum ope inſtituebantur, accuratiores cenſendæ ſunt. Albateynius autem inclinationem Eclipticæ ad Æquatorem definivit 23° 35′, & Arabes alii Thebit, & Mahmud annis æræ vulgaris 901, & 992 ipſam ſtatuerunt 23° 33½′, & 23° 32⅓′. Porro exeunte ſæculo nono Eclipticæ obliquitas calculo erueretur 23° 35′. Id theoriæ conforme eſſe Eulerus animadvertit num. XXVI. de obliquitate Eclipticæ: quamvis ante-

cedente numero indicaverit calculum omnem precariæ hypotheſi inniti quod eadem ſemper fuerit inclinatio orbitarum Jovis, & Veneris ad Eclipticam. Et plane ſi inclinatio orbitarum major fuiſſet aliquando quam modo eſt, major etiam prodiiſſet æquatio inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem. Nos vero ſupra obſervavimus inclinationem Eclipticæ cum aliorum Planetarum orbitis modo imminui, modo augeri, & ſtatis temporibus reſtitui in gradum priſtinum, eamdemque manere ſemper, ſaltem quam proxime, inclinationem mediam Eclipticæ cum ipſis orbitis, licet inclinatio Eclipticæ cum Æquatore ſingulis ſæculis fiat minor: unde etiam certius conſtat theoriæ cum obſervationibus Arabum conſenſus.

Quia vero Planetarum nodi, & puncta Æquinoctialia fixarum reſpectu regrediuntur, & punctorum Æquinoctialium reſpectu nodi progrediuntur in conſequentia ſigna Eclipticæ, ſubſequentibus ſæculis ea variationis pars, quæ pendet ex Venere, augeri debet, & ea, quæ ex Jove pendet, imminui, ſicuti elapſis ſæculis contraria ratione, & partem illam minorem, & majorem hanc fuiſſe oportuit. Et licet totum variationis diſcrimen ſæculorum aliquot intervallo ſatis exiguum ſit, ſi tamen longius progrediamur, fiet denique ſenſibile. Ita cum juxta tabulas Aſtronomicas, initio æræ vulgaris, nodus aſcendens Veneris fuerit in ſigno Tauri 19° 20′, & nodus aſcendens Jovis in ſigno Geminorum 13° 58′, ſi inſtituatur ut ſupra calculus, variatio tota obliquitatis Eclipticæ, quæ primo æræ vulgaris ſæculo reſpondet, 6″ circiter minor prodibit, quam quæ reſpondet ſæculo noſtro. Quando autem nodi aſcendentes orbitarum Jovis, & Veneris, quorum vires ad immutandam obliquitatem potiores ſunt, ad Auſtralia ſigna pervenient, augebitur iiſdem gradibus obliquitas, quibus antea imminuta eſt, & integra revolutione reſtituetur in gradum priſtinum. Et cum nodorum eorumdem motus reſpectu punctorum Æquinoctialium ſeptendecim ſæculis fuerit circiter 21°, & 25°, tota revolutio non abſolvetur niſi ſæculis 291, & 245, quorum dimidio augebitur Eclipticæ obliquitas, & dimidio imminuetur.

Si nodus aſcendens Jovis ſemper in primis Cancri punctis reperiretur, maxima obliquitatis Eclipticæ imminutio ex Jove orta evaderet integro ſæculo $= \frac{695'' \cdot 23}{1000} = 16''$ circiter,

&

& ſæculis $145\frac{1}{2} = 2328''$. Pariter ſi nodus aſcendens Veneris in primis Cancri punctis permaneret, actione Veneris Eclipticæ obliquitas uno ſæculo imminueretur $35\frac{2}{3}''$, & $4368''$ ſæculis $122\frac{1}{2}$. Eſt autem ſumma variationum omnium ad ſummam variationum totidem maximarum ut ſumma ſinuum omnium ad ſummam totidem radiorum, vel ut radius ad quadrantem circuli, ſive ut dupla diameter ad peripheriam. Erit igitur tota variatio, quæ ex Jove, & Venere oriri poterit, $25'$, & $46'$, & nodis duorum Planetarum a ſe invicem fere uno ſigno diſtantibus cenſeri poterit limes maxime imminutæ, auctæve obliquitatis Eclipticæ circiter unius gradus. Falſum igitur eſt quod nonnulli, authore Herodoto, atque ex veteri traditione Ægyptiorum aſſeruerunt Eclipticam fuiſſe olim Æquatori circulo perpendicularem, quodque in Actis Lipſienſibus contendebat Louvilleus Eclipticæ obliquitatem ſingulis ſæculis integro minuto ita imminui, ut demum cum Æquatore congruere debeat. Siquidem nec niſi uno gradu major eſſe unquam potuit Eclipticæ obliquitas quam modo eſt, nec niſi uno gradu minor poteſt unquam evadere.

Eodem modo inveniri poterit motus punctorum Æquinoctialium, qui ex Jove, Saturno, & Venere proficiſcitur. In ſolutione enim problematum præceſſionis Æquinoctiorum, nutationis terreſtris axis, aliarumque viciſſitudinum diurni motus, tomo primo diſſertationum variarum, ſupputavimus motus omnes punctorum Æquinoctialium, qui in plano Eclipticæ immobili ob vires Solis, & Lunæ haberi debent. Id autem facile præſtitum a nobis fuit ope illius theorematis, cujus alteram, breviſſimamque demonſtrationem præ manibus habemus, de compoſitione motuum rotationis. At ſi motus punctorum eorumdem ex Planetarum aliorum actione ortus quæratur, manentibus omnibus ut ſupra, erit motus nodi aſcendentis B, (*Fig.* 4) ad motum illum poli Eclipticæ, qui ſecundum rectam TN fiet, & quo tota Ecliptica circa Rr veluti circa axem nutabit, ut $MZ : \omega . Gg = MZ : \omega . MN = BT : -\omega . TX$. Eſt enim $MN = \frac{BX . TZ - MZ . TX}{BT}$. Ita dum Eclipticæ planum circa lineam Rr feretur, puncta P, p a loco prioris plani recedent perpendiculariter, & alia fiet interſectio Eclipticæ, & Æquatoris. Motus autem poli Eclipticæ, & puncti P circa Rr idem erit, & motus puncti P circa Rr

 erit

erit ad motum inde ortum punctorum Æquinoctialium in plano Eclipticæ ut ſinus ad coſinum obliquitatis Eclipticæ, ſive ut tangens obliquitatis Eclipticæ ad ſinum totum. Itaque motus nodi Eclipticæ B in plano orbitæ Planetæ alterius erit ad motum punctorum Æquinoctialium in plano Eclipticæ in ratione compoſita BT : — ω . TX, & tangentis obliquitatis Eclipticæ ad ſinum totum: quod rurſus congruit cum aliis Euleri formulis.

Si nodus aſcendens B ſit inter punctum Æquinoctii verni, & puncta Solſtitialia, TX poſitiva erit, & puncta Æquinoctialia actione Planetæ alterius ferentur contra ordinem ſignorum: contra vero ferentur in conſequentia ſigna Eclipticæ ſi TX fiat negativa, & nodus aſcendens B reperiatur puncta inter Solſtitialia, & punctum Æquinoctii Autumnalis. In ea igitur poſitione orbitarum, quæ modo eſt, actione quidem Saturni, & Jovis imminuetur præceſſio annua Æquinoctiorum, quæ ex Sole, & Luna oritur, actione vero aliorum Planetarum augebitur. Et quia nodi aſcendentes Jovis, & Saturni a punctis Solſtitialibus diſtant $7\frac{1}{2}^{\circ}$, & $21^{\circ}\ 13'$, fiet ſæcularis progreſſio punctorum Æquinoctialium ob vim Planetæ utriuſque $6''$ circiter. Ob vim Veneris retrocedent ſingulis ſæculis circiter $24''$. Quare præ tota regreſſione, quæ ex Sole, & Luna oritur, quæque annis ſingulis eſt circiter $51''$, nimis exigua erit regreſſio ex aliis Planetis orta, quam ut obſervationibus poſſit detegi. Subſequentibus ſæculis minor fiet æquatio, quæ ex Venere, & major quæ ex Jove, & Saturno pendet: utraque vero eamdem periodum habebit, qua variatio obliquitatis Eclipticæ complectitur, niſi quod variationis hujus periodus a punctis Æquinoctialibus, illius vero a punctis Solſtitialibus ſupputari debeat. Antecedentibus ſæculis majorem eſſe oportuit æquationem, quæ ex Venere, & minorem quæ ex duobus aliis Planetis oritur, & differentia omnis ad præceſſionem annuam Æquinoctiorum proportionem ſenſibilem habere aliquando potuit. Ita ſi primo æræ vulgaris ſæculo ſtatuatur Eclipticæ obliquitas $23^{\circ}\ 42'$, prodibit æquationum duarum differentia integro illo ſæculo unius circiter minuti primi.

PAUL-

Fig. 1.

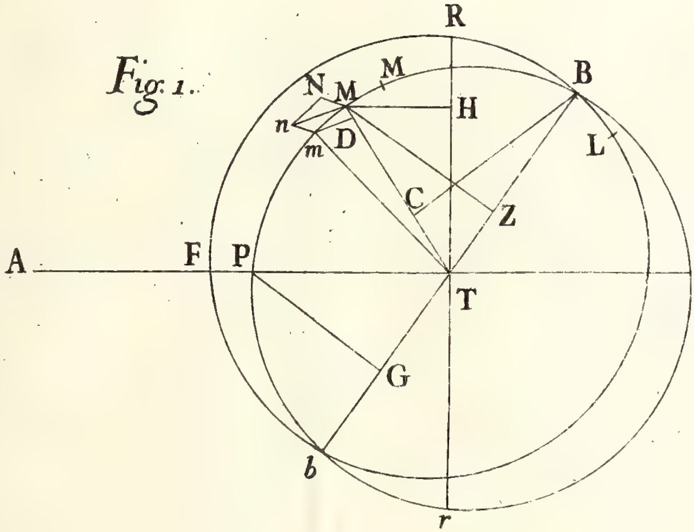


Fig. 3.

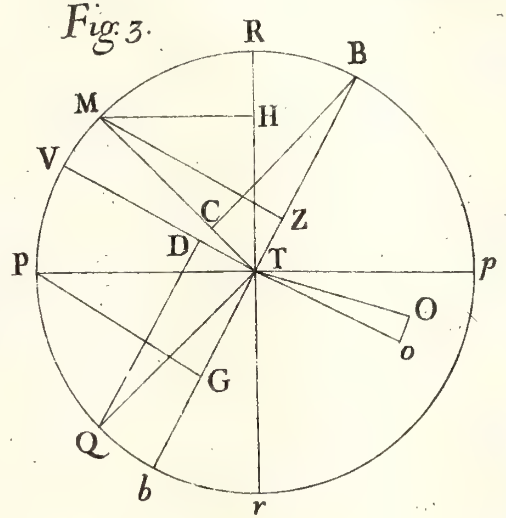


Fig. 2.

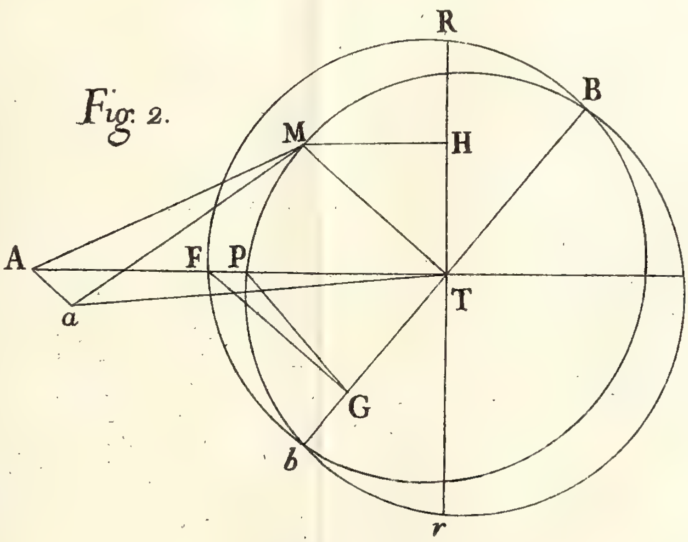
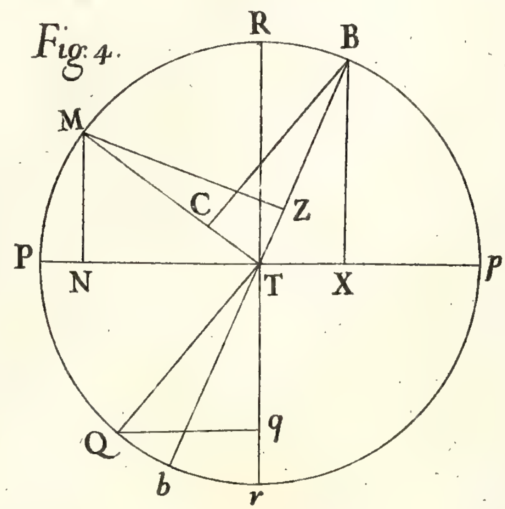


Fig. 4.



PAULLI FRISII CLERIC. REGUL. S. PAULLI.

De acceleratione, & retardatione motus Planetarum.

SI Planeta aliquis C (*Fig.* 1.) in orbita elliptica ZCzC circa focum T revolvatur, & Planeta alius ſtatuatur in loco A, & ſint CH, AO perpendiculares ex C, A ductæ ad CT, & AT; vis qua Planeta C alterius Planetæ actione ſecundum lineam radio vectori CT perpendicularem ſollicitabitur, erit $= \frac{AT.AO}{AT.AC^3} - \frac{AO}{AT^3} = \frac{AT.CH}{CT.AC^3} - \frac{CH}{CT.AT^2} =$
$$\frac{AT.CH}{CT.(AT^2 + CT^2 - 2AT.TH)^{\frac{3}{2}}} - \frac{CH}{CT.AT^2}.$$
Tum ſi fiat ſinus anguli $CTH = \frac{CH}{CT} = y$, coſinus $\frac{TH}{CT} = x$, poſito ſinu toto $= 1$, diſtantia Planetæ attrahentis a foco $TA = a$, ſemiaxis major ellipſeos $DZ = b$, minor $DP = c$, excentricitas $TD = \varphi$, & centro T, ac radio TB, qui æquetur ſemiaxi majori ellipſeos, deſcribatur circulus PBp, ac ſit inſuper $TN = X$; erit ex conicis $TC = \frac{bc^2}{b^2 - \varphi X}$, atque his omnibus valoribus ſubſtitutis ſuo loco ſingulis, evadet vis radio vectori orbitæ ellipticæ perpendicularis
$$= \frac{ay}{\left(a^2 + \frac{b^2c^4}{(b^2-\varphi X)^2} - \frac{2abc^2x}{b^2-\varphi X}\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{y}{a^2}.$$

Quæ ut rite in ſeriem formula evolvatur, cum de Primariis Planetis agitur, ob modicam orbitarum excentricitatem negligi poſſunt quadraticæ, & pluſquam quadraticæ excentricitatis ipſius poteſtates. Scilicet fieri debet $c^2 = b^2 - \varphi^2 = b^2$,
$$\frac{b^2c^4}{(b^2-\varphi X)^2} = \frac{b^6}{b^4 - 2b^2\varphi X} = b^2 + 2\varphi X, \quad \frac{2abc^2x}{b^2-\varphi X} = 2abx +$$

2a

$\frac{2a\phi x X}{b}$. His enim poſitis, ſi pro $a^2 + b^2 - 2abx$ ſcribatur P^2, juxta binomii theorema eruetur vis perpendicularis $= \frac{ay}{P^3} - \frac{y}{a^2} + \frac{3a^2 \phi xyX - 3ab\phi yX}{bP^5}$. Pro Luna vero cum excentricitatis etiam quadrata ſupputare oporteat, ob maximam Solis diſtantiam negligi poterunt termini omnes, in quorum denominatoribus diſtantia eadem ſuperat tertiam dimenſionem: quo fiet vis perpendicularis radio vectori lunaris orbitæ $= \frac{ay}{P^3} - \frac{y}{a^2} + \frac{3a^2\phi^2 xyX^2 - 3a^2b^2\phi^2 xy + 3a^2b^2\phi xyX}{b^3 P^5}$.

Quod ſi inſuper fiat ſinus anguli $ATZ = m$, coſinus $= n$, evadet $\frac{X}{b} =$ cos. $ZTC =$ ſin. ATZ. Cos. $ATC +$ cos. ATZ. Sin. $ATC = my + nx$, & vis omnis perpendicularis radio vectori Planetarum Primariorum erit $= \frac{ay}{P^3} - \frac{y}{a^2} + \frac{(3a^2\phi xy - 3ab\phi y)(my + nx)}{P^5}$. Denique ſi elementum circularis arcus Mm ſit $= dz$ (*Fig.* 2.) erit $ct = \frac{c^2 dz}{b^2 - \phi X} = (1 + \frac{\phi X}{b^2}) dz = (1 + \phi . \frac{my + nx}{b}) dz$ quam proxime: & quia vis acceleratrix ducta in elementum ſpatii æquatur velocitati ductæ in elementum ſuum, ſi velocitas projectionis ſecundum tangentem orbitæ, aut, quod ob affinitatem circuli, & ellipſeos proxime idem eſt, ſecundum lineam radio vectori perpendicularem vocetur V, prodibit $VdV = \frac{aydz}{P^3} - \frac{ydz}{a^2} + \frac{a\phi y(my + nx)dz}{bP^3} - \frac{\phi y(my + nx)dz}{ba^2} + \frac{(3a^2\phi xy - 3ab\phi y)(my + nx)dz}{P^5}$.

Bini priores hujus ſeriei termini, in quibus excentricitas non occurrit, accelerationem, aut retardationem Planetæ exprimeņt in orbita circulari, &, ob $dz = \frac{bdx}{y}$, erit in circulari orbita $VdV = \frac{abdx}{P^3} - \frac{bdx}{a^2}$. Jam vero ſi Planeta attrahens ſit ſuperior, & inferior Planeta a quadratura ad conjunctio-

ſ̈ctionem cum ipſo tendat, hoc eſt ſi x poſitiva ſit, & in denominatore habeatur factum $-2abx$, erit $\frac{1}{P^3} =$

$$\frac{1}{(a^2+b^2-2abx)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a^3} + \frac{3bx}{a^4} - \frac{3b^2}{2a^5} + \frac{15b^2x^2}{2a^5} - \frac{15b^3x}{2a^6}$$

$+ \frac{35b^3x^3}{2a^6}$ &c., ut in diſſertatione altera de motu orbium Planetarum jam dictum eſt. Quod ſi a quadratura ad oppoſitionem tendat Planeta inferior, ſinus x negative accipiendus erit, & immutanda erunt ſigna terminorum, in quibus ſinus ipſe ad dimenſiones imparis gradus aſſurgit. Unde integrando univerſim erit $V^2 = C + \frac{3b^2x^2}{a^3} \mp \frac{3b^3x}{a^4} \pm \frac{5b^3x^3}{a^4} - \frac{15b^4x^2}{2a^5}$ $+ \frac{35b^4x^4}{4a^5}$ &c., ſuperioribus ſignis pro conjunctione valentibus, & inferioribus pro oppoſitione.

Porro ſi maſſa corporis centralis T ad maſſam Planetæ attrahentis A, (*Fig.* I.) ſe habeat ut M : I, & Planeta C per altitudinem r labi intelligatur, erit $V\,dV = \frac{M\,dr}{b^2}$, & lapſu per dimidium radium concepto fiet $V^2 = \frac{M}{b} = C$. Cum igitur in quadraturis, poſito $x = o$, Planetæ velocitas in orbita circulari ea ſit, quæ per dimidium radium labendo vi gravitatis conciperetur, addita eadem quantitate conſtanti C, in conjunctione, & oppoſitione, ob $x = \pm 1$, fiet $V^2 = \frac{M}{b}$ $+ \frac{3b^2}{a^3} \pm \frac{2b^3}{a^4} + \frac{5b^4}{4a^5}$, & velocitas in quadraturis ad velocitatem in ſyzigiis ſe habebit in ratione ſubduplicata $1 : 1 + \frac{b^3}{Ma^3}\left(3 \pm \frac{2b}{a} + \frac{5b^2}{4a^2}\right)$ ſive ut $1 : 1 + \frac{b^3}{2Ma^3}\left(3 \pm \frac{2b}{a} + \frac{5b^2}{4a^2}\right)$ quam proxime, ac denique velocitas eadem in quadraturis erit ad incrementum, aut decrementum velocitatis in conjunctione, aut oppoſitione ut $1 : \frac{b^3}{2Ma^3}\left(3 \pm \frac{2b}{a} + \frac{5b^2}{4a^2}\right)$, ſi dum Planeta C a quadraturis ad ſyzigias progreditur alius Planeta attrahens ſemper conſiſteret in loco A. Quod ſi ipſe etiam

Pla-

Planeta A in circulari orbita moveri intelligatur, tardius Planeta inferior a quadraturis ad ſyzigias perveniet, & a ſyzigiis rurſus ad quadraturas. Atqui erit tempus, quo inferior Planeta angulo quocumque minimo propius accederet ſuperiori in hypotheſi quod ſolus in orbe ſuo moveri pergeret, ad tempus quo æquali angulo accedet propius in hypotheſi quod bini ſimul circa centrum moveantur, ut motus angularis inferioris ipſius Planetæ ad ſummam motuum angularium Planetæ inferioris, & ſuperioris: adeoque vires acceleratrices, & celeritates additæ ſingulis temporibus, & tota celeritatum differentia in ſyzigiis, & quadraturis in hac ipſa ratione augenda erit.

Si maſſæ Saturni, & Solis, & diſtantiæ Saturni, Joviſque a Sole ſumantur illæ, quæ in diſſertatione altera ſtatutæ ſunt, erit velocitas Jovis in quadraturis ad incrementum velocitatis in conjunctionibus Saturni ut $1 : \frac{52^3 . 3,029}{95^3 . 20000} \left(3 + \frac{104}{95} + \frac{5 \cdot 52^2}{4 \cdot 95^2}\right)$ $= 857375 : 128 = 6698 : 1$ circiter. Et ſi ob modicum incrementum velocitatis intelligamus Jovem a circulari orbita ſenſibiliter non recedere, & circa conjunctionem dumtaxat accelerari, & fiat ut $6698 : 1$ ita 90° ad quartum, & quartus numerus proportionalis augeatur in ratione ſummæ angularium motuum Jovis, & Saturni ad motum Jovis, ſive in ratione $\frac{1}{12} + \frac{1}{30} : \frac{1}{12} = 7 : 5$, prodibit, circiter $1\frac{1}{6}'$ pro tota acceleratione areæ circa Solem deſcriptæ a Jove in tranſitu a quadraturis Saturni ad conjunctiones. Caſſinus in conjunctione anni 1743 longitudinem Jovis $2\frac{1}{2}'$ majorem deprehendit quam ferrent tabulæ Aſtronomicæ, & differentiam ipſam majorem cenſuit, quam ut in errores tabularum tota refunderetur. Hinc vero patet ejuſdem differentiæ dimidium fere Saturni actioni eſſe adſcribendum. Simili calculo patebit velocitatem Martis in quadraturis eſſe ad incrementum velocitatis in conjunctionibus Jovis ut $20087 : 1$, & $6 : 7$ conjunctim, quæ ratio nimis exigua eſt, quam ut Aſtronomicis obſervationibus velocitatis differentia poſſit detegi. Et plane in conjunctione anni 1727 nihil Euſtachius Manfredius deprehendit, quod ſenſibilem aliquam Martis accelerationem proderet.

Si Planeta attrahens ſit inferior, fractio $\frac{1}{(a^2 + b^2 - 2abx)^{\frac{3}{2}}}$ re-

reſolvenda erit in ſeriem $\frac{1}{b^3} + \frac{3ax}{b^4} - \frac{3a^2}{2b^5} + \frac{15a^2x^2}{2b^5} - \frac{15ax}{2b^6}$ $\frac{35a^3x^3}{2b^6}$ &c., in qua Planetæ attrahentis diſtantia numeratores ſeriei afficiat, & diſtantia Planetæ attracti denominatores, quemadmodum in priori eadem diſſertatione præſtitum a nobis eſt. Tum vero fiet $V\,dV = \frac{a\,dx}{b^2} - \frac{b\,dx}{a^2} + \frac{3a^2x\,dx}{b^3} - \frac{3a^3\,dx}{2b^4} + \frac{15a^3x^2\,dx}{2b^4} - \frac{15a^4x\,dx}{2b^5} + \frac{35a^4x^3\,dx}{2b^5}$, & $V^2 = \frac{M}{b} \pm \frac{2ax}{b^2} \mp \frac{2bx}{a^2} + \frac{3a^2x^2}{b^3} \mp \frac{3a^3x}{b^4} \pm \frac{5a^3x^3}{b^4} - \frac{15a^4x^2}{2b^5} + \frac{35a^4x^4}{4b^5}$, & ſi Planeta inferior conſiſteret immobiliter in loco ſuo, velocitas ſuperioris Planetæ in quadraturis ad velocitatem in ſyzigiis ſe haberet ut $1 : 1 + \frac{1}{M}\left(\pm\frac{a}{b} \mp \frac{b^2}{a^2} + \frac{3a^2}{2b^2} \pm \frac{a^3}{b^3} + \frac{5a^4}{8b^4}\right)$, ſuperioribus ſignis valentibus pro conjunctione, & inferioribus pro oppoſitione.

Omiſſo autem termino $\mp\frac{b^2}{Ma^2}$, neglecta ſcilicet actione Planetæ A in centrum T, motuque omni Planetæ C ad immobile centrum virium relato, foret incrementum velocitatis in conjunctione $\frac{a}{M.b}\left(1 + \frac{3a}{2b} + \frac{a^2}{b^2} + \frac{5a^3}{8b^3}\right)$, & decrementum velocitatis in oppoſitione $\frac{a}{M.b}\left(-1 + \frac{3a}{2b} - \frac{a^2}{b^2} + \frac{5a^3}{8b^3}\right)$. Quod ſi ipſe etiam Planeta attrahens in orbe ſuo moveri intelligatur, & tempora periodica ſint in ratione radiorum ſeſquiplicata, Planeta ſuperior a quadratura ad conjunctionem tranſeundo antecedet Planetam inferiorem, ſubſequetur autem tranſeundo a quadratura altera ad oppoſitionem, & vires ab inferiore Planeta exercitæ ſuperiorem Planetam retardabunt in conjunctione, & in oppoſitione accelerabunt, & ſi motus Planetæ ſuperioris referatur pariter ad immobile centrum virium, erit ipſius velocitas ad decrementum, aut incrementum velocitatis in conjunctione, aut oppoſitione in ratione com-

compoſita $1 : \frac{a}{Mb} (\pm 1 + \frac{3a}{2b} \pm \frac{a^2}{b^2} + \frac{5a^3}{8b^3})$, & motus angularis ſuperioris Planetæ ad ſummam motuum Planetæ ſuperioris, & inferioris.

In hac igitur hypotheſi erit Saturni velocitas in quadraturis Jovis ad decrementum velocitatis in conjunctionibus ut $1 : \frac{7 \cdot 52 \cdot 11, 121}{5 \cdot 950000} (1 + \frac{156}{190} + \frac{2704}{9025} + \frac{35152}{342950}) = 1 : \frac{7 \cdot 0, 0578292}{475}$ $(1 + \frac{4}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10}) = 475 : 0, 89$: quo fiet loci veri, atque ex tabulis eruti differentia $= 10' \; 8''$. Si maſſa Jovis juxta Newtonum ad maſſam Solis ſe haberet ut $9, 37 : 10000$, differentia eadem evaderet $= 8' \; 52''$. Eulerus de inæqualitatibus Saturni, & Jovis §. XL. aſſumpta hac altera maſſæ Jovialis quantitate, in eadem hypotheſi motus ad immobile centrum virium relati, longe alia methodo, differentiam omnem invenit $9' \; 10''$. Animadvertit autem hypotheſim, & parum vero eſſe ſimilem, & cum obſervationibus minime conciliari. Quod ſi vero conſideremus actione Planetarum, Cometarumque ex adverſis partibus jacentium prohiberi ne Sol longius recedat a communi centro gravitatis totius ſyſtematis, non admodum recedemus a veritate, ſi negligamus terminum $\frac{\mp b^2}{Ma^2}$ ex Jovis in Solem actione ortum, atque ita referamus Saturni motum ad immobile centrum virium. Inſuper Caſſinus in conjunctione eadem Saturni, & Jovis differentiam veræ, atque ex tabulis erutæ longitudinis Saturni deprehendit $12' \; 38''$, quæ cum ſuperioribus calculis facile conveniet, ſi tribuamus quidpiam errori obſervationum, & tabularum.

Si quæratur horarium incrementum areæ, quam Luna radio ad Terram ducto deſcriberet in orbe circulari, ob maximam Solis diſtantiam negligi poterunt termini omnes antecedentis ſeriei præter primum, & velocitas Lunæ a quadraturis ad ſyzigias pergendo augebitur in duplicata ratione ſinus diſtantiæ a quadraturis ipſis, ſive in ratione ſimplici ſinus verſi diſtantiæ duplicatæ, atque erit Lunæ velocitas in quadraturis ad incrementum velocitatis in ſyzigiis in ratione ſubduplicata $\frac{M}{b^2} : \frac{3b}{a^3}$, ſive in ratione ſubduplicata gravitatis Lunæ in Terram

ram ad triplum vis perturbatricis, quæ a Sole ſecundum radium vectorem Lunaris orbitæ exercetur. Quod ſi gravitas Lunæ ad eamdem vim perturbatricem ſe habeat ut $1 : Q$, erit velocitas Lunæ in quadraturis ad velocitatem in ſyzigiis ut $1 : \surd(1 + 3Q) = \surd(1 - 2Q) : \surd(1 + Q)$, quam velocitatis rationem ſtatuit Mac-Laurinus §. 490. de fluxionibus. Porro ſi tempora periodica Terræ circa Solem, & Lunæ circa Terram vocentur T, & t, erit $1 : Q = T^2 : t^2$, juxta Coroll. 17 Prop. 66. lib. 1 Princip. Newtoni. Erit igitur velocitas in quadraturis ad velocitatem in ſyzigiis ut $T : \surd(T^2 + 3t^2)$, quam rationem velocitatis Machinius tradidit in appendice ad Leges motuum Lunarium. Et quia eſt $T^2 : t^2 = 178725 : 1000$, erunt etiam velocitates Lunæ in quadraturis, & ſyzigiis inter ſe ut $1 : 1 + \frac{300}{35745} = 35745 : 36045 = 2383 : 2403$, quæ ratio parum differt ab alia $11915 : 12015$, aut $2373 : 2393$, quam dedit Newtonus in Prop. 26. lib. 3. Ea vero cum Newtono augenda erit in ratione revolutionis Lunæ ſynodicæ ad periodicam, ſive in ratione $1,080853 : 1$.

Simili methodo, & paulo longiore calculo definiri poterit velocitas Lunæ in ſyzigiis, & quadraturis orbitæ ellipticæ, ſupputando ſcilicet etiam quadraticas excentricitatis poteſtates, & negligendo pariter omnes terminos, in quorum denominatoribus Planetæ attrahentis diſtantia ſuperat tertiam dimenſionem. Quod ſi inſuper negligantur termini, qui ambiguo ſigno integra Lunæ revolutione compenſant ſe invicem ac deſtruunt, prodibit Lunæ velocitas, quæ pendet ex vario aſpectu Solis, & Apſidum lunaris orbitæ, & quæ revolutionibus ſingulis velocitati mediæ adjicitur aut demitur, & fiet $V\,dV = \frac{12\varphi^2 mnx^2y^2\,dz}{ba^3}$, &, ſi radius ad peripheriam ſe habeat ut $1 : \Delta$, erit integrando $V^2 = C + \frac{3\varphi^2\Delta mn}{a^3}$: atque erit velocitas media Lunæ ad velocitatem totam, ut $\frac{M}{b} : \frac{M}{b} + \frac{3\varphi^2\Delta mn}{2a^3}$, ad velocitatem autem adjectam ſingulis Lunæ revolutionibus ut $M : \frac{3b\varphi^2\Delta mn}{2a^3}$. Scilicet differentia veræ, & mediæ velocitatis nulla erit quando recta a Sole ad Terram ducta cum diametro tranſverſa, aut conjugata Lunaris orbitæ

coincidet, & fiet m, aut $n = o$: hinc inde vero in octantibus erit maxima. Et quidem quando quantitates m, & n aut ſimul poſitivæ, aut ſimul negativæ erunt, quando nimirum Luna poſt ſyzigias cum Sole tendet ad quadraturas ſuas cum linea Apſidum vis perpendicularis radio vectori, revolutione integra Lunam accelerabit: retardabit autem in ea Lunaris orbitæ poſitione, in qua Luna a Sole digreſſa ad ſuæ orbitæ Aphelium, aut ad Perihelium proficiſcetur, & alterutra ex quantitatibus m, & n negativa erit. Singulis denique Apogæi revolutionibus incrementa, & decrementa velocitatis mediæ compenſabunt ſe ſe invicem in orbita elliptica, ſicut in circulari orbita ſingulis Lunæ revolutionibus ſe ſe invicem compenſant.

Quia numerus revolutionum dato tempore abſolutarum eſt reciproce ut tempus periodicum, & tempus periodicum reciproce ut motus medius, adeoque numerus revolutionum eſt motui medio directe proportionalis, ſi motus medii Lunæ, Solis, & Apogæi ſint L, I, A, erit $\frac{L}{I - A}$ numerus revolutionum a Luna abſolutarum una Apogæi circa Terram revolutione, atque erit $\frac{3 b \varphi^2 \Delta m n}{2 a^3} \cdot \frac{L}{I - A}$ ſumma velocitatum, quæ velocitati Lunæ projectili poſſent adjici, ſi toto eo tempore Apogæi, & Solis aſpectus maneret idem. Erit etiam $\Delta : \frac{d n}{m}$ ut velocitatum ſumma ad velocitatem, quæ adjicietur Lunæ, quo tempore Apogæum Soli accedet propius arcu quam minimo $\frac{d n}{m}$: quæ propterea velocitas erit $= \frac{3 b \varphi^2 n d n}{2 a^3} \cdot \frac{L}{I - A}$, &, variis Apogæi, Soliſque aſpectibus ſe ſe excipientibus, ſumma velocitatum additarum, quo tempore Apogæum Soli accedet angulo, cujus ſinus ſit n, fiet $= \frac{3 b \varphi^2 n^2}{4 a^3} \cdot \frac{L}{I - A}$, proportionalis ſcilicet quadrato diſtantiæ Apogæi ipſius a quadraturis Solis: & velocitas minima in quadraturis Apogæi cum Sole ad velocitatem maximam in ſyzigiis ſe habebit ut $M : M + \frac{3 b \varphi^2}{4 a^3} \cdot \frac{L}{I - A}$. Quare ſi biſecetur horum motuum differentia, juxta

notum

notum Machinii theorema, motus Lunæ tam variabilis, quam uniformis exponi poterunt ope circuli, & inſcriptæ ellipſeos, cujus axis major ad minorem ſe habeat in ſubduplicata ratione $2M + \frac{3b\varphi^2}{4a^3} \cdot \frac{L}{I-A} : 2M - \frac{3b\varphi^2}{4a^3} \cdot \frac{L}{I-A}$, ſive ut $M + \frac{3b\varphi^2}{16a^3} \cdot \frac{L}{I-A} : M - \frac{3b\varphi^2}{16a^3} \cdot \frac{L}{I-A}$. Erit etiam juxta idem theorema ſumma axium $2M$ ad differentiam $\frac{3b\varphi^2}{8a^3} \cdot \frac{L}{I-A}$, ut radius ad ſinum æquationis maximæ, quæ habebitur in octante. Unde cum ſit $\frac{\varphi}{b} = 0,05505$, $\frac{M}{b^2} : \frac{b}{a^3} = 178,725 : 1$, $L : I = 13\frac{1}{2} : 1$, $I : A = g : 1$, adeoque $L : I - A = 15\frac{1}{5} : 1$ quam proxime, erit radius ad ſinum æquationis maximæ ut $1000000 : 51$, atque ipſa æquatio aucta in ratione revolutionis ſynodicæ ad periodicam fiet circiter 12″, & addi debebit motui medio Lunæ in tranſitu Apogæi a Solis quadraturis ad ſyzigias, ſubtrahi vero in tranſitu a ſyzigiis ad quadraturas.

Denique in cæteris Planetis omnibus cum adeo exigua ſit excentricitas, ut poſſit negligi ipſius quadratum, ſed alii etiam ſupputandi ſint termini, in quorum denominatoribus Planetæ attrahentis diſtantia ſuperat tertiam dimenſionem, acceleratio, aut retardatio omnis, quæ pendet ex forma orbitæ ellipticæ, poſtremis primæ ſeriei terminis exprimetur $\frac{a\varphi v(my + nx)dz}{bP^3} - \frac{\varphi y(my + nx)dz}{ba^2} + \frac{(3a^2\varphi xy - 3ab\varphi v)(my + nx)dz}{P^5}$. Jam vero, ſi fiat $a^2 + b^2 = R^2$, erit rurſus juxta binomii theorema $\frac{1}{P^3} = \frac{1}{(a^2 + b^2 - 2abx)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{R^3} + \frac{3abx}{R^5} + \frac{15a^2b^2x^2}{2R^7} + \frac{35a^3b^3x^3}{2R^9} + \frac{315a^4b^4x^4}{8R^{11}} + \frac{693a^5b^5x^5}{8R^{13}} + \frac{3003a^6b^6x^6}{16R^{15}}$, $\frac{1}{P^5} = \frac{1}{(R^2 - 2abx)^{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{R^5} + \frac{5abx}{R^7} + \frac{35a^2b^2x^2}{2R^9} + \frac{105a^3b^3x^3}{2R^{11}} + \frac{1155a^4b^4x^4}{8R^{13}} + \frac{3003a^5b^5x^5}{R^{15}}$.

Itaque iis ſolis retentis terminis, in quibus poteſtates ſinuum, & coſinuum x, & y ſunt paris dimenſionis, & qui ambi-

ambiguitate ſigni in adverſis quadrantibus revolutione integra ſe ſe minime compenſant, ac deſtruunt, fiet

$$V dV = \frac{a\varphi m y^2\, dz}{b}\left(\frac{1}{R^3} + \frac{15a^2 b^2 x^2}{2R^7} + \frac{315a^4 b^4 x^4}{8R^{11}} + \frac{3003a^6 b^6 x^6}{16R^{15}}\right) - \frac{\varphi m y^2\, dz}{b a^2} + 3a^2 \varphi m y^2 dz \left(\frac{5abx^2}{R^7} + \frac{105a^3 b^3 x^4}{2R^{11}} + \frac{3003a^5 b^5 x^6}{8R^{15}}\right) - 3ab\varphi m y^2 dz \left(\frac{1}{R^5} + \frac{35a^2 b^2 x^2}{2R^9} + \frac{1155a^4 b^4 x^4}{8R^{13}}\right).$$

Porro ſi radius circuli ſit $= 1$, & radius ad peripheriam ſe habeat ut $1 : \Delta$, & ſit elementum ipſius peripheriæ $= \frac{dz}{b}$, erit $\frac{\int x^{2\lambda} dz}{b} = \frac{2\lambda - 1}{2\lambda b} \int x^{2\lambda - 2} dz - \frac{y x^{2\lambda - 1}}{2\lambda b}$, adeoque ſumma omnium $x^2 dz$, $x^4 dz x^6 dz$, $x^8 dz$ per integram peripheriam eſt $\frac{1}{2} b\Delta$, $\frac{3}{8} b\Delta$, $\frac{5}{16} b\Delta$, $\frac{35}{128} b\Delta$, eritque $\int x^2 y^2 dz = \int x^2 dz - \int x^4 dz = \frac{1}{8} b\Delta$, ac pariter ſumma omnium $y^2 x^4 dz$, & $y^2 x^6 dz$ erit $\frac{1}{16} b\Delta$, & $\frac{5}{128} b\Delta$. Itaque integrando erit

$$V^2 = C + \frac{a\varphi\Delta m}{R^3}\left(1 + \frac{15a^2 b^2}{8R^4} + \frac{315a^4 b^4}{64R^8} + \frac{15015a^6 b^6}{1024R^{12}}\right) - \frac{\varphi\Delta m}{a^2} + \frac{3a^2 \varphi\Delta m}{R^7}\left(\frac{5}{4}ab^2 + \frac{105a^3 b^4}{16R^4} + \frac{15015a^5 b^6}{512R^8}\right) - \frac{3ab^2 \varphi\Delta m}{R^5}\left(1 + \frac{35a^2 b^2}{8R^4} + \frac{1155a^4 b^4}{64R^8}\right)$$

$$= \frac{M}{b} - \frac{\varphi\Delta m}{a^2} + \frac{a\varphi\Delta m}{R^3}\left(1 - \frac{3b^2}{R^2} + \frac{45a^2 b^2}{8R^4} - \frac{105a^2 b^4}{8R^6} + \frac{1575a^4 b^4}{64R^8} - \frac{3465a^4 b^6}{64R^{10}} + \frac{105105a^6 b^6}{1024R^{12}}\right),$$

quæ omnino eadem ſeries eſt, quam paulo longiori methodo exhibuimus lib. 2. cap. 2. de inæqualitatibus Planetarum.

Si Planeta attrahens ſit ſuperior, denominator fractionum ſingularum ita rurſus in ſeriem converti debet, ut ipſius diſtantia a foco denominatores, & ſemiaxis orbitæ inferioris Planetæ numeratores novæ ſeriei afficiat: ſcilicet fieri debet

$$\frac{1}{R^3} = \frac{1}{(a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{a^3} - \frac{3b^2}{2a^5} + \frac{15b^4}{8a^7} - \frac{35b^6}{16a^9} \text{ \&c.}$$

$$\frac{1}{R^5} = \frac{1}{(a^2+b^2)^{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{a^5} - \frac{5b^2}{2a^7} + \frac{35b^4}{8a^9}$$

$$\frac{1}{R^7} = \frac{1}{(a^2+b^2)^{\frac{7}{2}}} = \frac{1}{a^7} - \frac{7b^2}{2a^9} + \frac{63b^4}{8a^{11}}$$

atque ita pariter $\frac{1}{R^9} = \frac{1}{a^9} - \frac{9b^2}{2a^{11}}$, $\frac{1}{R^{11}} = \frac{1}{a^{11}} - \frac{11b^2}{2a^{13}}$, $\frac{1}{R^{13}} = \frac{1}{a^{13}}$. Hiſce ſubſtitutionibus ſuo loco ſingulis rite factis, atque iis tantum ſerierum ſingularum terminis ſupputatis, in quorum denominatoribus diſtantia Planetæ attrahentis octavam poteſtatem non ſuperet, collectiſque terminis omnibus, ac rite ordinatis fiet $V^2 = \frac{M}{b} + \frac{9b^2\,\varphi\Delta m}{8a^4} + \frac{75b^4\,\varphi\Delta m}{64a^6} + \frac{1225b^6\,\varphi\Delta m}{1024a^8}$.

Quare ſi pro media inferioris Planetæ in orbita elliptica revoluti celeritate ſcribatur 1, & differentiæ totius dimidium, ut antea, accipiatur, erit $\frac{b^3\,\varphi\Delta m}{16Ma^4}\left(9 + \frac{75b^2}{8a^2} + \frac{1225b^4}{128a^4}\right)$ celeritas media projectionis, quæ ipſi accederet ſingulis revolutionibus ſi Planeta attrahens, & ſuperior maneret ſemper in loco A. Scilicet media projectionis velocitas, quæ ex vi perturbatrice oritur, nulla erit quando linea AT cum linea Z*z* coincidet, & ſuperior Planeta in ſyzigiis Apſidum inferioris orbitæ conſiſtet: & velocitas eadem fiet maxima ſuperiore Planeta in quadraturis ipſarum Apſidum conſtituto, & lineis AT, Z*z* ſe ad angulos rectos interſecantibus: Patet autem quod ſi inferior Planeta moveatur ſecundum ordinem linearum ZP*zp*, & ſuperior Planeta ex plaga ZP*z* circa primam quadraturam Apſidum Z*z* reperiatur, ſuperior inferiori erit propior a ſumma Apſide ad conjunctionem tendenti, quam inde tranſeunti ad Perihelium orbitæ ellipticæ: unde magis in priore caſu accelerabitur Planeta inferior, quam in caſu altero ob vim perturbatricem Planetæ ſuperioris poſſit retardari. Itaque ſi ſinus *m* ex ea parte poſitivo ſigno accipiatur, exprimet $\frac{b^3\,\varphi\Delta m}{16Ma^4}\left(9 + \frac{75b^2}{8a^2} + \frac{1225b^4}{128a^4}\right)$ accelerationem totam: contra

vero

vero $-\frac{b^3\varphi\Delta m}{16Ma^4}(9+\frac{75b^2}{8a^2}+\frac{1225b^4}{128a^4})$ exprimet totam retardationem ſuperiore Planeta ex altera parte orbitæ conſtituto, in qua ſinus m negative accipi debet, Planetamque inferiorem ſuperioris actione retardari manifeſtum eſt.

Quod ſi attrahens Planeta inferius conſtituatur, quantitas b in denominatores ſingulos rejicienda erit. Facilius etiam prioris ſeriei termini ſupputari poterunt, ſi fiat

$$\frac{1}{R^3}=\frac{1}{b^3}-\frac{3a^2}{2b^5}+\frac{15a^4}{8b^7}$$

$$\frac{1}{R^5}=\frac{1}{b^5}-\frac{5a^2}{2b^7}+\frac{35a^4}{8b^9}$$

$$\frac{1}{R^7}=\frac{1}{b^7}-\frac{7a^2}{2b^9}.$$

Tum enim ſubſtitutis iterum, collectiſque terminis omnibus, atque ordinatis fiet $V^2=\frac{M}{b}-\frac{2a\varphi\Delta m}{b^3}-\frac{\varphi\Delta m}{a^2}-\frac{3a^3\varphi\Delta m}{2b^5}-\frac{45a^5\varphi\Delta m}{32b^7}$, atque erit $-\frac{a\varphi\Delta m}{Mb^2}-\frac{b\varphi\Delta m}{2Ma^2}-\frac{3a^3\varphi\Delta m}{4Mb^4}-\frac{45a^5\varphi\Delta m}{64Mb^6}$ velocitas media, quæ ſingulis revolutionibus accederet projectili velocitati ſuperioris Planetæ, ſi Planeta attrahens inferius ſemper conſiſteret in loco A.

Rurſus igitur in ſyzigiis Apſidum nulla, & maxima in quadraturis erit velocitas, quæ inferioris Planetæ actione accederet ſuperiori. Et quia ſimiliter præſto eſt ſuperiorem Planetam retardari oportere, ſi Planeta attrahens, & inferior circa primam quadraturam Apſidum orbitæ ellipticæ jaceat, & Planetæ eidem ſuperiori a quadratura ad Perihelium tendenti ſit propior, quam cum ab Aphelio ad quadraturam proficiſcitur; ex ea parte ſinu m poſitive accepto deſignabit $-\frac{\varphi\Delta m}{M}(\frac{a}{b^2}+\frac{b}{2a^2})-\frac{3a^3\varphi\Delta m}{4Mb^4}(1+\frac{15a^2}{16b^2}$ &c.$)$ totam retardationem. Contra hac ipſa quantitate poſitive accepta exprimetur tota acceleratio Planetæ ſuperioris inferiore Planeta conſtituto ex adverſa parte orbitæ, ubi ſinus m negative accipi debet, & Planeta inferior ſuperiori a Perihelio ad ſecundam quadraturam

turam tendenti propior eſt quam cum inde ad Aphelium ſuum revertitur.

Ut motus etiam Planetæ attrahentis rationem ineamus, Newtoni veſtigiis inſiſtemus, qui cum quæreret motum medium nodorum Lunæ, in primis dato nodorum Soliſque aſpectu determinavit motum medium nodorum ſingulis Lunæ revolutionibus: deinde aliis, aliiſque aſpectibus ſeſe excipientibus, accepto medio mediorum omnium determinavit medium nodorum motum pro loco quolibet nodorum eorumdem reſpectu Solis. Simili methodo nos ipſi antea & medium nodorum motum in ſingulis orbitis Planetarum, & accelerationem, retardationemque Lunæ pro aſpectu quolibet Solis, & Apſidum Lunaris orbitæ ſupputavimus. Et quidem Terræ, aliorumque inferiorum Planetarum reſpectu Jovis, & Saturni fere idem caſus eſt, qui eſt Lunæ reſpectu Solis. Terra enim a conjunctione Jovis digreſſa poſt integram revolutionem uno circiter ſigno a priore loco diſſitum invenit Jovem ipſum: quo fit ut Jupiter veluti in dato orbitæ loco quieſcens ſingulis Terræ revolutionibus ſpectari poſſit, & vis quæ a Jove in Terram exercetur, & quæ pro dato Apſidum utriuſque orbitæ aſpectu eſt vere media, determinari poſſit quam proxime colligendo medias vires omnes, quæ ex ſingulis orbitæ Jovialis punctis exercentur, & medium rurſus ex omnibus accipiendo. Quæ ut ad alios Planetas omnes ſuperiores, inferioreſque methodus traducatur, obſervandum eſt vires Saturni in Jovem ex. gr. maximas eſſe in conjunctione, in oppoſitione minimas, in octantibus conjunctionis majores quam in octantibus oppoſitionis, & ita porro. Rurſus limitem aliquem exhibent vires, quas Saturnus exerceret ſi ſemper in Aphelio ſuæ orbitæ, aut ſemper in Perihelio reperiretur: limitem alium vires, quæ in octantibus Aphelii, aut Perihelii exercerentur: & alium pariter vires, quæ punctis aliis analogis reſponderent. Igitur quo plura puncta, & aſpectus combinentur inter ſe, eo etiam arctiores virium limites habebuntur, & accuratior evadet approximatio ſupputando vires punctorum omnium, aut temporum, ſummamque per orbitæ perimetrum, aut per tempus periodicum dividendo.

Moveatur igitur Planeta attrahens in orbita elliptica GAB *Fig.* 3, & ſit linea Apſidum BT, & cum linea ZT Apſidum orbitæ alterius Planetæ attracti conſtituat angulum BTZ,

cujus ſinus ſit $= p$, coſinus $= q$. Sit A Planetæ attrahentis locus, & excentricitas orbitæ HT ſit $= \pi$. Tum centro T, ac radio TL, qui ſemiaxi majori ellipſeos ſit æqualis deſcribatur circulus TLK, & ſit ipſe ſemiaxis major $= r$, minor $= l$, TO $= u$, LO $= v$. Hiſce valoribus ſubſtitutis ſuo loco ſingulis fiet $m =$ ſin. ATP $=$ ſin. BTZ. Coſ. LTO + Coſ. BTZ. Sin. LTO $= \frac{pu + qv}{r}$, & $a = \frac{rl^2}{r^2 - \varpi u} = \frac{r^3}{r^2 - \varpi u}$, poſito ſcilicet $l^2 = r^2 - \pi^2$, aut quam proxime $= r^2$. Quare ſi Planeta attrahens ſit ſuperior, & manere intelligatur in loco A, erit nova projectionis velocitas, quæ Planetæ inferiori revolutionibus ſingulis accedet $= \frac{b^3 \varphi \Delta m}{16 M a^4}(9 + \frac{75 b^2}{8a^2} + \frac{1225 b^4}{128 a^4}) =$

$$\frac{b^3 \varphi \Delta}{16 M r^{13}}(pu + qv)(r^2 - \pi u)^4 (9 + \frac{75 b^2}{8 r^6} . \overline{r^2 - \pi u}^2 + \frac{1225 b^4}{128 r^{12}} . \overline{r^2 - \pi u}^4) =$$
$$\frac{b^3 \varphi \Delta}{16 M r^7}(pu + qv)(r^2 - 4\pi u)(9 + \frac{75 b^2}{8 r^4} . \overline{r^2 - 2\pi u} + \frac{1225 b^4}{128 r^6} . \overline{r^2 - 4\pi u}).$$

Porro velocitates mediæ, quæ dato quocumque tempore accedunt, quibus ſcilicet uniformiter continuatis totum velocitatis augmentum revolutione integra haberetur, ſunt tempori proportionales. Rurſus periodica tempora inferioris Planetæ, ſuperioriſque ſunt inter ſe in ratione ſeſquiplicata majorum axium $2b$, $2r$. Denique tempus integræ revolutionis Planetæ ſuperioris eſt ad tempus, quo arcus quicumque minimus orbitæ ellipticæ deſcribitur, ut tota area ellipſeos ad ſectorem quam minimum, ſive ut $\frac{1}{2} r^2 \Delta : (\frac{1}{2} r + \frac{\varpi u}{r}) dz$. Eſt enim ſector quam minimus ellipſeos $= \frac{AT^2 . dz}{2r} = (\frac{1}{2} r + \frac{\varpi u}{r})$ dz, poſito quod ſit dz elementum peripheriæ circuli radio r deſcripti. Quare velocitas media, quæ inferiori Planetæ accedet toto revolutionis ſuæ tempore, erit ad velocitatem mediam eo tempore accedentem, quo ſuperior Planeta arcum quam minimum orbitæ ellipticæ deſcribet ut $b^{\frac{3}{2}} . \frac{1}{2} r^2 \Delta : r^{\frac{3}{2}}$ $(\frac{1}{2} r + \frac{\varpi u}{r}) dz$, ſive ſpectato motu inferioris Planetæ, ſuperioriſque fiet elementum novæ projectilis velocitatis Planetæ ipſius inferioris $=$

$(r^2$

$\frac{(r^2 + 2\varpi u)dz}{b^{\frac{3}{2}}.r^{\frac{3}{2}}.\Delta}.\frac{b^3\varphi\Delta}{16Mr^7}(pu + qv)(r^2 - 4\pi u)(9 + \frac{75b^2}{8r^4}.\overline{r^2 - 2\pi u} + \frac{1225b^4}{128r^6}.\overline{r^2 - 4\pi u})$, & æquationem ordinando, omittendoque terminos, qui ambiguo ſigno in adverſis locis orbitæ ellipticæ ſe mutuo deſtruunt, fiet elementum ipſum $= -\frac{9b^{\frac{3}{2}}p\varphi\varpi u^2dz}{8Mr^{\frac{13}{2}}} - \frac{75b^{\frac{7}{2}}p\varphi\varpi u^2dz}{32Mr^{\frac{17}{2}}} - \frac{3675b^{\frac{11}{2}}p\varphi\varpi u^2dz}{1024Mr^{\frac{21}{2}}}$, & ſumma elementorum omnium, ſive tota projectionis velocitas, quam inferior Planeta revolutione integra ſuperioris Planetæ adipiſcetur, erit $= -\frac{3b^{\frac{3}{2}}\varphi\pi\Delta p}{16Mr^{\frac{7}{2}}}(3 + \frac{25b^2}{4r^2} + \frac{1225b^4}{128r^4})$.

Quod ſi Planeta attrahens ſit inferior, ope earumdem ſubſtitutionum prodibit nova projectionis velocitas, quæ dato loco Planetæ attrahentis ſingulis Planetæ attracti revolutionibus reſpondebit $= -\frac{\varphi\Delta m}{M}(\frac{a}{b^2} + \frac{b}{2a^2}) - \frac{3a^3\varphi\Delta m}{4Mb^4}(1 + \frac{15a^2}{16b^2}) = -\frac{r^2\varphi\Delta(pu + qv)}{Mb^2(r^2 - \varpi u)} - \frac{b\varphi\Delta(pu + qv)(r^2 - \pi u)^2}{2Mr^7} - \frac{3r^8\varphi\Delta(pu + qv)}{2Mb^4(r^2 - \pi u)^3} - \frac{45r^9\varphi\Delta(pu + qv)}{64Mb^6(r^2 - \varpi u)^5}$. Qua ſerie ducta ſimiliter in $\frac{(r^2 + 2\varpi u)dz}{b^{\frac{3}{2}}.r^{\frac{3}{2}}.\Delta}$, & neglectis terminis omnibus, in quibus quantitates u, & v impares habent dimenſiones, & qui oppoſitione ſignorum ſe mutuo deſtruunt, fiet elementum velocitatis Planetæ ſuperioris, quod elemento cuilibet periodici temporis inferioris Planetæ reſpondebit $= -\frac{3\varphi\varpi pu^2dz}{Mr^{\frac{3}{2}}b^{\frac{7}{2}}} - \frac{15r^{\frac{1}{2}}\varphi\varpi pu^2dz}{4Mb^{\frac{11}{2}}} - \frac{315r^{\frac{5}{2}}\varphi\varpi pu^2dz}{64Mb^{\frac{15}{2}}}$, & totum incrementum, aut decrementum velocitatis ſuperioris ipſius

Planetæ erit pro ſingulis inferioris Planetæ revolutionibus =

$$-\frac{3r^{\frac{3}{2}}\varphi\varpi\Delta p}{2Mb^{\frac{7}{2}}}\left(1+\frac{5r^2}{4b^2}+\frac{105r^4}{64b^4}\right).$$

Binas hujuſmodi poſtremas formulas conſideranti manifeſtum erit quod ſi ſummæ Apſides duarum orbitarum Planetæ ſuperioris, inferioriſque aut conjungantur, aut opponantur inter ſe invicem, ſcilicet ſi aut ad idem cæli punctum e Sole referantur, aut ad puncta ex diametro oppoſita, & ſit $p = o$; accelerationes, & retardationes motus compenſabunt ſe ſe invicem, & mediam projectionis velocitatem Planeta uterque revolutionibus ſingulis tuebitur in orbita elliptica non minus quam in circulari orbita tueretur. Si ſit $p = \pm 1$, & lineæ Apſidum ad rectos angulos ſe interſecent, incrementum, aut decrementum velocitatis projectilis fiet maximum. Jam vero, cum de inferioribus Planetis agitur qui perturbantur a ſuperioribus, ſinus m poſitivo ſigno, ut jam diximus, debet accipi circa primam quadraturam Apſidum inferioris orbitæ, adeoque etiam ſinus p accipiendus eſt poſitive cum ſumma Apſis orbitæ ſuperioris jacet ex plaga illa, in qua inferior Planeta ab Aphelio orbitæ ſuæ ad Perihelium proficiſcitur, & in hac poſitione orbitarum negativo ſigno exprimetur variatio mediæ velocitatis Planetæ ipſius inferioris, & contra exprimetur poſitivo ſigno eadem variatio negative accepto ſinu p, & orbitis contrarie poſitis. Cum pariter de ſuperioribus Planetis agitur, ſinus m, & p poſitive accipi debent circa primam quadraturam Apſidum orbitæ ſuperioris, aut cum ſumma Apſis Planetæ inferioris, & attrahentis ex plaga illa eſt, in qua ſuperior Planeta tendit ab Aphelio ſuo ad Perihelium, aut cum e plaga ſummæ Apſidis orbitæ ſuperioris Planeta inferior tendit a ſuo Perihelio ad Aphelium. Itaque ſi ſumma Apſis orbitæ ſuperioris ex plaga illa reperiatur, in qua inferior Planeta ab Aphelio orbitæ ſuæ ad Perihelium proficiſcitur, Planeta ipſe inferior ſuperioris actione retardabitur in motu ſuo, & actione inferioris ſuperior accelerabitur: & contra retardabitur ſuperior, & inferior accelerabitur in adverſa orbitarum poſitione, in qua inferior Planeta digreſſus e plaga ſummæ Apſidis Planetæ ſuperioris ad Aphelium orbitæ ſuæ progreditur.

Erat

Erat autem juxta Hirei obſervationes ſæculi hujus initio Apogæum Saturni in ſigno Sagittarii 29° 14′: Apogæum Jovis in ſigno Libræ 10° 17′: Apogæum Martis in ſigno Virginis 35′: Apogæum Terræ in ſigno Cancri 8° 7′: Apogæum Veneris in ſigno Aquarii 6° 56′: Apogæum Mercurii in ſigno Sagittarii 13° 13′. Itaque Aphelium Saturni integro circiter quadrante ſecundum ordinem ſignorum antecedit Aphelium Jovis, & pro Jove quidem eſt circiter $p = 1$, pro Saturno autem $p = -1$, adeoque poſitis orbitis ut modo ſunt velocitas projectionis Jovis magis ſemper magiſque imminui debet Saturni actione, & velocitas Saturni augeri ſemper actione Jovis. Pariter Aphelium Jovis in prima fere quadratura eſt cum Aphelio Terræ, & a prima quadratura Aphelii Martis diſtat fere 50°, & fere $26\frac{1}{2}°$, aut 27° a ſecunda quadratura Apheliorum Veneris, aut Mercurii. Quare inferiorum Planetarum orbitis ad orbitam Jovis relatis fiet p pro Marte $= 0, 64 = \frac{16}{25}$, pro Terra $= 1$, pro Venere, aut Mercurio $= -\frac{9}{10}$. Quod ſi orbita Terræ ad Martis orbitam referatur, & Mercurii orbita ad orbitam Veneris, fiet in caſu utroque $p = \frac{4}{5}$, & ſi denique orbita Veneris referatur ad Terræ orbitam fiet $p = -0, 47$. Imminuetur igitur actione Jovis velocitas Terræ, & Martis, & velocitas Mercurii, & Veneris augebitur: actione autem Martis velocitas projectionis Terræ, actione Terræ velocitas Veneris, & Mercurii velocitas actione Veneris imminuetur: & contra augebitur Martis velocitas actione Terræ, & velocitas Terræ actione Veneris.

Quia imminuta velocitate projectionis centro propius accedere debet Planeta, & corripi tempus periodicum, augerique motus medius, qui periodici temporis proportionem inverſam ſequitur: & contra velocitate projectionis aucta minus deflecti a recto tramite ob vim centripetam debet Planeta, amplioremque orbitam, ac diuturnius tempus periodicum ſibi comparare; manifeſtum eſt primo periodicum tempus Jovis corripi Saturni actione, & tempus periodicum Saturni actione Jovis augeri. Quæ binæ periodicorum temporum viciſſitudines cum diu Aſtronomis innotuerint, viſæ ſunt etiam aliquando gravitatis legibus contrariæ. Quibuſdam enim viſum eſt quod cum actione Jovis augeri debeat gravitas Saturni in Solem, & gravitas Jovis imminui Saturni actione, coarctari etiam

etiam debeat Saturni orbita, & orbita Jovis dilatari ſemper, & tempus periodicum Saturni quidem imminui, Jovis autem augeri. At cum Aphelia Planetarum lentiſſime moveantur inter ſe invicem, & integris etiam ſæculis eadem orbitarum inter ſe invicem poſitio cenſeri poſſit; intelligitur facile eaſdem eſſe medias vires centripetas in focum, eaſdemque orbitarum dimenſiones, & periodica tempora, quæ nonniſi continue auctis, aut imminutis viribus ipſis centripetis continue imminui, aut augeri debent. Contra ſi data orbitarum poſitione vires radio vectori perpendiculares minime compenſent ſe ſe invicem ſingulis revolutionibus, quæ minime deſtruetur portio ſecundum tangentem orbitæ Planetam accelerabit ſemper, aut retardabit, atque ad aliam orbitam paulatim transferet. Caſſinus in Actis Pariſienſis Academiæ anni 1746 cum in pluribus orbitarum locis Saturni, & Jovis vires ſupputaſſet, ſtatuit pro ea poſitione Apſidum, quæ modo eſt, velocitatem projectionis Jovis a Saturno augeri ſemper, & velocitatem Saturni a Jove imminui: quod quidem ſi verum eſſet dilatari deberet Jovis orbita, & tempus periodicum augeri, æque ac ſi manente projectionis velocitate gravitas abſoluta in centrum imminueretur Cum vero locis omnibus conſideratis velocitatem Saturni augeri, Joviſque imminui deprehenſum a nobis ſit, patet periodicum tempus Jovis in dies brevius, & Saturni diuturnius fieri oportere: eademque ratione conſtat in præſenti orbitarum poſitione anni Tropici quantitatem a Jove, & Marte imminui, & a Venere augeri: ac denique tempus periodicum Mercurii imminui a Venere, & motum medium augeri &c. Motis Planetarum Apheliis inter ſe alia fiet projectionis velocitas, quæ addetur, aut detrahetur, & contrariis orbitarum poſitionibus contrariæ mediorum motuum viciſſitudines habebuntur, & integra Apheliorum revolutione ad priores dimenſiones redibunt orbitæ.

Facile etiam definiri poterit ſæcularis æquatio, qua periodicum tempus Planetarum augetur, aut imminuitur, & motus medius e contra imminuitur, aut augetur. Moveatur enim Planeta C in ellipſi ZCz, *Fig.* 4., circa focum T, & ſit CQ altitudo, per quam libere cadendo ea vi centripeta, quam in C habet, velocitatem ſuæ projectionis acquireret. Si fiat TQ: TC = TC : TR, erit TR axi tranſverſo Zz æqualis. Quod ſi in loco eodem C nova velocitas Planetæ accedat, quæ ad prio-

priorem projectionis velocitatem ſe habeat ut $V : 1$, & præ ipſa ſatis ſit parva, Cq vero ſit altitudo, per quam tota velocitas cadendo acquiri poſſet, erunt ſpatia CQ, Cq in ratione duplicata velocitatum, ſive erit $CQ : Qq = 1 : 2V$ quam proxime. Denique ſi fiat $Tq : TC = TC : Tr$, erit etiam quam proxime $TQ : Qq = TR : Rr$, unde ob $TQ = \frac{TC^2}{TR}$, $Qq = 2V . CQ$, & $CQ = TC - TQ$, fiet incrementum axis tranſverſi $Rr = \frac{2V . TR^2}{TC} - 2V . TR$, & pro TC ſubſtituendo ut ſupra $\frac{bc^2}{b^2 - \varphi X}$, & $2b$ pro TR, negligendoque ambiguum terminum φX, & quadraticas excentricitatis φ poteſtates, fiet demum $Rr = 4bV$, & novus axis tranſverſus $= 2b + 4bV$. Sunt autem periodica tempora in ellipſibus circa eumdem focum deſcriptis in ratione ſeſquiplicata majorum axium. Quare periodica tempora, quæ velocitatibus projectionis 1, & $1 + V$ reſpondebunt, inter ſe erunt ut $1 : 1 + 3V$, & periodicum tempus ſe habebit ad æquationem temporis, quæ ex aucta projectionis velocitate oritur ut $1 : 3V$. Jam vero ſingulis ſuperioris Planetæ revolutionibus ea velocitas inferiori Planetæ accedit, ad quam media projectionis velocitas ſe habet ut $1 : -\frac{3 b^{\frac{3}{2}} \varphi \varpi \Delta p}{16 M r^{\frac{7}{2}}} \left(3 + \frac{25 b^2}{4 r^2} + \frac{1225 b^4}{128 r^4}\right)$, ut ſupra inventum eſt. Erit itaque tempus periodicum inferioris ipſius Planetæ ad æquationem temporis habitam ſingulis ſuperioris Planetæ revolutionibus ut $1 : -\frac{9 b^{\frac{3}{2}} \varphi \varpi \Delta p}{16 M r^{\frac{7}{2}}} \left(3 + \frac{25 b^2}{4 r^2} + \frac{1225 b^4}{128 r^4}\right)$. Planetæ autem ſuperiori cum ſingulis inferioris Planetæ revolutionibus accedat velocitas $-\frac{3 r^{\frac{3}{2}} \varphi \varpi \Delta p}{2 M b^{\frac{7}{2}}} \left(1 + \frac{5 r^2}{4 b^2} + \frac{105 r^4}{64 b^4}\right)$, tempus periodicum Planetæ ipſius ſu-

pe-

perioris ſe habebit ad æquationem temporis ſingulis inferioris Planetæ revolutionibus ut $1 : - \frac{9 r^{\frac{3}{2}} \varphi \pi \Delta p}{2 M b^{\frac{7}{2}}} \left(1 + \frac{5r^2}{4b^2} + \frac{105 r^4}{64 b^4}\right)$.

His poſitis ſi requiratur æquatio temporis periodici Saturni, quæ ex Jove oritur, & fiat $p = -1$, $b = 95$, $b^{\frac{1}{2}} = 9, 8$, $r = 52$, $r^{\frac{1}{2}} = 7, 2$, $\frac{1}{M} = \frac{11121}{10000000}$, $\frac{\varpi}{b} = \frac{5430}{95302} = \frac{2}{35}$, $\frac{\varphi}{b} = \frac{2505}{95302} = \frac{1}{38}$, $\Delta = \frac{44}{7}$; erit tempus periodicum Saturni ad æquationem, qua ſingulis Jovis revolutionibus augebitur ut $2.\ 95.\ 980000000 : 9.\ 52.\ 72.\ 11121.\ \frac{1}{38}.\ \frac{2}{35}.\ \frac{44}{7} \left(1 + \frac{5 \cdot 52^2}{4 \cdot 95^2} + \frac{105 \cdot 52^4}{64 \cdot 95^4}\right)$, & ſi tempori periodico ſubſtituatur medius Saturni motus, ſive 1295000'', æquatio qua imminuetur motus medius Saturni ſingulis ſæculis, ſive $8\frac{1}{3}$ Jovis revolutionibus, erit = 206'' + 77'' + 30''. Si alii ſeriei termini eadem proportione cum binis poſterioribus decreſcerent, oporteret addere 12'', 5'', 2''. Quia vero ſi bini poſteriores termini cum primo comparentur tardius convergere videtur ſeries, cenſeri poterit rotundo numero ſingulis ſæculis æquatio motus ipſius medii 340'', & ſingulis revolutionibus Saturni 100'', ut etiam Cl. Alembertius invenerat §. 239. de Mundi ſyſtemate. Si maſſa Jovis 9, 37 cum Newtono definiretur, poſita Solis maſſa 10000, minor etiam evaderet æquatio, nec multo augeri poſſet Satellitum ratione habita, quorum maſſa nonniſi exigua præ Jovis maſſa eſſe poteſt. Porro Aſtronomicæ obſervationes multo majorem æquationem medio Saturni motui videntur adjudicare. Hireus enim in tabulis ſtatuit motum ipſum 6'' annis ſingulis imminui, & 1° 40' tempore annorum mille: quo dato ſuas, Tychonicaſque obſervationes conciliavit inter ſe invicem, & vetuſtiores alias Ptolemæi, quæ 2°, aut 3° a ſuis diſſentiebant, veluti indiligentes, ac dubias penitus dereliquit. Hallejus ſpectatis omnibus obſervationibus cenſuit decrementum omne ſingulis annis mille eſſe 2° 19'. Caſſinus vero 11'' annis ſingulis, & 3° 3' 20'' annis mille eſſe voluit. Quare in tanto theoriæ non ſolum ab obſervationibus, ſed obſervationum etiam inter ſe invicem diſſenſu, aut non ſatis perſpecta

ᵭa cenſeri debent elementa theoriæ Saturni, aut ſi æquationes medii motus Saturni Aſtronomicis obſervationibus vere multo majores prodeant, quam ferat ſuperior calculus, extra Planetarium ſyſtema cauſſæ aliæ quærendæ erunt, quæ projeᵭionis motum accelerent, videndumque utrum Saturnus cum Cometarum motus perturbet, viciſſim ipſe a Cometis ſenſibiliter perturbetur.

Pariter cum Saturnus revolutionem ſuam abſolvat ſpatio annorum $29\frac{1}{2}$ circiter, poſita ipſius maſſa 3, 029, & ſimilibus ſubſtitutionibus in formula $- \frac{9 b^{\frac{3}{2}} \phi \pi \Delta p}{16 M r^{\frac{7}{2}}} \left(3 + \frac{25 b^2}{4 r^2} + \frac{1225 b^4}{128 r^4}\right)$ rite faᵭis, evadet integro ſæculo æquatio, qua medius motus Jovis ob vim perturbatricem Saturni augebitur $= 512''' + 319''' + 147'''$, & ſeriei terminis paulo celerius decreſcentibus cenſeri poterit rotundo numero ſæcularis eadem æquatio $= 20''$. Si quantitas materiæ, quæ in Saturno eſt, cum Newtono ſtatuatur 3, 31. æquatio evadet $= 22''$, eaque magis adhuc augenda erit quinque Satellitum Saturni ratione habita, quorum maſſæ non ita parvæ præ toto Saturni corpore cenſeri debent. Caſſinus idem in aᵭis Pariſienſis Academiæ anni 1746 contendit $30'''$ annis ſingulis motum medium Jovis augeri, adeoque $50''$ integro ſæculo, & $8'\ 20''$ ſingulis annis mille. Hallejus autem in tabulis motum ipſum $57'$ ſingulis annis mille augeri voluit. Quare hic rurſus non magis theoria noſtra ab obſervationibus diſcrepat, quam variæ obſervationes diſcrepent inter ſe invicem: & ſi imminutio temporis periodici, & incrementum medii motus Jovis, Aſtronomorum induſtria, aliquando certius innoteſcat, & valde adhuc diſſentiat a calculis ſuperioribus, inquirendum ſupererit, quæ motus Jovis irregularitates ex Cometarum aᵭione proficiſci poſſint.

Ut definiamus æquationem, qua motus medius Martis aᵭione Jovis augeri debet, & Terræ aᵭione imminui, ſint primo diſtantiæ mediæ Jovis, Martiſque a Sole 52, & 15, ac deinde fiat $p = \frac{16}{25}$, $\frac{\pi}{b} = \frac{1}{21}$, $\frac{\phi}{b} = \frac{3}{110}$. Erit ſingulis ſæculis æquatio, quæ ex Jove profluet, & qua medius motus Martis augebitur $= 20''$, ſi maſſa Jovis ſit 11, 121: &, ſi maſſa eadem

dem ſit 9, 37, dumtaxat 17″. Fiant poſtmodum mediæ diſtantiæ Martis, & Terræ a Sole 15, & 10, ac ſit maſſa Terræ 0, 06, atque inſuper $p = -\frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{b} = \frac{1}{11}$, $\frac{\phi}{b} = \frac{1}{181}$. Evadet integro ſæculo æquatio alia, qua motus medius Martis actione Terræ imminuetur $= 10'' + 5\frac{1}{2}'' + 3''$, & compoſitis ſimul Jovis, ac Terræ viribus nulla orietur periodici motus Martis æquatio, quæ ſenſibilis demum fiat: quod Aſtronomicis obſervationibus conforme eſt. Etenim longitudo Martis in oppoſitione anni 1741 fere eadem, in oppoſitione anni 1745 paulo minor, & in oppoſitione anni 1751 paulo major deprehenſa eſt, quam ex Hallei tabulis prodierit: unde motum medium Martis iiſdem tabulis accurate exhiberi cenſuit Cl. de la Lande in actis Pariſienſis Academiæ anni 1755. Similiter motus medius inferiorum Planetarum Veneris, & Mercurii ſatis regularis deprehendetur. Quippe actio Terræ, & Jovis in Venerem, & Mercurium ſic parva eſt, ut nulla inde ſenſibilis æquatio periodici temporis, & medii motus integro etiam ſæculo haberi poſſit. Actio autem Veneris in Mercurium non niſi aliquot ſecundis integro ſæculo medium motum Mercurii poteſt augere. Et plane Aſtronomorum obſervationibus non niſi exiguæ medii motus inæqualitates in inferioribus ipſis Planetis detectæ ſunt, quæ incertitudini fortaſſe earumdem obſervationum adſcribi poſſent, aut non niſi ſcrupulis aliquot ſecundis integro ſæculo medium Mercurii motum augeri evincerent.

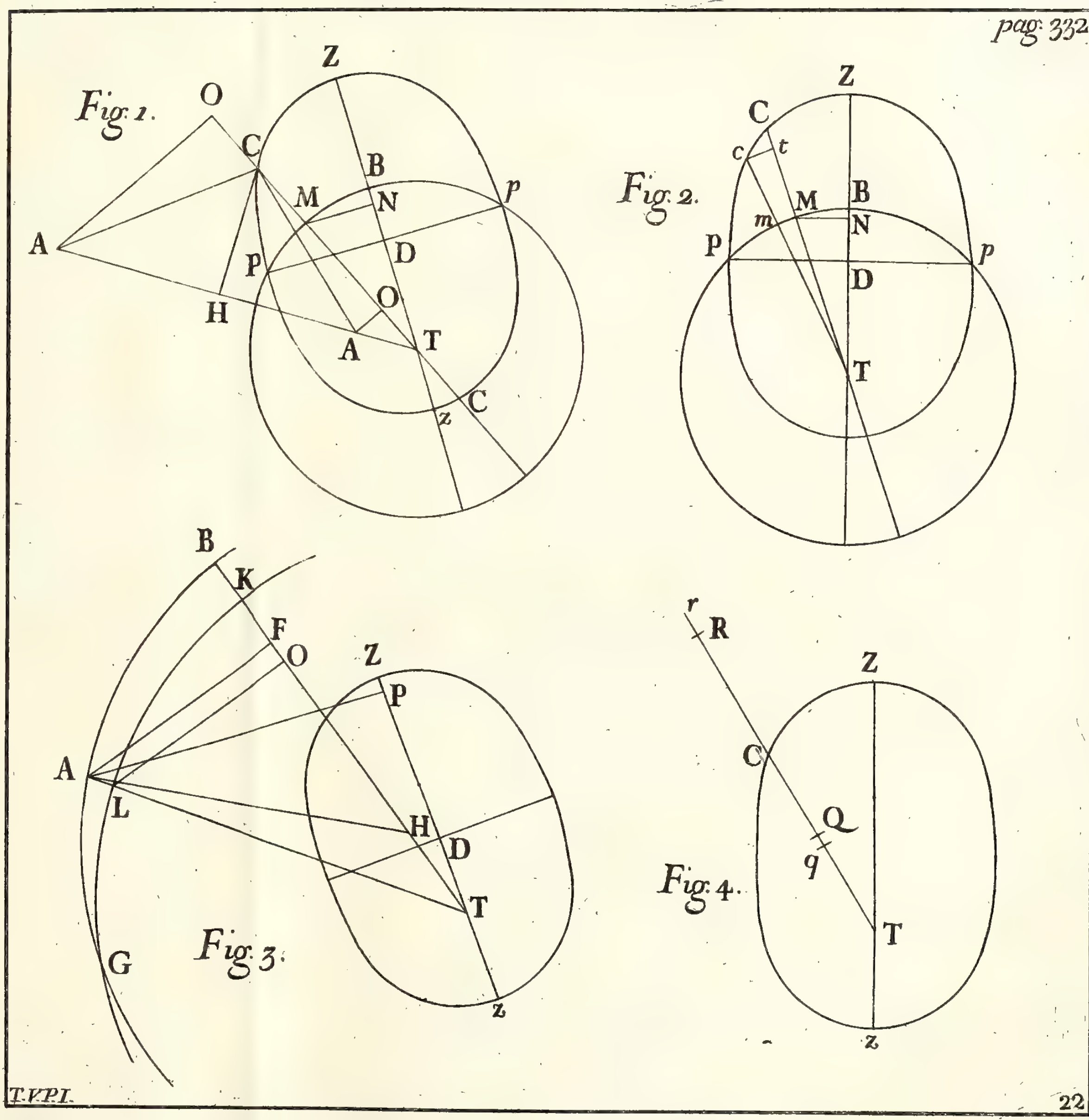
Si æquatio anni Tropici, quæ ex Jove oritur requiratur, & fiat $\frac{\pi}{b} = \frac{1}{21}$, $\frac{\phi}{b} = \frac{1}{310}$, $p = 1$, & maſſa Jovis 11, 121; erit tempus periodicum Terræ ad primum terminum æquationis, qua corripietur ſingulis Jovis revolutionibus ut 775534 : 1, & primus terminus ad ſecundum ſe habebit ut 12.2704 : 2500. Quare cum annus Tropicus ſit $365^d\ 5^h\ 48'\ 40''$, ſive 31556920″, ſerie celerrime convergente, erit integro ſæculo æquatio imminuti anni Tropici 43″ temporis: & ſi Jovis maſſa ſtatuatur 9, 37 erit æquatio eadem 36″. Si Venus duas tertias partes complecteretur quantitatis materiæ, quæ in Terra eſt, ut in diſſertatione altera ſuppoſuimus, ac fiat inſuper $p = -\frac{2}{5}$, $\frac{\pi}{b} = \frac{1}{192}$, $\frac{\phi}{b} = \frac{1}{60}$, poſitis diſtantiis mediis 10, & 7;

erit

erit integro ſæculo, ſive 160 Veneris revolutionibus æquatio, qua annus Tropicus ob vim perturbatricem Veneris augebitur 12$\frac{2}{5}$'' + 7$\frac{3}{4}$'' + 5'', & terminis fere in ratione Geometrica decreſcentibus, rotundo numero tota æquatio cenſeri poterit = 30''. Actio autem Martis ad annum Tropicum corripiendum cum Jovis actione conſpirabit, & quidem ſi denſitas Terræ, & Martis ſit eadem, & ſoliditas Terræ ad Martis ſoliditatem ſe habeat ut 100 : 65, erit primus terminus æquationis, qua uno ſæculo, ſeu 50 Martis revolutionibus annus Tropicus corripietur = 28'', & primus ad ſecundum ſe habebit ut 27 : 25, & ſecundus ad tertium ut 72 : 49. Quod ſi denſitas Martis cenſeri poſſit pars ſexta ex. gr. denſitatis Terræ, fiet tota æquatio 12'', junctiſque ſimul æquationibus ex Marte, & Jove ortis, demptaque æquatione Veneris, anni Solaris quantitas 18'' circiter corripietur. Keplerus, Tycho, Ricciolius, aliique Aſtronomi comparatis obſervationibus vetuſtioribus inter ſe, diebus 365, horis 5, & minutis primis 48, quæ ſolarem annum definiunt, ſecunda addiderunt 48, aut 49. Caſſinus ex pluribus æquinoctiis, quæ Uraniburgi, Bononiæ, & Lutetiæ Pariſiorum obſervaverat addenda inſuper eſſe cenſuit ſecunda dumtaxat 35, aut ad ſummum 41. Caillius in Lectionibus Aſtronomicis comparatione obſervationum a ſe, & Caſſino inſtitutarum ſecunda addidit 43: in actis vero Academiæ anni 1750, cum quatuor obſervationes a ſe inſtitutas, obſervationemque aliam Picarti comparaſſet inter ſe invicem, addenda eſſe deprehendit ſecunda circiter 30. Ubi demum certius innoteſcat, quæ ſit correpti anni Tropici æquatio ſæcularis, patebit etiam quæ hypotheſes denſitatis Veneris, & Martis explicando phænomeno ſufficiant.

Eulerus in opuſculo de relaxatione motus Planetarum totius phænomeni rationem phyſicam ex reſiſtentia ætherei medii derivavit, & §. XVII animadvertit locum, & motum Apſidum ſenſibiliter ob medii reſiſtentiam non immutari: tum vero §. XX oſtendit perpetuo imminui excentricitatem, tranſverſumque axem, & tempus periodicum Planetarum: ac denique §. XXIV aſſumptis quibuſdam hypotheſibus, anni Tropici ſæcularem imminutionem 5'' eſſe invenit. Poſita etiam ubique eadem ætheris denſitate, ex diametris apparentibus Planetarum collegit tempora periodica ſingulis annis mille corri-

pi oportere, Saturni quidem 33″, Jovis 15″, Martis 62″, Veneris 25″, Mercurii 33″. Et plane ſi quæ eſſet ſenſibilis medii ætherei reſiſtentia, ea ſe proderet maxime imminuta ſemper velocitate projectionis, & tranſverſo axe orbitæ, & tempore totius periodicæ revolutionis. At vero tempus periodicum Saturni e contra augetur ſenſibiliter, & magis etiam fortaſſe quam ferant vires perturbatrices Jovis, unde alias potius cauſſas in natura univerſa quærendas eſſe monuimus, quæ motum projectilem Saturni continue augeant. Motus Martis, & Veneris ſatis regularis eſt, ut jam diximus, neque ullas ſenſibiles exhibet periodici temporis æquationes. Denique tempus periodicum Mercurii longe minorem imminutionem patitur ſingulis annis mille, quám in hypotheſi medii ætherei æque denſi Eulerus exiſtimaverat. Quod ſi inſuper conſideremus medium æthereum grave eſſe oportere, & inferiores partes a ſuperioribus debere comprimi, majoremque denſitatem, ac reſiſtentiam in minoribus a Sole diſtantiis præſeferre, adhuc majores imminutorum periodicorum temporum Mercurii, & Veneris æquationes prodirent, quam ab Eulero ſtatutæ ſint: quod cum magis etiam ab Aſtronomicis obſervationibus diſſentiat, certius argumentum habebimus, quo hypotheſim reſiſtentiæ ſenſibilis ætherei medii rejiciamus.


Fig. 1.
O
Z
C
B
M
N
p
A
P
D
O
H
A
T
C
z
Fig. 2.
Z
C
c
t
B
M
m
N
P
p
D
T
Fig. 3.
B
K
F
O
Z
P
A
L
H
D
T
G
z
Fig. 4.
r
R
Z
C
Q
q
T
z
T.V.P.I.

CAJETANI MONTII.

De Xylophthori terreſtris prima ſpecie.

CUm ſuperioribus annis inſectorum quorumdam tranſmutationibus inveſtigandis operam darem, accidit mihi, ut in aliquot illius animalculi ſpecies incurrerem, quod Xylophthoros a Græcis, Ligniperda a Latinis eſt appellatum; ex falſa perſuaſione, quod ligna corrumpere, iiſque perniciem moliri exiſtimaretur. Earum alias a nemine prorſus deſcriptas reperiebam, alias leviter tantum, & ſubobſcure indicatas; nullas vero, de quibus illud explicatum eſſet, quod erat in ipſis maxime & cognitione, & admiratione dignum: ſingularis videlicet ratio ſobolis propagandæ, neque cum aliis erucis communis ac papilionibus, neque cum ipſiſmet tineis, quibus Xylophthoros annumeraverat inſectorum inveſtigator noſtra ætate longe omnium acerrimus, ac perſpicaciſſimus Reaumurius. Mearum igitur partium eſſe arbitratus ſum, omnia, quæ in hoc animalculi genere, vel fors ipſa & caſus objecerat pæne non cogitanti, vel obſervatio pluries iterata ſcrutanti aperuerat, huic, & aliis fortaſſe commentariolis demandare: quo ſcilicet inſectorum hiſtoriæ, in qua excellentibus ingeniis homines noſtro hoc ſæculo verſatos fuiſſe accepimus, aliquid etiam per nos, ſi fieri poſſet, & lucis & incrementi accederet. Quod prius quam facere ingredimur, operæ pretium eſſe ducimus ſuperiores, quotquot colligere potuimus, de hoc non valde noto inſecti genere, Scriptorum auctoritates breviter percenſere.

Et omnium quidem princeps Ariſtoteles in libro VI. de Animalium natura ſuper Xylophthoro memoriæ hæc prodidit (cap. xxxii.) *Naſcitur & vermiculus quidam, cui nomen a corrumpendis lignis Xylophthoros, ac ſi Ligniperdam appelles, nullo minus abſurdum*; (ita videlicet græcum verbum ἄτοπον Theodorus Gaza interpres vertit) *caput enim e ſuo putamine exerit varium, pedes in poſtremo habet, ut alii vermes, reli-*

quum

quum corpus tunica araneoſa tegitur, ſuoque tegumento hærentes feſtucas gerit; ita ut ſorte eas caſuque contraxiſſe, dum ambulat, videatur. Verum ipſæ nativæ inhærent tunicæ, & ut limacibus teſta, ſic totum id vermiculo huic adhæret, nec decidit unquam, ſed evellitur ut nativum. Quod ſi hanc ei tunicam detrahas, exſpirat, parique modo atque limax teſta detracta hebeteſcit. Proceſſu utique temporis id quoque in aureliam tranſit, ut eruca, atque immobile vivit; ſed quidnam ex eo pennati animalis oriatur, compertum non adhuc eſt.

Ab Ariſtotele notitiam hujus inſecti ſine dubio accepit Plinius, qui, ubi de tineis loquitur, ſic ait. *Eſt earum genus tunicas ſuas trahentium, quo cochleæ modo, ſed harum pedes cernuntur, ſpoliatæ exſpirant; ſi accrevere, faciunt chryſallidem* (Lib. xi. cap. xxxiv.). Quod vero animalcula hæc ligna corrumperent, rem videlicet non ſatis exploratam, prudenter reticuit Plinius, neque Xylophthori appellationem prorſus uſurpavit. At recentiori memoria præclarus civis noſter Ulyſſes Aldrovandus, rerum naturalium accuratiſſimus ac diligentiſſimus indagator, in ſuo de inſectis volumine animalculum propoſuit ac delineavit, quod Ariſtotelis, ac Plinii deſcriptioni omni ex parte reſponderet. Erat autem inſtar vermiculi, ſive erucæ, ejuſque corpus tegumento occultabatur ex multis feſtucis conflato, ut lignorum ac feſtucarum caſu quodam ferruminatarum congeries videretur. Paucis poſt diebus, quam ad ſe allatum eſſet, diſciſſa tunica in chryſallidem abiiſſe comperit, ac tandem in exiguum papilionem fuſcum transformatum offendit; idque pennatum fuiſſe animal jure exiſtimavit, quod Ariſtotelem, ceteroſque naturalium rerum perſcrutatores uſque ad eam diem latuiſſet. In Appendice autem ſive Paralipomenis alterius Xylophthori meminit, ejuſque pariter imaginem expreſſit, qui minor erat, cetera ſimilis, licet paullo candidior, unde & illius papilionem minorem fuiſſe ait, & candidiorem. Poſtremo inter Xylophthoros inſecti cujuſdam aquatilis genus connumeravit, quod ante ipſum a Petro Belonio obſervatum fuerat, & Phryganium appellatum. Ejus quidem forma plurimum aberat ab erucis; neque in papilionem, ſed in aliud volucre animalculum converſum vidit: Xylophthoris nihilominus adſcripſit, propter tegumentum e feſtucis compactum, ab eo non multum diſſimile, quo Xylophthorus terreſtris induitur. De hoc paluſtri Xylophthoro per-

perelegantes obſervationes in ſuis Dialogis edidit Cl. Valliſnerius: terreſtrem nihil habere cenſuit, quod peculiari ſtudio, aut animadverſione dignum videretur.

Joannes vero Leonardus Friſchius pictor Berolinenſis, qui inſectorum metamorphoſes quamplurimas noſtra memoria diligentiſſime perſequutus eſt, alteram illam ac minorem Xylophthori terreſtris ſpeciem ab Aldrovando recenſitam cum ſuo papiliunculo tabulæ inſculpſit, paullo ille quidem exactius delineatam; nihil vero de peculiari illius indole ſuſpicatus, ſed ut erucam unam de multis, quas in chryſallides primum, deinde in papiliones mutari nemini eſt non exploratiſſimum.

Minorem hanc eamdem Xylophthori ſpeciem immortalibus ſuis ſcriptis conſignavit Cl. Reaumurius, tinearum, ut ſupra oſtendimus, ordini annumerans; ingenue tamen præfatus multa ſeſe in hoc animalculi genere neceſſario prætériiſſe, quæ in occulto adhuc eſſent, accuratius deinceps inveſtiganda. Nec vero ſibi defuiſſe obſervandi ſtudium, ſed copiam ipſius inſecti, quod in agro Pariſienſi, ac finitima regione rarius occurreret.

Tandem, ut ad recentiſſimos deveniam, Vir ſumma nominis celebritate ac fama, & in hoc ſtudiorum genere facile princeps, Carolus Linnæus, cum in *Syſtemate Naturæ*, quod duobus abhinc annis evulgavit, univerſam inſectorum multitudinem in certas claſſes, & ordines diſtribuendam ſuſcepiſſet; phalænarum vero ſive nocturnorum papilionum ſpecies amplius trecentas, omnes videlicet quas clare noverat, partim ex propriis obſervationibus, partim ex auctoribus univerſis, qui tum extabant, numeraſſet, Xylophthori, ejuſque volatilis animalculi, quod tamen phalænæ veriſſima eſt ſpecies, nuſquam meminit: unde etiam conjecturam facere poſſumus, ne iſtis quidem noviſſimis inſectorum obſervatoribus, quorum elucubrationes nondum ad nos pervenerunt, Wilkio, de Geer, Roeſelio, & aliis, qui omnes cum laude a Linnæo commemorati ſunt, Xylophthori naturam, miraſque proprietates cognitas exſtitiſſe.

Quæ cum ita ſint jure illud a nobis poſci videtur, ut Xylophthori terreſtris ſpecies, quotquot hactenus novimus, accuratius deſcribentes, abſolutam, quoad fieri poteſt, hujus animalculi hiſtoriam contexamus: Xylophthori inquam terreſtris; neque enim id nobis propoſitum eſt, neque res ipſa

po-

poſtulat, ut Xylophthorum etiam aquatilem noſtro ſermone complectamur, qui de alio eſt prorſus inſectorum genere, & de quo clariſſimi viri Valliſnerius, & Reaumurius tam plane, ac dilucide commentati ſunt, ut nihil amplius deſiderari poſſe videatur. Placet autem nobis, vitandæ ambiguitatis cauſſa, poſtremum hoc animalculi genus cum Belonio, ac Linnæo Phryganium potius, ſive Phryganeam nuncupare quam Xylophthorum; Xylophthori vero nomen terreſtribus reſervare: quorum etſi variæ ſunt ſpecies, in eo tamen conveniunt omnes, quod de erucarum proprio ſint genere, quod e ſerica materie, ſive araneoſa lanugine mobilia tegumenta ſibi comparent; quod variis ex rebus extrinſecus eadem obducant, inſtar tinearum, quæ laneas veſtes depaſcuntur; quod denique in papiliones transformentur, quorum mares alati ſint, fœminæ vero non modo alis caſſæ, ſed pedibus etiam, vel certe omni pedum uſu propemodum orbatæ, ſingulari prorſus naturæ inſtituto, nullis aliis inſectis, quod conſtet, communi, ovula deponentes.

Eſt tamen in his ipſis Xylophthoris, dum vivunt ſub erucarum forma, in ſuis vaginis, ſive tunicis conſtruendis diſcrimen aliquod; nam alii, qui fere majores ſunt, feſtucis, paleis, lignique fruſtulis eas ſepiunt, alii vero arenulis, aut minutiſſimis lapillis; quamobrem ordinis gratia bifariam Xylophthoros in feſtucarios, & arenarios dividere conſuevi. Neque illud me moratur quod Xylophthori appellatio, vi propriæ ſignificationis, minus conveniat feſtucariis, arenariis autem nulla ratione. Vocabulo mihi opus fuit, quod non modo ab reliquis erucis, verum etiam a tineis ipſis ea, de quibus acturus eram, animalcula diſtingueret: illud vero aſſumpſi non invitus, quod veterum Scriptorum, Ariſtotelis in primis auctoritate comprobatum reperiebam.

Inter feſtucarios autem Xylophthoros eam potiſſimum ſpeciem hodierno ſermone perſequi inſtitui, quæ & minor eſt ceteris, & omnium apud nos frequentiſſima; quam Aldrovandus ſecundo loco propoſuit, quæque ſola a Friſchio, & a Reaumurio commemorata eſt; fortaſſe quod in regionibus ad ſeptemtriones vergentibus non alia reperiatur.

Inſecti forma nihil plane ab aliis erucis differt, quæ metamorphoſi peracta papilionis formam aſſumunt, larvæ propterea papilionum a Linnæo nuncupatæ. Eadem capitis, & oris,

oris, & mandibularum ſtructura, idem numerus annulorum, idem ſtigmatum ſive trachearum poſitus; ut qui hæc omnia in aliis erucis noverit minutiorem in deſcribendo operam non deſideret. Pedes, ut in pleriſque, ſexdecim: ſquamoſi ſive cruſtati ſex ad annulos primores; membranacei decem, & ex his octo in annulis intermediis, bini in extremo corpore. Sunt autem hi pedes membranacei, quibus ad incedendum animal non utitur, haud multum prominentes, neque flexiles, unguiculorum ſive uncinorum ambitu muniti, non prorſus completo, neque circulari, ſed ad alteram partem quaſi in cuſpidis formam producto. Caput, quemadmodum in ſuo Xylophthoro Ariſtoteles notavit, varium eſt, ex albo videlicet ac nigro: annuli quoque tres primi ceteris graciliores, quos fere animal dum repit extra tubulum efferre ſolet, candidi ſunt, nitidi, & quaſi eburnei, lineis tribus nigris per longum ductis eleganter variati: reliquum corpus, quod, niſi vi extractum fuerit, intra mobile domicilium perpetuo abditum latet, aliquanto tumidius eſt, & unicolor, pallida rubedine ſuffuſum, ut vermiculi ſive eruculæ, quæ in meditullio pyrorum, prunorum, aliorumque ejuſmodi fructuum victitare ſolent.

Tubuli ſive folliculi, quibus Xylophthori vel penitus occuluntur dum quieſcunt, vel onerati incedunt dum progrediuntur, ex araneoſa & quaſi bombycina conſtant lanugine, denſe contexta, intus candidi & læves, argentei quaſi nitoris; extus vero feſtucis undique circumſepti, quibus detractis rudes nihilominus, ac veluti pulvere obſiti apparent; in medio craſſiores, utrinque attenuati fuſi formam quodammodo præſeferunt; anteriori orificio, eo videlicet quo caput, ac priores pedes ab animalculo efferuntur, nonnihil latiore; poſteriore autem, quo alvi fæces prodeunt, in acumen fere anguſtato.

Feſtucæ, quibus folliculi, ut oſtendimus, toti amiciuntur, ejuſmodi ſunt, ut non caſu hinc & illinc arreptæ, ſed ex gramineis culmis, fiſtuloſis ac tenuibus apte reſectæ, & ad opus comparatæ eſſe videantur: longitudo eadem fere, ac tubulorum, aut paullo major; ſuntque ita diſpoſitæ, ut vel parallelum ſitum ſervent inter ſe, & cum ipſo tubulo, vel modice inclinatæ ad orificium anterius paullulum convergant. Orificium hoc ſive oſtiolum minus anguſtum eſſe diximus, ſi cum inferiori comparatum fuerit: poteſt tamen, & ſolet ani-

mal pro ſuo arbitrio modo illud relaxare, modo conſtringere: relaxat dum progrediendi cauſſa & caput, & tres primores annulos exſerit, cruſtatis pedibus inſtructos, interdum etiam binos ſubſequentes: nam reliquum corpus hamatis unguiculis, quibus pedes membranaceos munitos eſſe diximus, intra ſuum tubulum firmiter retinetur; conſtringit vero quotieſcumque aut metu, aut alia cauſſa impulſum in ſuum latibulum ſe recipit: quod ſi tum fiat, cum per valde acclivem, aut perpendicularem locum reptando viam ſibi parat, tenuiſſimum ſtamen ex ore protinus effundit, quo ipſius orificii limbum ex immobili aliquo puncto leviter ſuſpendit: alioquin tubulum ipſum decidere neceſſe eſſet, retractis intro unguiculis anteriorum pedum, quibus incedens animalculum & proprium corpus, & ſui domicilii cum adiacentibus feſtucis molem ſuſtinebat.

Tales fere, quales deſcripſimus, Xylophthori vernali tempore, Majo menſe ſcilicet ac Junio, paſſim vagantur, per maceries, & hortorum ſepta; neque quo loco antea delituerint, neque quo alimenti genere victitaverint facile æſtimari poteſt; juſtam enim tum aſſequuti magnitudinem ad transformationem ſe componunt; quo tempore ſi quis eos in pyxide, aut vitreo vaſe concluſerit, multos quidem dies jejuni permanent, de appoſitis herbarum & arborum foliis nihil deguſtantes, & nihilominus debitam naturæ ſuæ metamorphoſim tempeſtive ſubeunt. Metamorphoſeos autem imminentis indicium eſt, quod in ſublimem locum aſcendens Xylophthorus plurimum ſtaminis ex ore profundat, denſiorem quaſi telam pertexens, qua anterius illud ſui folliculi oſtiolum penitus occludit, illudque parieti, aut lapidi, aut, ſi incluſus fuerit, vaſis operculo immobiliter affigit; ea ratione ut folliculus ipſe pendulus maneat, poſteriori orificio deorſum ſpectante. Poſt paucos dies intra eumdem folliculum ſeu tubulum a ſummo ad imum animal volvitur, quemadmodum partu appropinquante humanus fœtus in utero materno: extremum ſcilicet corpus in ſublime erigitur, caput vero ad inferius obvertitur orificium, quod neque occluſum fuit, & ſolum erupturo poſtea papilioni exitum præbere poteſt.

Eſt autem Xylophthoro ſubeunda nova chryſallidis forma eodem in ipſo folliculo, quo antea, cum ſub erucæ larva viveret, pro domicilio uſus fuerat. Id quemadmodum fiat ne-

nemini obſcurum eſſe poteſt, qui paullulum ſit modo in obſervandis inſectorum tranſmutationibus verſatus: nimirum quod aliis erucis contingit, id etiam Xylophthoro accidere certum eſt, ut paucos dies immotus maneat, ut contrahatur corpus, ut findatur cervix, utque excuſſa veteri exuvia, quam retro ad ſummam folliculi partem propellit, ſub nova chryſallidis, ſive aureliæ, ſive, ut Linnæano verbo utar, pupæ figura ſe oſtendat.

Id vero peculiare Xylophthori chryſallidibus, quod ſexus diſcrimen apertiſſime præſeferant, & maſculæ a fœmineis inſignibus notis differant. Maſculæ ſimillimæ ſunt bombycum chryſallidibus, & aliis ex quibus phalænæ, ſive papiliones nocturni evolvuntur, ejuſdem formæ, ejuſdemque ferruginei coloris, capitis, oculorum, pedum, & alarum futuri papilionis typum impreſſum habentes. Fœminæ contra majores, ac tumidiores, totæ pæne ex annulis conſtant, vix perexigua capitis, oculorum, ac pedum veſtigia oſtendentes, alarum vero prorſus nulla.

Neque minor eſt diſſimilitudo papilionum diverſi ſexus, qui poſt alteram, aut tertiam hebdomadam ex ipſis chryſallidibus erumpunt. Mares alati, vividi, & ad volatum alacres & prompti, chryſallidis ſpoliis quaſi vinculis ſoluti, dilatato inferiori folliculi orificio, eoque chryſallidis ipſius exuviam ſecum trahentes, in apertam lucem, liberumque aerem emergunt. Sunt vero admodum puſilli, de illorum genere quos *Phalænas Bombyces elingues alis depreſſis dorſo lævi* in ſyſtemate naturæ appellavit Linneus. Caput antennis inſtructum habent nigricantibus, non ſimplicibus, ut eas minus recte in ſua icone delineavit Reaumurius, ſed pectinatis, & ad inſtar plumæ diſpoſitis; ut in papilione bombycis, aliiſque multis, qui ad eundem ordinem referri ſolent. Oculi ipſis nigri, lingua ſive fiſtula oris nulla, thorax, & imus venter gracilis, cinerei coloris: crura longiuſcula, & inflexa: alæ tam interiores, quam exteriores utraque facie pullæ, nulla colorum varietate inſignes, nitore tamen quaſi ſericeo ſublucentes, & ad imam oram fimbriatæ, ut recte animadvertit Reaumurius, qui alioquin hujus papiliunculi imaginem talem exhibuit, quæ neque ſatis ad verum expreſſa eſſet, & ex aliqua potius diverſa papilionis ſpecie deſumpta videretur.

Papiliones vero, ſive phalænæ fœminei ſexus, quæ & ipſæ

ipſæ eodem temporis ſpatio e ſuis chryſallidibus, trifariam in apice dehiſcentibus, ſe evolvunt, longe aliam a maribus præſeferunt faciem, nam præterquam quod alis penitus deſtituuntur, ſic etiam differunt omnium partium figura, & habitu, ut quicumque originis neſcius aliquam ex his forte inſpexerit, vermiculi genus quodpiam, aut inſecti, quod nondum tranſformationem ſubierit, verius quam papilionem ſe videre putet.

Corpus huic animalculo arcuatum, flexile, quod in circuli ſive annuli figuram, quamdiu viribus conſtat, intorquere ſolet: cervix duriuſcula, nitida, & quaſi cornea deorſum incurvatur, fere ut in ſquillis aquatilibus; eademque caput protegit minimum, nullo oris foramine pervium, & adeo informe, ut omnino deeſſe putaretur, niſi puncta duo perexigua nigricantia oculorum ſitum, & ſpeciem adumbrarent. Nam antennæ fili inſtar ſimpliciſſimæ, quas demiſſas ac pedibus implicatas geſtat, tantæ ſubtilitatis ſunt, ut oculum microſcopio non inſtructum facile effugiant; & ego ipſe in eo errore aliquando ſum verſatus, ut nullas eſſe arbitrarer; pictor vero noſter etſi lineas duxit, quam tenuiſſimæ duci poſſunt, craſſiores tamen quam re vera eſſent neceſſario effinxit. Annuli ſive inciſuræ corporis duodecim ſunt, tribus vero primoribus, & ad cervicem pertinentibus totidem pedum inhærent paria, gracillima & pellucida; mobilia illa quidem, & ſuis locis flexa, ſed infirmiſſima, quibus inſiſtere aut progredi omnino animal non poſſit. Ceteri annuli ſecundum tres primos ſenſim craſſeſcunt; poſtremi rurſus modice contrahuntur; eſtque totum corpus cervice tenus molliuſculum, glabrum, coloris ſublividi, inciſuris ſingulis in dorſo zona tranſverſa ex violaceo nigricante eleganter depictis. Extrema alvus in circulum deſinit ſive annulum, pauco tomento flavi coloris inductum: ea res ſola animalculum hoc de papilionum ſeu phalænarum eſſe genere ſuſpicionem præbere poteſt; ſimilem enim alvi conformationem in fœmineo ſexu, ut ceteras omittam, habet illa phalænæ ſpecies vulgatiſſima, quam Cl. Linnæus *chryſorrhoeam* appellavit; ſed tomento longe denſiori, quo ovula ſua in ipſo partu implicat & cooperit. In noſtro autem inſecto, ex medio illo annulo ſeu circulo, quo abdomen terminari diximus, prælongus oviductus exporrigitur, in tres veluti articulos diſtinctus, immo ex tribus quodammodo tubulis compoſitus, eadem inter ſe ratione nexis, ut in teleſco-

piis fieri videmus; quorum ille qui ex ipſo ventre egreditur alterum inſertum habet paullo ſtrictiorem, & hic rurſus alterum tenujorem: ex qua ſtructura efficitur, ut liberum animalculo ſit oviductum hunc modo producere, modo retrahere, modo in diverſas partes flectere; id quod partus ipſius rationi conſentaneum eſſe poſtea oſtendemus.

Fœmina hæc papilio, quam deſcripſimus, ab involucris ſuæ chryſallidis expedita, e folliculo quoque molitur exitum; cujus inferiori orificio aliquantulum dilatato, caput primum, deinde & pedes educit, quibus, licet imbecillimis, folliculum, ſive feſtucas ipſum ſepientes apprehendit, iiſque innixa reliquum corpus extrahit; idque protinus in orbem torquet, ad pendentis anſulæ modum, oſtiolo, quo egreſſa eſt, extremam alvum, & oviductum obvertens. Hunc poſitum deinde ſervat prorſus immota, a veſtibulo ſui folliculi, cui tranquilliſſime adhæret, non amplius diſceſſura.

Sed jam generationis ordinem, ac modum explicare oportet; quod unum, peracta metamorphoſi, inſectis noſtris, ut aliis multis, ſupereſt opus. Qua quidem in re mira quædam, & aliis papilionibus inſueta Xylophthoris accidere animadvertit præclarus obſervator Reaumurius; neque tamen quorſum tenderent, aut quem exitum haberent ſatis clare potuit intelligere. Incluſerat ille in vitreo vaſe Xylophthoros aliquot, ſive eorum folliculos, quibus vivæ chryſallides continebantur: poſt vero dies non multos, nullo edito papilione, ſeu volucri animalculo, innumeros huc illuc prorepere vidit minutiſſimos Xylophthoros, qui recens nati videbantur, & ſuos nihilominus ſibi tubulos conſtruxerant, quos ſecum trahebant, a majoribus, & adultis, magnitudine excepta, nihil diſſimiles. Suſpicatus eſt initio ſeſe una cum Xylophthoris, etiam eorum ovula, aut ſemina in illud vas caſu aliquo inſcientem conjeciſſe: verum interiecto aliquo tempore, rurſus eamdem rem ſibi accidiſſe comperit, cum ovulorum intus latitantium nulla ſuſpicio eſſe poſſet. Meminerat tamen, plures dies ante quam illa minimorum Xylophthororum multitudo appareret, ignotum ſibi animalculum eodem in vaſe conſpectum, cujus figuram obſervare tum quidem neglexerat; ſed quod exortis deinde parvulis Xylophthoris, matrem eorum fuiſſe ſuſpicatus eſt; fœminam videlicet papilionem, alis deficientem, quæ ovulis depoſitis ſobolem illam procreaſſet. Sed illud nihilominus

nus obſcurum relinquebatur, quomodo fieri potuiſſet, ut fœmina illa a maſculo fœcundaretur; quando nullus ibi per eos dies volitans papiliunculus apparuiſſet. Et ſpecies ille quidem non paucas papilionum noverat, quorum alati eſſent mares, fœminæ vero non item; quorum vero uterque ſexus alis deficeret, omnino nullam. Illud tamen fieri potuiſſe exiſtimavit, ut papiliunculus alatus perpuſillus re vera affuiſſet, fœminæque ſuæ fœcunditatem impertitus eſſet, & nihilominus caſu aliquo conſpectum ſuum ſubterfugiſſet. Qua in ſententia tum eſt in primis confirmatus, quum alio tempore ſimile animalculum, cujuſdam Xylophthori folliculo incumbens, & innixum, vidit, parturientis, & jam jam ovula deponentis ſpecie; neque enim amplius dubitavit, quin ejuſmodi inſectum papilio eſſet fœmina; partus vero rationem eam eſſe conjecit, ut mater, evulſo tomento ſui ventris, ovula in exitu obvolveret, & ex ipſis quaſi glomerem formaret, quem ad oſtium proprii folliculi peculiari naturæ inſtinctu conſtitueret. Papilionum autem, qui ſuam adhibeant lanuginem ad ovula protegenda, ac fovenda, exempla non deerant; in primis illius phalænæ, quam a Linnæo *Chryſorrhoeam* nuncupatam eſſe diximus, & alterius etiam apud nos frequentiſſimæ, quam ille idem Vir Cl. *diſparem* appellavit.

At in Xylophthori papilione rem aliter evenire, conſtans, & ſæpiſſime iterata obſervatio apertiſſime tandem demonſtravit. Jam multis ante annis pluries mihi acciderat, ut Xylophthororum, qui in chryſallides abierant, folliculos diſcerperem, contemplaturus diſcrimen, quod inter varias ejuſdem ſpeciei chryſallides intereſſe animadverteram, quodque unde proficiſceretur, nondum tum mihi ſatis liquido erat perſpectum. Inter majores autem illas, ac totas annulatas, quas poſtea fœmineas eſſe comperi, nonnullas offendebam in apice contractas, exſuccas, & plane emortuas; apice vero tenus turgidas, & ſucci plenas, quibus diſſectis incredibilis ovulorum, quibus infartæ erant, apparebat copia. Dubitavi initio, an forte ab aliqua muſca, aut ichneumone; quorum ſane inſectorum ſpecies multæ intra erucarum corpora, & alienas chryſallides ovula ſua immittunt. Sed inanem fuiſſe conjecturam tum denique intellexi, cum in ejuſmodi chryſallidem peropportune incidi, qua vi aperta ac diducta, vermiculorum ex illis ovulis excluſorum incredibilem multitudinem ebullire

vi-

vidi, qui non multo poſt ſtaminibus, quæ ex ore fundebant, ſuos ſibi tubulos comparabant, ac ſeſe nihil aliud eſſe, niſi parvulos Xylophthoros, apertiſſime oſtendebant. Sed illud inexplicabile videbatur, ac fere portento ſimile, quod ex chryſallide, imperfecto animali, & nondum vim gignendi adepto, veriſſima tamen proles, eaque in ſuo genere perfecta, ac vitalis exſtitiſſet. Ac mihi quidem in re tam perplexa tamdiu tenebræ fuerunt, dum fœminæ papilionis peculiarem figuram, ac vitæ rationem, quæ diu me latuerat, cognitam habere cœpi. Ex quo enim animadverti, eam ſic fuiſſe a natura conſtructam, ut neque alarum, quibus prorſus careret, neque pedum auxilio, a ſui folliculi veſtibulo ſe removere poſſet: poſtea quam compertum habui, ſtatim a folliculo egreſſam in eum ſitum ſe componere, ut alvum extremam, & oviductum ipſius folliculi oſtiolo objiceret, veriſimillimum exiſtimavi, hanc illi legem a natura impoſitam, ut fœcundatione per maris copulam ſuſcepta, ovula ſua intra folliculum, immo intra exuviam propriæ chryſallidis immitteret, eamque ita infarciret, ut apice excepto, vivæ chryſallidis habitum, & formam repræſentaret. Quæ res etſi mihi minime videbatur dubia, quo tamen eam teſtatiorem redderem, ut meo conſpectui daretur omni ope elaborare cœpi. Medio igitur vere anni proxime elapſi, tum cum maxime id genus Xylophthori ad hortorum parietes abundant, quam maximam eorum copiam undecumque colligi, & ad me afferri curavi; quos partim ligneis arculis, partim vitreis vaſis incluſi: omneſque, illis exceptis, qui ab ichneumonibus, aut muſcis vitiati fuerant, in chryſallides primum, deinde in papiliones abierunt utriuſque ſexus; fœminarum vero numero utique majore.

Accidit autem ut quadam die, quæ dies poſtrid. kal. Junii menſis fuit, cum paullo poſt ſolis ortum operculum elevaſſem ligneæ capſulæ, qua folliculi aliquot continebantur, unde papiliones proxime erupturos exſpectabam, fœmellam aſpicerem optimi habitus, quæ eodem ipſo momento ſub meis oculis e folliculo egrediebatur; egreſſa vero illico ſe incurvabat in annuli, ſive anſulæ formam, ut ſupra demonſtratum eſt, adverſus ejuſdem folliculi feſtucas pedibus connixa. Forte illa eadem nocte e ſua pariter chryſallide evolutus maſculus papilio, omnium quos in eo genere viderim facile

ma-

maximus, idemque vegetus, ac viribus integer vitrea campana incluſus volitabat; quo illum paullo ante adegeram, ut a pictore commodius conſpici, ac delineari poſſet. Data igitur opportunitate quam peroptabam, campanæ limbum a menſa cui incumbebat leviter ſubmovi, fœminamque vixdum egreſſam, ac ſuo adhærentem folliculo ſub ipſa conſtitui: quam ſimul ac maſculus conſpicatus eſt, magno edito alarum plauſu ter quaterve eam circumivit, mox ſuperincumbens, aliſque in tentorioli modum expanſis & compoſitis, ſic eam operuit, ut aſpectui meo prorſus ſubduceret: antennis interim demiſſis per quatuor circiter horæ minuta immotus quievit: ad extremum fœcundationis opere ut æſtimari potuit completo, volatui iterum ſe dedit, vixitque in illo carcere etiam per triduum.

Fœmina vero vix maris congreſſu exſoluta partui dare operam cœpit, in folliculum, cui tum etiam appenſa adhærebat, exteriorem oviductum penitus inſerens, magniſque nixibus ovula intra cavum ejuſdem propellens, quod alterna imi ventris contractio, & relaxatio oſtendebat. Interea corpus totum, partu procedente gracileſcere ac minui, idemque infuſcari manifeſto deprehendebatur, obliteratis zonis, quibus annulos ſingulos variatos eſſe diximus: atque hæc omnia tanta celeritate peracta ſunt, ut hora circiter quarta, poſteaquam egreſſa e ſua chryſallide, & cum mare commiſta fuerat, ovulorum depoſitione abſoluta, extenuatoque, & contracto in minimam molem corpuſculo, exanimis ceciderit; licet obſcura quædam vitæ indicia uſque ad veſperam ſervaverit. Fœminæ quæ maris copiam non habuerunt, ut pluries obſervavi, ad duos treſve dies vitam producere ſolent; ad extremum nullis ovulis depoſitis, ne ſubventaneis quidem, languentes intereunt.

Folliculus vero ille, quem papilionis noſtri partum ſuſcepiſſe diximus, nulla ovulorum intus latitantium indicia præbebat; ab aliis minime diſſimilis, qui chryſallides vivas continebant, ſive etiam erant prorſus vacui; præterquam quod orificium illius pauco tomento occluſum videbatur, nempe illo, quod mater ſine dubio ſub finem partus e proprio ventre evulſum, & corraſum in eum locum congeſſerat: nulla tamen exſtabat glomeris ſpecies, neque ova ipſa tomento erant intermiſta, ſed intra chryſallidis exuviam penitus condita,

dita, quod ex innumeris aliis obſervationibus liquido nobis conſtabat. Nam ab illo folliculo, qui nobis inſpectantibus ovulis repletus fuerat, lacerando abſtinuimus, intactum ſervare cupientes, ſub eadem vitrea campana, ut quo tempore viva animalcula ex ovulis prodirent cognitum haberemus. Præterierunt autem dies omnino viginti, quibus elapſis, eodem ex oſtiolo, per quod ovula introducta fuerant, tota ſeſe vermiculorum, ſive erucularum multitudo effudit; quæ maternæ chryſallidis exuviam in ipſo exitu foras nonnihil pertraxerunt. Erant autem eruculæ microſcopio ſpectatæ a Xylophthoris adultis non diſſimiles, pallidi coloris, annulis tribus capiti proximis, ſingulis zona fuſca tranſverſim notatis: reliquum corpus his tribus annulis tenus incedentes retro ſublevabant, donec emiſſo ex ore tenuiſſimo ſtamine, quod extemplo factum eſt, proprio illud indumento protegerent, tubulos ſibi conſtruentes cylindricos, & paullo laxiores, intra quos & caput ipſum laceſſiti occultabant, ut Xylophthoris adultis in more eſt.

Illud etiam periclitari volui, an poſſem ejuſmodi animalcula domi alere, ac nutrire inſtar bombycum: ſed quo alimenti genere uterentur ignorabam. Appoſui herbas multas, quæ ibi frequentes ſunt, ubi Xylophthori plurimi reperiri ſolent, Urticam, Parietariam, Nepetam, Cichorium agreſte, Gramen: etiam arborum quarumdam folia, Ulmi, Salicis, Populi, Quercus, Carpini, Oxyacanthæ, Pruni ſilveſtris, & alia longe multa; quæ tamen a parvulis illis Xylophthoris nunquam attingi vidi: & tamen veriſimile videbatur obviam, & parabilem eſcam a natura ipſis deſtinatam; quando matres eorum ad greſſum, & ad volatum impotentes, ibi ovula ponere cogerentur, ubi eas tranſmutari accidiſſet. Sed poſtea longe faciliorem hujus rei exitum inveni, quam expectaveram. Forte enim pictori, qui hæc animalcula delineaturus domum meam identidem ventitabat, cum ad lineas, quæ minus ſucceſſerant, abolendas panis medulla de more uteretur, micæ aliquot exciderant, quibus libenter adhæreſcere vidi nonnullos, qui ex campana ſe proripuerant, parvulos Xylophthoros. Qua re admonitus ſum, ut experirer an panis medulla, virentis frondis loco appoſita, eos ſuſtentari contingeret: neque incaſſum; quamplurimos enim deinceps enutrivi, non alio alimenti genere, per quatuor & amplius menſes: quo temporis ſpatio, & mole aucti ſunt, incremento licet tardiſ-

ſimo, & ſuos ipſi tubulos in longitudinem maxime extenderunt, e floribus quibuſdam aridis & coloratis, quos eum in finem ſuggerebam, fibrillas detrahentes; partim tenuiſſimas quas ſtaminibus ſuis intexerent, partim craſſiuſculas, quas munimenti loco folliculis adiungerent; pari ratione, ac feſtucis majores obvallari ſolent. Illud etiam animadverti, elapſis ab ortu diebus circiter quadraginta, primam eos, aut fortaſſe alteram depoſuiſſe exuviam; quod coloris mutatio indicabat; jam enim primores annuli eburneum candorem præſeferebant, neque amplius zonas tranſverſas fuſcas, ſed lineas tres nigras per dorſi longitudinem decurrentes oſtentabant; ut jam a Xylophthoris adultis nulla re, niſi magnitudine, differrent. Atque in hoc ſtatu permanſerunt uſque ad Novembris initium: quo tempore, cum varii caſus plures extinxiſſent, qui ſupererant, circiter quatuordecim, interiorem campanæ teſtudinem conſcenderunt, ſtamina ex ore fundentes; non quibus ad imum rurſus ſe demitterent, ut alias conſueverant, ſed quorum ope folliculos ſuos cavo vitro agglutinarent. In eo ſitu continuerunt ſe per totam hiemem; vere autem appetente, ſub initium videlicet Martii menſis, quaſi diuturno ſomno experrecti reptare cœperunt, & in omnem partem progredi, paniſque medulla exhibita rurſus veſci; eoque in primis alimenti genere, trium fere menſium ſpatio, ad juſtam magnitudinem crevere: quamquam & arborum quarumdam, Coryli potiſſimum, folia grandiores facti minime aſpernati ſunt, quæ ab ipſis pertuſa & arroſa non ſemel comperi. Feſtucarum vero loco pertenues triticei culmi particulas, quas ſolas obieceram, folliculis ſuis apte circumdederunt, ut flavo tantum tegumentorum colore a Xylophthoris paſſim occurrentibus diſcreparent. Junio menſe ad metamorphoſim ſe compararunt, non omnes eodem tempore; etſi anno ante, uti demonſtravimus, ſimul concepti, & uno partu editi; quin etiam eodem loco eodemque pabulo una omnes nutriti: ſcilicet nonnulli in papiliones partim mares, partim fœminas jam abjerant, cum alii erucarum formam nondum depoſuiſſent.

Incompertum mihi adhuc eſt, quo in loco Xylophthori liberi, ſuoque ingenio viventes primam ætatem agant, aut quo pabuli genere veſcantur: juniores equidem medulla panis diu conſervatos vidi; id vero alimentum eſſe nequaquam poteſt a natura ipſis conſtitutum: herbæ fortaſſe non deerunt,

quas

quas vel tenelli non abnuant; ligni vero duriorem materiem, eos non attingere, etſi a corrumpendis lignis nomen adepti ſunt, propemodum habeo exploratum. Sunt illi quidem natura valde temperantes, ac jejunium diutiſſime perferunt, minimumque cibi capiunt, quod in illis maxime perſpexi, quos pane educavi; nam neque ſuam eſcam rodentes unquam aſpexi, neque panem ipſum, quo multi plures dies alti fuerant, quod ſenſu percipi poſſet, imminutum.

Et tamen in tanta abſtinentia viribus pro corpuſculi ratione plurimum pollent. Affirmare non dubitavit Reaumurius, Xylophthorum ſuas feſtucas, quantumlibet leves & cavas ſecum trahentem, graviori onere preſſum incedere, quam quemquam olim Romanum militem. Ego amplius vidi Xylophthorum ſupra menſam reptantem, cui araneoſis ſtaminibus tres alii quieſcentes adhæſerant, quos ille omnes cum ſua, & cum eorum ſarcinis, nullo labore circumferebat; neque id modo in adultis, ſed in parvulis, & recens natis, qui nullum adhuc alimentum ceperant, pluries obſervavi.

Quos ſibi tubulos in ipſo vitæ exordio, ut oſtendimus, e bombycinis filis contexunt Xylophthori, eos numquam deponunt, ſed ad extremam uſque ſervant metamorphoſim, pro corporis ſui incremento, in longitudinem, ac latitudinem porrigentes; artificio ab eo non diſſimili, quod Reaumurius in vulgaribus tineis obſervavit, quæ laneas veſtes exedunt. Initio quidem laxiores conſtruunt, ut etiam nonnihil augeſcentibus tegumentum præbere queant. Poſtea quam juſto breviores effecti ſunt, nova materie ad anterius orificium ſuperaddita in longum producunt: neque hujuſmodi incrementa ſuis temporibus notare difficile eſt; potiſſimum, ſi quis ex aridis floribus bracteolas ſuppeditaverit, quarum illi ſolutas fibrillas ſtaminibus ſuis libenter attexunt. Sed illud longe operoſius folliculos dilatare & expandere; quod tamen neceſſario præſtare debent Xylophthori, cum aucta corporis craſſitudine priſtini indumenti anguſtiis nequaquam contineri poſſunt. Quotieſcumque id accidit, tubulos ipſi ſuos ſive folliculos a ſummo fere ad imum diſcindunt, utroque tamen orificio, quantum nobis obſervare licuit, intacto: rimam deinde valde diductam, & non modico ſpatio hiantem, ſericea textura explent; cujus operis ratio id efficit, ut qui initio fere cylindrici erant tubuli, utrinque anguſtiores evadant, & quaſi fuſiformes.

Etiam illud inquirendum cenſui, verum ne eſſet quod ſcripſit Ariſtoteles, Xylophthoros videlicet e tubulo vi extractos interire, ut limaces e ſuis teſtis. Res mihi aliter cecidit. Evulſi quidem Xylophthori e ſuis folliculis non facile alios ſibi comparant, ſtaminis penuria; non tamen emoriuntur: immo ſi quis laceros ipſis folliculos objecerit, non mediocri induſtria eos ſarcire norunt, & ad priſtinam formam reducere. Eorum unum vidi aliquando, qui cum in ipſo opere prælongam feſtucam forte offendiſſet, ore arreptam valide intorquere, ac vibrare cœpit, perinde ac ſi haſta luderet, dum eam proprio tubulo, quem pæne redintegraverat, apponeret & conglutinaret. Quod ſi fragmenta diſcerpti folliculi defeciſſent, vidi etiam ex oblata ipſis goſſipina lanugine tegumenta ſibi parantes; ut tamen, ſi optio daretur, reliquias proprii tubuli ſine cunctatione goſſipio anteponerent: alii vero, quibus novi indumenti materies defuit, nudi quidem permanſerunt, ſed nihilominus in chryſallides, deinde in papiliones, licet imbecilliores, tranſmutati ſunt. Neque vero illud mirum eſt Xylophthoros adultos novos a ſe ipſis tubulos conſtruere non poſſe; eſt enim perexigua ſtaminis copia, cui uno eodemque tempore fundendæ pares ſunt; folliculi vero, quos geſtant, opus totius vitæ eſſe oſtendimus, quotidianis pæne acceſſionibus ad eam, quam videmus, molem, ac ſpiſſitudinem perductum.

TABULÆ EXPLICATIO.

1 Xylophthorus cum ſuo folliculo incedens.
2 Xylophthorus e folliculo extractus.
3 Folliculus feſtucis denudatus.
4 Chryſallis maſcula.
5 Chryſallis fœminea.
6 Papilio mas.
7 Papilio fœmina.
8 Papilio fœmina oſtiolo folliculi incumbens.
9 Exuvia chryſallidis ovulis infarta.
10 Xylophthori parvuli ab exuvia chryſallidis egreſſi.
11 Xylophthori recens nati ſuis tunicis induti.

FRAN-


pag. 348
1
2
2
3
4
4
5
5
6
6
6
6
7
7
7
8
8
9
10
11
T.V.P.I.
23

FRANCISCI MARIÆ ZANOTTI
AD
TORQUATUM VARENUM
EPISTOLA

In qua primum de luce agitur, tum pauca indicantur de motu corporum initiali.

FRANCISCUS MARIA ZANOTTUS TORQUATO VARENO S. S. P. D.

TE ne igitur, Varene ſuaviſſime, Nevtono illi tuo, ſic enim ſcribis, ſuccenſuiſſe? Atqui vehementer gaudeo, te adeo, ex quo a nobis diſceſſiſti, in mathematicis rebus profeciſſe, ut jam & tibi poſſis fidere, & philoſopho tanto ſubiraſci. Sed de lemmate, quod tibi moleſtiam attulit, dicam poſtea. Nam quod ais, ſcire te velle, quemadmodum otium per hos menſes oblectaverim, & noſtras, quod dudum ſileant, muſas increpas; ſtatui pleniores litteras ad te dare, e quibus intelligas, quæ lucis & colorum pericula fecerim; ſcito enim, me, cum animi cauſa ad phyſicos parumper diverterim, neſcio quomodo paulo audaciorem eſſe factum, voluiſſeque communibus & pervagatis Nevtonianorum experimentis non nihil addere. Quemadmodum id geſtum ſit, narrabo primum ex ordine; poſt deinde veniam ad lemma, curaboque, ut Nevtonus tibi, ſi fieri poteſt, in gratiam redeat. Sed jam de luce dicamus.

Non ignoras, illud apud Nevtonianos, phyſicos in primis nobiles, ratum fixumque eſſe, unicuique lucis radiolo nativum & proprium inhærere colorem, ac ſic inhærere, ut nulla omninó ratione poſſit diſcuti. Id illi ſcilicet experimentis probant bene multis. Etenim cum priſma vitreum radio ſolis objecerint, atque imaginem coloribus variis diſtinctam tabella exceperint, radiolum certi coloris per foramen in tabella inſculptum progredi longius ſinunt, eumque poſtea, divulſum veluti ab imagine, ſeparatumque, modis omnibus verſant,

ſant, ſi ſuum forte colorem amittat: opacis objectis corporibus flectunt, reflectuntque ſæpius; diaphanis interpoſitis trajiciunt. Ille ſcilicet ſui ſemper coloris eſt. Id Nevtoniani cum viderint, nulloque neque opacorum corporum neque diaphanorum genere colorem radii mutari poſſe cognoverint, ſtatuerunt tandem, cujuſque radii colorem immutabilem prorſus eſſe. Quæ opinio his temporibus apud omnes tanti eſt, ut qui illam non teneant, indocti habeantur.

Ego tamen, qui neque doctus haberi vellem, nec eſſem, licere mihi aliquid exiſtimavi. Et quamvis Nevtonianorum opinionem argumentis adeo multis, tantorumque hominum auctoritate firmatam ultro amplecterer, id mihi tamen concedi volui, ut deſiderare adhuc aliquid in illorum experimentis auderem; videbantur enim mihi, cum experimenta in opacis, diaphaniſque corporibus feciſſent, ea tentaviſſe, in quibus minor eſſet dubitatio; illa vero, quæ plus haberent periculi, prætermiſiſſe. Cur enim non in tertio etiam genere, id eſt in lucidis, eadem experirentur? Atqui erat ſane metuendum, ne flamma, ſi qui radii in ipſam incurrerent, & ab ipſa reflecterentur, colores illorum mutaret; vel, ſi nullatenus reflecterentur, ipſamque pervaderent, quam erat facile ſuſpicari, trajicientes flammam radios in colores alios ex illa tranſmiſſione converti? Quippe flamma, ut quæ lucem parit, videtur etiam gignendis coloribus aptiſſima, ideoque etiam mutandis. Hæc mecum ſæpius cogitans experimenti deſiderium ferre diutius non potui. Facere ergo ipſe conſtitui; quoque eſſet vel certius, vel illuſtrius, idem feci ſæpius, adjutoreſque mihi adjunxi, modo Lauram Baſſiam, & Joſephum Verattum, claros phyſicos, modo Herculem Lellium, cujus in omni artium genere ſpectata eſt induſtria. Quemadmodum res ceſſerit, paucis expedio.

Coloratam ſolis imaginem, uti fieri ſolet, paravimus priſmate ſatis bono, eamque tabella excepimus, in qua foramen factum erat perexiguum, eo nempe conſilio, ut radiolus in ipſum incurrens abiret longius, ſecretuſque ab aliis omnibus ad chartam albam, quæ illi adverſa ponebatur, appelleret. His ad hunc modum comparatis intuebar ego attentius in chartam, radiolumque e foramine evadentem, in ipſamque incurrentem, omni, qua poteram, diligentia conſiderabam: qui color ejus eſſet, qui ſitus in charta, quæ forma,

qui

qui nitor. Quæ cum mihi in animo penitus infixiſſem, juſſi candelæ flammam poſt tabellam ad foramen ſubito admoveri; volebam enim, ut radiolus flammam trajiceret, antequam foramen ſubiret, ſeſeque in chartam, in quam intuebar, immitteret; etenim ſi qua coloris mutatio ex illo per flammam tranſitu radiolo accidiſſet, vix fieri poſſe videbatur, ut non id ego, radiolum ipſum in charta ſpectans, ſentirem. Et quoniam flamma duabus maxime partibus conſtat (ut mittam lanuginem tenuiſſimam quamdam, qua tota involvitur) quarum altera obſcurior eſt, atque ellychnium tangit; nitidior altera, quæ obſcuriorem ambit, ſeſeque ſurſum efferens ſplendet vel maxime; illud præcepi, ut flammam ſic ſemper admoverent, ut radiolus per ſplendidiorem partem tranſiret; videbatur enim in hac periculum & exſpectatio eſſe major.

Experimentum fecimus ſæpe numero, neque in uno tantum radiorum genere, ſed in multis & variis, in flavo, in viridi, in rubro. Eodem ſemper modo res ceſſit, ut ex flammæ interpoſitione nihil quidquam in radio, quod ſenſu quidem percipere ipſe poſſem, mutaretur: non color, non vis luminis, non ſitus, non forma. Quæ omnia uſque adeo conſtabant, ut ipſe interdum, cum mutari nihil viderem, increparem ſocios, quod flammam, uti præceperam, non admoviſſent; illi vero ſancte affirmabant, & flammam ſe interpoſuiſſe, & tunc vel maxime eſſe interpoſitam, dum ipſos increpabam. Itaque errorem ridebant meum. Delectari ego fallacia illa cæpi, rogavique, ut eamdem mihi ſæpius facerent. Neque diſſimulaverim tamen, me utique ex illo radii veſtigio, quod in charta inſidebat, interpoſitionem flammæ potuiſſe aliquando cognoſcere; quod illud nimirum interiori quodam motu cieri interdum ex interjecta flamma, turbarique videbatur. Id quod nos quidem non flamma ipſa fieri exiſtimavimus, ſed particulis potius quibuſdam craſſiuſculis, & nigricantibus, quæ ex ellychnio nonnumquam erumpentes, neque dum in flammam converſæ, mira celeritate feruntur ſurſum, fumoque ſe admiſcent. His enim radium pervadentibus, ejus ſpeciem in charta turbari neceſſe eſt. Itaque etiamſi flamma radio ſubjiceretur; ſic quidem, ut ne ipſum contingeret, ſed fumum tantum in eum immitteret, quod haud ſemel experti ſumus, eadem turbatio ſequebatur.

Intellexiſti, mi Torquate, quemadmodum experimentum

ceſ-

ceſſerit. Quas ex illo conjecturas fecerim, paucis habe. Ac primum quidem illud affirmare non dubitavi, radium quemque lucis, etiamſi flammam pertranſeat, colorem ſuum egregie retinere; quippe id ipſum, ut alia nulla accederet ratio, experimento manifeſtabatur. Conjeci deinde flammam non modo radios non reflectere, ſi qui in ipſam incurrant, ſed ne intercipere quidem ullos. Qui enim fieri potuiſſet, ut in illa radii ſpecie, quam charta excipiebat, neque vis luminis, neque color ex interjecta flamma imminueretur, ſi quos radios aut reflecteret flamma ipſa, aut interciperet? Quid quod flamma in radio ſolis poſita colorem nullum trahit, etiamſi radius, in quo ponitur, priſma trajecerit, ſitque ipſe idcirco pulcherrimis coloribus nitidiſſimiſque diſtinctus; quos flamma profecto videretur trahere, ſi quid radiorum reflecteret. Ac flammam cum dico, ſuperiorem ſemper lucidioremque partem intelligo; non illam inferiorem, obſcurioremque, quæ ellychnium ambit; quæ lumen reflectit utique, & pro radiorum, qui in ipſam incurrunt, varietate varie coloratur.

Id cum vidiſſem, nullamque reflectendi luminis vim ineſſe in flamma cognoviſſem, ad eam facile conjecturam delapſus ſum, ut exiſtimaverim, ne ullam quidem ineſſe in ea vim refringendi. Idque ſane experimentum ipſum, quod ſupra narravi, monere videbatur; etenim cum radii ſpecies in charta inſidens eumdem ſemper obtineret locum, ſive flammam radius trajiceret, ſive non; id ſane argumento erat, haudquaquam refringi eum in illa trajectione. Quæ cum ita eſſe viderentur, delectabat jam nos mira quædam flammæ & lucis ſimilitudo. Ut enim lux lucem neque reflectit, neque refringit, neque intercipit, neque de ejus colore quidquam detrahit, quod quotidianus rerum adſpectus nos monet; ſic flamma advenientibus radiis haudquaquam obſiſtit, neque coloribus injuriam facit: ut videantur lux & flamma ejuſdem prope eſſe generis; quamquam illa tenuior multo eſt, vix ut corpus eſſe credatur.

Cum hæc mecum ipſe volverem, & coloris præſertim conſtantiam mirarer, qui ne flammæ quidem interpoſitione mutari potuiſſet, venit in mentem experimentum rurſus facere cum majore periculo. Sed antequam id narro, placet de ſermone quodam, & quæſtione inde orta, neque enim longum eſt, exponere. Cum experimento, quod ante dixi,

con-

conjecturiſque meis ſatis jam fiderem, non dubitavi hæc eadem cum Academia privato in conventu communicare. Sermones, uti fit, ſecuti ſunt varii, approbantibus aliis, aliis diſſentientibus. Sequenti die Gabrielem Manfredium offendi, hominem, uti ſcis, doctiſſimum, mihique longe amiciſſimum. Is conjecturas meas omnes primum gratulatus ad extremum addidit, unam eſſe, in qua acquieſcere nondum poſſet; ſibi illud non omnino placere, quod dixeram, nullos lucis radios a flamma reflecti: id nimirum obſervationi cuidam ſuæ minime reſpondere. Percontanti hic tum mihi quid id eſſet, narravit caminum ſe domi habere feneſtræ adverſum, quæ feneſtra ad orientem ſolem ſpectat: huc hieme, cum lecto ſurgeret, recipere ſe conſueviſſe, ibique ſarmenta, & ligna accendere ad frigus depellendum; accidiſſe autem ſæpius, ut cum feneſtram aperuiſſet, immiſſo in caminum ſole, flamma ſibi viſa eſſet multo clarior, quam antea. Quid ergo, ajebat, in cauſa eſſe putemus, ut illa fiat claritatis acceſſio, niſi quod flamma præter eos, quos ex ſeſe emittit, radios, illos etiam reflectit, quos a ſole accipit? Quæ cum ille dixiſſet; equidem, reſpondi, mirari ſatis non poſſum, quid tibi id acciderit. Quid enim notius, quid communius, quam facis cujuſque lumen tenuius videri, ſi locus, in quo eſt, ſole illuſtretur? An non id candelæ accenſæ quotidie oſtendunt, ſi in ſole ponantur? Quid quod flammam inter experimenta facienda nos quidem ſæpe in ſolis lumine collocavimus, neque ea tamen nitidior umquam fieri viſa eſt? Fateor ego quidem, inquit Manfredius, hæc omnia; ſed nihil tamen hoc mihi eripiat, camini flammam mihi viſam eſſe ex appulſu ſolis clariorem. Vide, ut id explices. Quæ cum properanter dixiſſet, feſtinabat enim alio, me perhumaniter ſalutavit, diſceſſitque.

Quærens ipſe poſtea, ac rem totam in omnes partes verſans, illud primum vereri cæpi, ne qui flammam ſub camino accenſam ex appulſu ſolis clariorem fieri judicaſſet, eum vel camini, vel totius loci ſpecies feſelliſſet. Etenim cum immiſſo per feneſtram ſole, fierent alia omnia illuſtriora, non ſatis ille fortaſſe animadverterat flammam eſſe excipiendam. Cogitatio deinde alia ſubiit animum, poſſe utique flammam ſub camino ardentem, etiamſi radium, uti ipſe docueram, reflectat nullum, immiſſo tamen ſole fieri clariorem. Etenim flam-

ma, quæ ex ſarmentis ligniſque fit, nequaquam ſimplex eſt, ſed ex flammis coaleſcit quamplurimis, quarum unaquæque duabus partibus conſtat, inferiore altera, atque obſcuriore, quæ interdum eſt longe maxima, altera ſuperiore, quæ & brevior eſſe ſolet, & multo eſt nitidiſſima. Atque ego quidem reflecti radios ab hac ſuperiori parte negaveram; ab illa inferiori, non negaveram. Cur non ergo fieri poſſe exiſtimemus, ut ſi in camini flammam, quæ flammis conſtat quamplurimis, ſolis lux immittatur, inferiores omnes, obſcurioreſque harum partes immiſſam lucem reflectant, eoque nomine dicatur flamma clarior fieri, quamvis ſuperiores partes nitidioreſque nihil lucis reflectant? Hanc cogitationem alia eſt conſecuta. Permeantes flammam radii, ubi illam trajecerunt, in adverſa corpora incidunt, a quibus reflexi ad flammam redeunt, rurſumque illam permeantes perveniunt tandem ad oculos. Quod ſi clariores radii ſint vividioreſque, nec unde proveniant, advertas, facile putes, eos quoque prodire e flamma, flammamque idcirco clariorem eſſe judices. Hæc me cogitatio ad experimentum deduxit adeo promtum, & facile, ut vel ſi minus valeret ad rem confirmandam, ignoſcendum tamen narranti eſſet propter brevitatem. Id fuit hujuſmodi. Tæniam impenſe rubram ultra candelæ flammam locavi, ut tranſpicerem. Initio ſcilicet flammæ nitore obruta vix apparebat, interdum ne vix quidem. Interim juſſi foramen in feneſtra aperiri, quo radius ſolis in tæniam ſubito invaderet. Tunc enimvero egregie videri tænia, ejuſque color per flammam pulchre ſplendeſcere. Neque ego dubitavi, quin, ſi tæniam neſciſſem ultra flammam eſſe locatam, judicia confudiſſem, coloremque illum & nitorem tæniæ in flamma ipſa inſidere exiſtimaſſem.

Sed jam his miſſis illuc redeo, unde diſceſſi, atque experimentum narro, de quo ante monui, quoque mihi viſus ſum Nevtonianorum opinionem in diſcrimen majus adducere. Curaveram antea ſemper, ut coloratus ſolis radius e priſmate ductus per communem flammam tranſiret; nihilque ille de ſuo colore in eo tranſitu mutaverat. Vereri ſubiit, ne mutaturus quid eſſet, ſi per flammam tranſiret certo colore infectam, eoque longe diverſo; videbatur enim ex illo diverſorum colorum occurſu exſpectari poſſe aliquid. Placuit ergo hoc etiam periclitari. Flammam viridem parari juſſi;

quo

quo artificio nihil attinet dicere; eſt enim notiſſimum. Tum ſolis radium e priſmate ductum, pulcherrimeque rubeſcentem per ipſam tranſire feci, cumque tranſiſſet, charta excepi. Hic Nevtoni apparuit felicitas. Nam quamvis flamma eſſet pulchre viridis, radius vero ſolis præclare rubeſceret, in tanta colorum diverſitate radius per flammam tranſiens colorem omnino retinuit ſuum. Neque vero negaverim, me, cum iterum ac ſæpius experimentum fecerim, in ea radii ſpecie, quam charta excipiebam, viriditatis neſcio quid interdum comperiſſe. Quod quidem non ex eo fieri exiſtimavi, quod radius ruber per flammam viridem tranſiens viridis ipſe fieret, ſed quia virides flammæ radii ſeſe illi admiſcerent; ac licet pauci eſſent, & propter nitoris tenuitatem cum radio ſolis vix comparandi, colore tamen ſuo ſatis interdum ſe proderent. Sic mihi ſuſpicionem omnem ademi.

Atque his quidem omnibus videbar mihi eam coloris, quam Nevtonus monſtraverat, in unoquoque lucis radio conſtantiam majore, quam fieri ſolet, periculo comprobaſſe; idque unice ſpectaveram. Sed quoniam aliud, ut ajunt, ex alio; cum in ea lucis cogitatione verſarer, illa ſubito inceſſit dubitatio, utrum lux a flamma prodiens, & objecta quæque corpora illuminans, ab externa ſuperficie tantum, an etiam ex interioribus flammæ partibus proficiſcatur. Idque videbatur ad magnitudinem lucis æſtimandam valde pertinere; ſi enim ab exterioribus tantum partibus lux prodit, videtur ea ſane ſuperficie flammæ æſtimari debere, ſin etiam ab interioribus, ſoliditate; quæ duæ menſuræ, uti ſcis, longe inter ſe diſtant. Atque illud quidem proclive erat credere, lucis radios non modo ab exterioribus flammæ partibus, ſed etiam ab interioribus proficiſci, quando id vel communes obſervationes ſuadere videntur & quotidianæ; nam ſi quid opacum in flammam penitus introducatur, id ſtatim ſentiunt qui adſunt, etiamſi flammam non adſpiciant, quia nempe opacum illud, quod introductum eſt, radios quamplurimos ab intima flamma prodeuntes intercipit, ideoque obſcuritatem rebus affert. Idque etiam ellychnium facit, ſi porrectum longius in ſuperiorem nitidioremque flammæ partem ſe immittat. Sed ego quidem obſervationibus hiſce communibus contentus non eram; experimentum ſubtilius aliquod requirebam.

Cum eam igitur cogitationem ſuſcepiſſem, experimenta

duo mihi in mentem venerunt, quæ ſi fieri poſſent, ut mihi videbantur, lumen aliquod attuliſſent: primum, ut cognoſcerem, an, ſuperficie flammæ imminuta, eadem tamen manente ſoliditate, lux maneret eadem: deinde an aucta flammæ ſoliditate, eadem tamen manente ſuperficie, lux augeretur; etenim ſi utrumvis horum accidiſſet, videbatur utique a ſoliditate flammæ repetenda lux eſſe; ſin minus, a ſuperficie. Neque vero me fugit quam difficile factu eſſet, ut ſuperficies flammarum certæ ſoliditateſque conſtituerentur; quod niſi fieret, ſpes erat vix ulla, ut ea experimenta inirem, quæ aut mihi, aut aliis, ſi qui ſunt, moroſioribus ſatisfacerent; illudque etiam intelligebam, quam ſim ipſe ad molimina phyſicorum omnia plane iners. Nihilominus tentare aliquid volui; maluique experimenta, quæ agitabam animo, minus recte facere, quam nullo modo; confidebamque Lellii noſtri induſtriæ, cujus tanta eſt ſagacitas, ut illo adjutore liceat ſperare omnia vel inertibus. Sed jam experimenta ut ceſſerint, dicamus; ac primum quid luci acciderit conſervata flammæ ſoliditate, ſuperficie imminuta.

Binas flammulas, eaſque breviſſimo intervallo inter ſe disiunctas, æquales, quantum fieri potuit, & ſimiles ſuper menſa locari juſſi; meque ipſe ita locavi, ut chartam in earum lumine poſitam attentius inſpiciens litterulas in ea exaratas vix poſſem legere. Cum vim luminis animadvertiſſem, & quantum mihi valerent oculi in illa diſtantia ſenſiſſem, juſſi binas flammulas confeſtim jungi, ut de duabus una fieret; videbatur enim, ſi id fieret, ſoliditatum ſumma eadem fore, quæ antea, non item ſuperficierum; vix enim aliquando accidat, ut, ſi corpora duo in unum coaleſcant, non ſuperficierum ſumma minuatur; in ſimilibus certe corporibus numquam accidit; puta in ſphæris, in cylindris, in pyramidibus, in conis denique, ad quorum figuram figura flammæ proxime accedit. Cum ergo flammulæ, uti dixi, junctæ eſſent, eaque re ipſarum ſoliditas, quod facile credi poteſt, manſiſſet, ſuperficie tantum imminuta, extenuari quidem lumen paululum viſum eſt; ſed ego tamen litterulas perrexi legere æque commode, ut antea. Quod meo quidem judicio ſignum fuit, lucem ſoliditate magis æſtimandam eſſe, quam ſuperficie. Etenim illa, quam dixi, extenuatio luminis non tanta eſſe viſa eſt, ut imminutæ flammularum ſuperficiei reſponderet.

ret. Idque experimento iterum facto clarius apparuit, cum pro binis flammulis ternas adhibuiſſem. Tribus enim in unam coeuntibus fuit litterularum lectio æque facilis; obſcuratio vero luminis, quantacumque fuerit, haud certe major viſa eſt, quam antea, cum flammulas binas adhibuiſſem.

Hactenus expoſui, quid mihi contigiſſe viſum ſit, cum ſoliditatem flammæ, quo potui modo, conſervavi, ſuperficiem imminui. Cognoſce nunc, quid contigerit, cum ſuperficiem retinui, ſoliditatem auxi. Flammulam unam ſuper menſa locavi, quæ per foramen in lamella inſculptum lucem in chartam immitteret exiguis characteribus notatam; qua in charta ſpatiolum mihi oculis deſignavi, in quod intuens deſcriptos inibi characteres poſſem commode vix legere. Neque vero in id ſpatiolum univerſa flammæ ſuperficies propter interpoſitum foramen radiare poterat; ſed pars tantum ſuperficiei certa atque conſtituta; quantacumque eſſet flammæ magnitudo. His ita comparatis in eam flammam, cujus lumen in charta intuebar, immitti aliam ſubito juſſi, ut magnitudo ejus augeretur, ſoliditaſque. Hic tum lumen in charta manifeſto majus fieri, & characteres legi multo commodius. Quo intellexi, augeri lucem utique, etiamſi flammæ ſuperficies radians minime augeatur, ſi modo augeatur ſoliditas.

His conjecturis, non enim demonſtrationes audeo dicere, factum eſt, ut quam ſententiam præconceptam animo habueram, lucem non ſuperficie flammæ, ſed ſoliditate eſſe æſtimandam, eamdem poſtea arctius complexus ſim, optaverimque eam, ſi fieri poſſet, in uſum quempiam transferre. Scis enim multos eſſe, qui nihil jucunditati dent atque otio; in omnibus ſpectari uſum velint. Quos haud ſcio, an me ſatis utilem fuiſſe exiſtimaverint, ſi conjecturis utar meis ad quamdam non vulgi modo, ſed etiam doctorum quorumdam hominum admirationem dubitationemque tollendam. Id, quidquid eſt, paucis accipe.

Mirari ſæpe quoſdam intellexi, & ipſe interdum miratus ſum, quid ſit, quod in eclipſi ſolis, cum progrediens paulatim luna ſe illi objicit, non continuo obſcuratio fiat tanta, quanta exſpectanda eſſe pro obtecta ſolis parte videbatur; itaque ſi vel quartam, vel eo etiam majorem ſolaris diametri partem luna obtexerit, obſcurationem tamen, præter valde attentos, nemo fere ſentiat; ubi vero luna proceſ-

ſerit

ſerit longius, propiuſque ad ſolis centrum acceſſerit, breviſſimo tempore ea rerum obſcuratio fiat, quæ neminem poſſit fugere. Atqui hoc totum explicationem habeat meo judicio facillimam, ſi flammæ lux non ſuperficie quidem ſed ſoliditate æſtimetur. Etenim cum ſit ſol flamma quædam ingens in ſphæræ modum conformata, illud ſane ſequitur, ut ſi luna ſeſe illi objiciat, atque alias aliaſque ejus diametri partes ſenſim occupet, initio quidem ſuperficiei plus obtegat, quam ſoliditatis: hoc eſt: pars obtecta ſuperficiei majorem habeat proportionem ad ſuperficiem totam, quam pars obtecta ſoliditatis ad totam ſoliditatem; quamvis progrediente deinde luna proportiones eæ ad æqualitatem paulatim accedant, ac tandem quæ major erat, ſuperetur ab altera. Nihil ergo mirari convenit, quod ſub eclipſeos initium non ea fiat obſcuratio, quæ obtectis ſolaris diametri partibus reſpondeat; tunc enim luna ſolaris ſuperficiei multum obtegit, ſoliditatis non multum; quamquam progreſſa longius tantum fere ſoliditatis abſcondat, quantum ſuperficiei, unde etiam ſequitur, ut ubi longius proceſſerit, breviſſimo tempore obſcuratio fiat maxima. Neque ego dubito, quin ſi hæc ad calculos revocentur, totus ille obſcurationis curſus cognoſci facile poſſit, qualis ſit; quamque initio lentus eſſe debeat, poſt deinde quam celer. Habes, Varene ſuaviſſime, quod te maxime ſcire velle ſcripſiſti, quibus me rebus per hos menſes ſublevaverim.

Quid noſtræ facerent ingrata per otia Muſæ?

Iſta me recrearunt, vel certe a moleſtiis abduxerunt.

At, inquies, quid tandem de lemmate? Nam & de hoc aves ſcire, & quod valde miror, id me poſſe explicare putas, quod tibi Nevtonus non ſatis videtur explicaviſſe; quaſi vero mathematicus magnus aliquis ego ſim, ac non is potius, quem mediocris quiſque facile vincat. Tamen, ut morem geram, id ad te ſcribam, quod mihi nuper ſuper ea re in mentem venit. Id ſi tu paulo attentius conſideraveris, ſpero fore, ut illum Nevtoni locum per te ipſe facile intelligas; commentatorum diligentiam non requiras. Neque mathematicum agere recuſabo, quo intelligas me nihil non tua cauſa poſſe facere. Sed primum dubitationem tuam vide, an ſim ipſe plane aſſecutus.

Nevtonus in nono illorum lemmatum, quæ philoſophiæ univerſæ præpoſuit quibuſque ſe præmunivit ad omnia, hoc

ha-

habet. Si recta AX (*Fig.* 1.) ſecet curvam AZ in A; in ipſo autem ortu anguli XAZ ſumantur abſciſſæ AB, AD, ducanturque ordinatæ BC, DE, erit AB, AD : : BC, DE. Cum id in nono lemmate demonſtraverit; in decimo hoc ponit. Si moveatur corpus vi quavis finita ipſum perpetuo urgente, quomodocumque ea vis variet, erit motus in ipſo initio uniformiter acceleratus. Idque ſic demonſtrat. Quomodocumque variet vis illa, quæ corpus urget, & motum facit, poterunt utique in recta AX ſumi abſciſſæ AB, AD &c. quæ exprimant tempora; hiſque abſciſſis applicari ordinatæ BC, DE &c., quæ exprimant velocitates; eoque modo efficietur curva AZ, diſcedens procul dubio a puncto A; abſciſſæque AB, AD, & ordinatæ BC, DE ſumtæ in ipſo ortu anguli XAZ, expriment tempora & velocitates, quæ erunt in ipſo motus initio; atqui in ipſo ortu anguli XAZ eſt AB, AD : : BC, DE; (id quippe demonſtratum eſt in nono lemmate) ergo etiam in ipſo initio motus erunt tempora proportionalia velocitatibus, eritque initialis ille motus uniformiter acceleratus. Huc tibi ſcilicet ſpectare videtur demonſtratio, qua Nevtonus utitur ad lemma decimum probandum; neque ego repugno.

Tu autem hic hæres, neque rem tibi demonſtrari vis, de qua, ut video, non dubitas, ſed oſtendi, demonſtrationem ipſam Nevtoni ſatis firmam eſſe; videtur enim tibi illa in eo labi, quod ex nono lemmate aſſumit; ac ſic urges. Demonſtrat quidem Nevtonus in nono lemmate eſſe AB, AD : : BC, DE; ſed ita demonſtrat, ſi curvam AZ recta AX ſecet. Quid ergo, inquis, ſi curvam illam AZ, quam efficio, cujuſque ordinatæ exprimunt velocitates, abſciſſæ tempora, ſi, inquam, curvam illam AZ recta AX minime ſecet, ſed tangat? Niſi id fieri non poſſe oſtendatur, demonſtratio erit manca. Quid quod demonſtratio illa, quam Nevtonus adhibet in nono lemmate, ea eſt, quam facile accommodes ad curvam AZ, ſi ſit hæc convexa ad axem AX; non facile, ſi ſit concava. Hæc nempe dubitatio tua eſt, quam ſtatim, ut ſpero, diſſolves, ſi illa pauliſper conſideraveris, quæ ſtatim exſequar. Quo loco ſi preſſius dixero & anguſtius, quam ſoleo; noſti mathematicorum morem, quibus res curæ ſunt, non oratio. Ceterum naſcentes illas quantitates atque evaneſcentes, quas multi Nevtonum complexi ambitioſius ad-

hi-

hibent, in infiniteſimas vertam, quarum ratio meo judicio minus habet obſcuritatis, ideoque eſt etiam communior. Sed jam ad propoſitum venio.

Diſcedant ab eodem puncto A (*Fig.* 2. 3. 4. 5.) recta AX, & curva AZ; ſumtaque abſciſſa infiniteſima AB, ducatur ordinata BC. Sic jam pono. Si recta AX tangit curvam AZ in A, ut in Fig. 2., erit BC infinite minor, quam AB. Si recta AX ſecat curvam AZ perpendiculariter in A, ut in Fig. 3., erit BC infinite major, quam AB. Hæc duo, quæ te profecto non fugiunt, tertium illud monent. Si recta AX oblique ſecet curvam AZ in A, ſive curva ſit convexa ad partem AX, ut in Fig. 4., ſive concava, ut in Fig. 5., erunt BC & AB ejuſdem ordinis. Id quod oſtendi poteſt etiam ad hunc modum. Ducatur per A tangens A*u*, quæ ſecet BC in *u*. Hic cum anguli in triangulo AB*u* aſſignabiles ſint omnes, latera quoque omnia ejuſdem erunt ordinis. Erunt ergo ejuſdem ordinis B*u* & AB. Atqui facile conſtat, C*u* eſſe infiniteſimam, ſi cum B*u* comparetur, ideoque poſſe BC, & B*u* confundi; erunt ergo BC & AB ejuſdem ordinis.

Ac jam nonum Nevtoni lemma habes expeditiſſimum. Sumta enim abſciſſa alia infiniteſima AD, ductaque ordinata DE, quam tangens A*u* ſecet in *t*, ſtatim patet eſſe AB, AD :: B*u*, D*t*. Cum ergo B*u* cum BC, & pariter D*t* cum DE, confundi poſſint, erit etiam AB, AD :: BC, DE. Nihilque intererit, utrum curva AZ convexa ſit ad partem AX, an concava.

Ex his porro ad decimum lemma facilis erit aditus, ſi duo prius conſiderentur, quæ ſic explico. Diſcedentibus, ut ſupra poſui, ab eodem puncto A tum recta AX, tum curva AZ, dividatur recta AX (*Fig.* 6. 7.) in infinitas partes, eaſque inter ſe æquales AB, BD, DF, FH &c., ductiſque ordinatis BC, DE, FG, HI &c. notentur deinceps ordinatarum differentiæ BC, NE, OG, PI &c. His factis duo animadvertes.

Primum eſt illud. Si recta AX oblique ſecet curvam AZ, differentiæ ordinatarum erunt omnes ejuſdem ordinis; non autem ſint omnes ejuſdem ordinis, ſi recta AX aut tangat curvam AZ, aut ſecet perpendiculariter. Id facile ex his, quæ ſupra diximus, colliges. Etenim ſi recta AX oblique ſecat curvam AZ, erit utique, ut ſupra oſtendimus, BC ejuſdem ordinis atque AB; & pari ratione erit PI ejuſdem ordi-

dinis, ac GP. Quare cum ſint AB & GP, uti manifeſtum eſt, æquales, erunt differentiæ duæ BC, PI ejuſdem ordinis. Quod ſi recta AX aut tangat curvam AZ, aut perpendiculariter ſecet; differentias BC & PI nequaquam eſſe ejuſdem ordinis, vel ex eo colliges, quod, ſi primum accidat, erit, ut ſupra docuimus, BC infinite minor, quam AB; ſi alterum, infinite major. Ratum ergo fixumque ſit illud. Si differentiæ ordinatarum ſunt omnes ejuſdem ordinis, recta AX oblique ſecat curvam AZ.

Secundum eſt illud. Moveatur corpus vi quavis ipſum perpetuo urgente. Abſciſſæ in recta AX exprimant tempora, quibus corpus movetur; ordinatæ vero ad curvam AZ exprimant velocitates illis temporibus acquiſitas. Particulæ ſane illæ, quas ſupra poſui, AB, BD, DF, FH &c. exprimentt tempuſcula æqualia; differentiæ vero BC, NE, OG, PI &c. exprimentt velocitates, quas deinceps in tempuſculis ſingulis vis parit, & corpori addit. Unde ſane ſequitur, ut eædem differentiæ exprimant etiam vires, quæ in ſingulis tempuſculis corpus urgent; ſunt enim hæ vires proportionales velocitatibus, quas in ſingulis tempuſculis pariunt.

His animadverſis nihil negotii erit decimum Nevtoni lemma oſtendere, ſi illa ipſa demonſtratio, quam Nevtonus affert, inflectatur non nihil, & ad infiniteſimorum rationem convertatur. Id ſcilicet per te ipſe intelliges ad Nevtonum te referens; ego in præſens rem perſequar, quæſtionemque conficiam ad hunc modum. Si vis corpus urgens perpetuo finita eſt, ut in decimo illo lemmate ponitur, oportet ſane, vires, quæ in ſingulis tempuſculis corpus urgent, finitas omnes eſſe, ideoque eſſe omnes ejuſdem ordinis; ac ſi ita eſt, oportebit etiam differentias ordinatarum, quippe quæ has vires exprimunt, ipſas quoque ejuſdem omnes eſſe ordinis; ac ſi ita eſt, fieri non poterit, quin recta AX curvam AZ oblique ſecet. Quod demonſtrari tibi, Varene, cupiebas; ac niſi demonſtraretur, infirma tibi Nevtoni ratio & manca videbatur.

Sed rem perſequamur, diſputationemque hanc totam ad exitum perducamus. Si vis corpus urgens perpetuo finita ſit, abſciſſæque in recta AX exprimant tempora, ordinatæ ad curvam AZ exprimant velocitates, oportebit, ut modo dixi, ut recta AX oblique ſecet curvam AZ. Igitur, ut illuc re-

revertar, unde initium diſputatio duxit, & ad Figuram primam me referam, ſi abſciſſæ duæ ſumantur infiniteſimæ AB, AD, ducanturque ordinatæ BC, DE; erit utique AB, AD :: BC, DE; erunt ergo tempora in illo initio motus proportionalia velocitatibus, eritque initialis ille motus uniformiter acceleratus.

Hæc habui de lemmate quæ ad te ſcriberem. Quid valeant, & quanti facienda ſint, tuum judicium erit. Illud certe tenebis, de quo tamen dubitare te non video, cujuſvis corporis motum in initio quidem atque ortu ſuo eſſe uniformiter acceleratum, ſi vis modo, quæ corpus continenter urget, ubique finita ſit; nam ſi quo in loco aut infiniteſima vis ſit, aut infinita, corpus autem ex eo loco moveri incipiat, non erit utique initialis ejus motus uniformiter acceleratus. Sed vim talem ullam in natura eſſe negant. Jure fortaſſe. Nam vis attrahens, qualiſcumque tandem fingatur, numquam non ea fingi ſolet, quæ vel longiſſime propagata ubique finita ſit; quod in ſole, & planetis apparet, quibus ea vis tribuitur, quæ vix tandem infiniteſima evadat, ubi ſeſe ad ſpatia produxerit infinita. Si quod ergo corpus ex eo ſpatio decidat, ubi vis attrahens finita ſit, oportebit id ſane initialem motum habere uniformiter acceleratum. Neque id minus in elaſtris accidit, quorum ratio eſſet obſcurior, niſi Bernullius & Camuſius, magni homines, lumen attuliſſent. Elaſtrum quippe quocumque in conſtrictionis ſtatu detineatur, vim facit omnino finitam, quare ſi ſe explicet, objectumque ſibi globum continenter pellat, oportebit, hunc quoque, ut qui finita ſemper vi pellitur, in ipſo motus initio uniformiter accelerari. Quod cum Camuſius olim aſſumeret, neque demonſtraret, veritum me eſſe memini, ne id mathematicus præſtans aſſumeret, quod demonſtrandum eſſet potius, quam aſſumendum; dubitationemque illam meam, cum de elaſtris neſcio quæ ſcriberem, declaravi. Poſtea intellexi, non Camuſium ſine cauſa affirmaſſe; me potius plus, quam oportebat, dubitaviſſe. Hæc dico, ut ſi, quæ olim de elaſtris ſcripſi, in manus tuas venerint, ne a præſenti opinione te abducant; quamquam non mei ſed tui judicii te eſſe volo. Novi ingenium tuum. Vale, mi Torquate; ac ſi epiſtolam longiorem habes, quam aut tu exſpectabas, aut opus erat, ſcito, me, illam dum ſcriberem, non tam de

re-

rebus ipſis diſserere voluiſse, quam te alloqui, amoremque erga te meum ſignificare; quod cum agerem, epiſtola mihi nulla ſatis longa videri poterat. Etiam vale. IV. Id. Novembres. MDCCLXIII.

Obſignata nondum epiſtola ecce tibi tuæ litteræ amoris pleniſſimæ, quibus me ad quæſtiones mathematicas revocas. Obſequar; invitus, fateor; non enim, credo, id vetas; ſed tamen obſequar; eaque ad te ſcribam, quæ mihi alias in mentem veniſſe memini, cum hæc eadem, de quibus nunc quæris, forte mecum ipſe pervolverem. Idque ſtatim faciam, ut ſi quid erravero, minus me pudeat feſtinantem erraviſſe. Ceterum de rebus omnibus pro ingenio tuo judicabis.

Duo ſcilicet ex me petis. Primum, ut theorema vulgatiſſimum tibi in hyperbola commodius explicem, quam explicari paſſim ſolet; nam cum plerique illud idem demonſtrent, & in ellipſi, & in hyperbola; demonſtrationem in ellipſi adhibent haud facilem, in hyperbola difficiliorem. Cur, inquis, non in hac faciliorem reperire ſtudent, aſymptotorum commoditate uſi, ut ſæpe Hoſpitalius? Theorema autem, de quo laboras, eſt hoc. Parallelogrammum, quod fit e binis quibuſque diametris conjugatis, eſt magnitudinis conſtantis. Vide igitur, an id tibi ſatis commode demonſtrari in hyperbola videatur, ſi demonſtretur ad hunc modum.

Sit hyperbola AB, (*Fig.* 8.) cujus centrum C, aſymptoti CD, CE. Fac, ductam eſſe a centro C ad quodvis hyperbolæ punctum B rectam lineam CB, eamque puta productam eſſe ad partem alteram uſque in M, ut ſint CM & CB æquales. Erit videlicet MB una ex infinitis illis diametris, quas hyperbola recipit. Duc jam per punctum hyperbolæ B tangentem DE, quæ ſecet aſymptotum CD in D, aſymptotum CE in E. Quo loco, ſi vel leviſſime attenderis, ſtatim intelliges, rectam lineam DE bifariam dividi in puncto B. Jam vero ſi a centro C duxeris lineam aliam rectam CF, æqualem, & parallelam lineæ BD, eamdemque CF produxeris ad partem alteram uſque in N, ut ſint CN & CF æquales; erit videlicet linea NF illa ipſa, quam vocant diametrum conjugatam diametri MB. Propoſitis ergo duabus diametris conjugatis MB, NF, demonſtrandum eſt, parallelogrammum, quod ex his fit, magnitudinis conſtantis eſſe.

Antequam id demonſtro, ducatur recta linea FD. Ducatur etiam recta linea FB, quæ ſane ſecabit rectam CD in aliquo puncto V. His factis demonſtrationem expedio ad hunc modum.

Cum ſint duæ rectæ lineæ CF, BD æquales inter ſe, ut ſupra poſuimus, & parallelæ; oportet ſane figuram totam CBDF eſſe parallelogrammum; neque minus liquet, diagonales ejus duas CD, FB interſecare ſe mutuo bifariam in V. Jam vero cum recta VB bifariam ſecet lineas duas CD, ED, dubitari non poteſt, quin ea ſit parallela aſymptoto CE. Erit ergo parallelogrammum, quod fit ex abſciſſa CV, & ordinata VB, ut ipſa hyperbolæ natura fert, magnitudinis conſtantis. Ergo magnitudinis conſtantis erit etiam triangulum CVB, quod illius parallelogrammi dimidium eſt. Atqui hoc triangulum eſt quarta pars parallelogrammi CBDF, & parallelogrammum CBDF eſt quarta pars parallelogrammi totius, quod fit ex diametris conjugatis MB, NF. Ergo parallelogrammum, quod fit ex diametris conjugatis MB, NF, erit magnitudinis conſtantis, quod oſtendere oportebat. Quæ ſi vera modo ſunt, nihil mihi videtur dici poſſe commodius.

Duarum rerum, de quibus ex me quæris, ad primam adhuc reſpondi. Ad quæſtionem alteram nunc venio, in qua erit mihi paulo latius diſſerendum; eſt enim ipſa implicatior, ac vereor ne in metaphyſicorum ſubtilitates incurrat; in quibus difficile perſæpe eſt illa etiam, quæ perſpicue intelliguntur, perſpicue dicere. Primum, quod ipſe quæris, exponam, ut videas, an id ſatis animo apprehenderim; deinde quæ mihi olim ſuper ea re ſententia fuerit, declarabo: dico olim: nam quæ nunc ſit, cum ab illa cogitatione tamdiu abſim, vix audeo dicere.

Tu ſcilicet hæc ponis. Punctum C (*Fig. 9.*) trahat ad ſe corpus poſitum in A; idque ſibi relictum cadat libere ex A per rectam lineam AC. Non eſt dubium, quin id corpus, ubi cadendo attigerit punctum infimum, quod idem eſt ac C, concepto impetu progrediatur ultro, feraturque in T. Id nempe certiſſime conſtat, mechanicis phyſiciſque omnibus conſentientibus.

Rurſus punctum C (*Fig. 10.*) trahat ad ſe corpus poſitum in A; idque diſcedens a puncto A pellatur vi alia quapiam, projiciaturque ſecundum directionem AX, perpendicu-

larem

larem lineæ rectæ AC; ita quidem, ut percurrere debeat ellipſim ADP, cui focus ſit punctum C. Non eſt dubium, quin id corpus, ubi cadendo attigerit punctum infimum, puta P, debeat ſtatim regredi per alteram ellipſeos partem PEA. In quo pariter mechanicos phyſicoſque omnes habemus conſentientes.

Atque hæc quidem, quæ dicuntur de corpore labente per ellipſim ADP, æque valent, quantumcumque ellipſeos latitudo minuatur. Etenim quanto minor erit vis illa, qua corpus projicitur ſecundum directionem AX, tanto erit minor latitudo ellipſeos, tantoque magis accedet punctum infimum P ad punctum C. Ac cum infinitæ poni poſſint ellipſeos latitudines, aliæ aliis minores; illud tamen perpetuum in omnibus & conſtans eſt, ut, ubi corpus attigerit punctum infimum P, regredi ſtatim debeat.

Nihilque eſt, cur non idem accidere debeat, etiamſi ellipſeos latitudo ponatur infinite parva, punctumque infimum P infinite proximum ponatur puncto C. Cur enim quod conſtans eſt, nec umquam fallit, in latitudinibus aliis omnibus quamlibet parvis, id ſubito intereat in infinite parva? Non id ſane patitur vulgatiſſima illa continuitatis lex, qua nihil hodie eſt illuſtrius. Illud ergo ratum manet, corpus cadens per ellipſim ADP, etiamſi ſit ellipſeos latitudo infinite parva, ubi tamen attigerit punctum infimum P, ſive C, debere ſtatim regredi.

Hic vero dubitatio tibi oritur juſta nec levis. Dicitur corpus, ſi per lineam rectam decidat, ubi punctum infimum attigerit, debere ulterius progredi. Rurſum dicitur, corpus, ſi per ellipſim decidat, cujus latitudo ſit infinite parva, ubi punctum infimum attigerit, debere regredi. Quid ergo? An non ellipſis, cujus latitudo ſit infinite parva, pro linea recta ſumi poteſt? An non contra linea recta pro ellipſi? Quid eſt igitur, quod aliud dicatur accidere corpori, ſi per lineam rectam cadat; aliud, ſi cadat per ellipſim latitudinis infiniteſimæ: in illa debere progredi, ubi ad infimum locum venerit; in hac regredi? Hæc te ſcilicet, Varene mi, torquet dubitatio.

Si quid memoria teneo, non hæc nunc primum invehitur quæſtio. Alios me olim audiviſſe memini, legiſſe etiam nonnullos, qui hac eadem de re docte admodum copioſeque diſſererent. Quamquam ii, ut verum fatear, nihil mihi niſi *παράδοξα* proponere videbantur, ne dicam *ἀδύνατα*. Neque tamen, quod ego maxime voluiſſem, explicare curabant, quemadmodum & qua

qua vi projici corpus debeat, ut ellipſim percurrat latitudinis infinite parvæ. De quo, ut video, ne tu quidem laboras. Id nempe ſumis; eoque ſumto in aliud ζήτημα incidiſti, de quo quid ſentiam, me rogas. Idem ſumam ego quoque, neque illud mihi quærendum eſſe exiſtimabo, de quo ipſe non quæris. Ea igitur ad te ſcribam, quæ mihi alias, cum in hac dubitatione verſarer, in mentem veniſſe memini; quibus ſi non aſſentieris, haud ægre feram; vix enim, dum eadem repeto, aſſentior mihi ipſe. Exordium hinc ducam.

Quoniam, an progredi corpus debeat, ubi deſcendendo punctum infimum attigerit, an regredi, quæſtio eſt; illud mihi ante omnia quærendum eſſe videtur, quid cauſæ ſit, cur corpus, ſi cadat per lineam rectam, ubi pervenerit ad punctum infimum, ulterius progrediatur; regrediatur vero, ſi cadat per ellipſim; atque hic ellipſim eam pono, cujus latitudo ſit non infinite parva, ſed aſſignabilis. Si enim progreſſionis regreſſioniſque cauſa in his cognoſcatur, cetera fortaſſe facilius intelligentur.

Ego autem ſic exiſtimo, omnem progrediendi, regrediendive cauſam ex ea directione petendam eſſe, quam corpus habet, dum punctum infimum attingit; ſi enim attingens punctum infimum C, ut in fig. 9., directionem habet ſecundum rectam AT, ſive CT; nihil eſt ſane, cur concepto impetu non progredi ulterius debeat, ac pergere in T. Sin autem attingens punctum infimum P, ut in fig. 10., directionem habet ſecundum rectam PZ, perpendicularem rectæ AC, ſive AP; non eſt dubium, quin, cum trahatur a puncto C, deflectere ad eam partem debeat, & regredi.

Atqui manifeſtum eſt, ſi cadat corpus per lineam rectam AC (*Fig.* 9.) habere ipſum, dum pervenit in C, directionem ſecundum rectam AC, ſive CT. Neque minus manifeſtum eſt, ſi cadat per ellipſim ADP, (*Fig.* 10.) habere ipſum, dum pervenit in P, directionem ſecundum rectam PZ, perpendicularem rectæ AC, ſive AP. Id ergo cauſæ eſt, cur cadens corpus per lineam rectam debeat progredi, cadens per ellipſim regredi. Neque vero dubitari poteſt, quin corpus perveniens in P directionem habeat, uti diximus, ſecundum rectam PZ; quippe ſe vertens per ellipſim directionem ubique habet ſecundum tangentem ejus puncti, in quo eſt; eſt autem PZ procul dubio tangens puncti P.

Quæ cum ita ſint, quis eſt quin videat, nihil horum,

quæ

quæ de corpore per ellipſim cadente dicta ſunt, mutari oportere, etiamſi ellipſeos latitudo magis magiſque minuatur, ac tandem fiat infinite parva? Fac enim, ſi vis, latitudinem ellipſeos eſſe infinite parvam. Corpus tamen per eam cadens habebit ſine dubio in puncto A directionem AX, quam deinceps in alias mutabit atque alias, uſque dum perveniat ad punctum P, & directionem acquirat PZ. Cum ergo directione illa fiat, ut regredi corpus debeat; regredietur, vel ſi ſit ellipſeos latitudo infinite parva.

Habes, Varene, quæ me jamdudum adduxerint, ut duas ſimul ſententias poni poſſe exiſtimaverim: debere corpus cadens, ubi punctum infimum attigerit, ulterius progredi, ſi per lineam rectam decidat; idemque debere regredi, ſi decidat per ellipſim, cui ſit latitudo infinite parva. Neque intelligere ſatis poſſum, quid hæc duo inter ſe pugnent, ut tibi eſt creditum.

Quid? inquies. Quod corpori accidit per lineam rectam cadenti, non idem ei accidat, ſi per ellipſim cadat, cujus latitudo ſit infinite parva? Quid, quæſo, intereſt inter hujuſmodi ellipſim, & lineam rectam? An non altera converti in alteram & ſemper & jure poteſt?

Reſpondeo, niſi id rite & ratione fiat, nihil eſſe converſione iſta periculoſius, multoſque hinc errores manaſſe, a quibus ſcriptores vel probatiſſimi non ſemper abſtinuerint; ut mihi minus ſuccenſeam, qui & ipſe, non enim diffiteor, eamdem ob cauſam interdum peccaverim. Id facile ſenties aut mea, aut illorum ſcripta pervolvens.

At, inquies, cum alias ſæpe liceat ellipſim eam, cui latitudo ſit infinite parva, in lineam rectam convertere, quid eſt, cur hoc loco non liceat? Quid id impedit?

Id ipſum, inquam, quod ſupra monui. Nam ſi id agatur, quod ex ellipſeos latitudine pendeat, facile crediderim, poſſe ellipſim, latitudine ejus in infinitum imminuta, in lineam rectam converti, perindeque haberi, ac ſi latitudo eſſet prorſus nulla; ac tum pro nullo illud etiam habebitur, quod ex latitudine pendet. Atqui hic de regreſſu corporis agitur per ellipſim cadentis, qui regreſſus ex ellipſeos latitudine, ut modo dixi, nihil pendet: pendet ex directione, quam habet corpus, ubi infimum punctum attigit, quæ directio eadem manet, & perpetua eſt in ellipſi quavis, vel ſi ſit ellipſeos latitudo infinite parva. Non ergo licet hujuſmodi ellipſim in lineam rectam convertere, eique di-

directionem illam adimere, quam adhuc ſervat, & a qua pendent omnia.

An putas, ſi id agatur, quod ex magnitudine anguli cujuſpiam pendeat, minuantur autem magis, magiſque anguli latera, ac fiant tandem infinite parva; an putas, inquam, ea, cum ſint infinite parva, haberi poſſe pro nihilo? Minime vero: ut ſint enim infinite parva, ſunt tamen aliqua; eademque manet anguli magnitudo; qui angulus imminutis lateribus nihil minuitur; neque tollitur, niſi cum latera, aut ambo, aut unum, tolluntur penitus; ac tum angulus ex aſſignabili repente fit nullus. Eodem modo, ſi de regreſſu corporis agatur per ellipſim quampiam cadentis; minuatur autem magis magiſque ellipſeos latitudo, ac fiat tandem infinite parva; non hanc continuo oportebit pro nulla habere, & ellipſim in lineam rectam convertere: ut ſit enim ellipſeos latitudo infinite parva, eſt tamen aliqua; eademque permanet puncti infimi directio, a qua omnis quæſtio pendet.

Neque illos audire te velim, qui dictitant, ellipſim quamlibet, ſi latitudo ejus magis magiſque minuatur, in veriſſimam lineam rectam tandem deſinere; eſſeque ellipſim ultimam nihil aliud, niſi lineam quamdam rectam. Hique quidquid in lineam rectam cadit, ad ellipſim ultimam transferunt.

Quibus aſſentirer, ſi mihi perſuaderent, poſſe magnitudinem quampiam, ex eo quod magis magiſque minuatur, in nihilum tandem plane verti; nam niſi ellipſeos latitudo in nihilum plane vertatur, verti ellipſis in veriſſimam lineam rectam non poteſt. Sed aliud eſt rem minuere, aliud in nihilum plane vertere. Qui ergo ellipſim ultimam proferunt, in eaque inſiſtunt, mihi explicent velim, quid illud ſit, quod ellipſim ultimam vocant; neque enim obſcurius quidquam eſſe arbitror, quam magnitudines iſtas ultimas, quas geometria vetus ignoraſſe dicitur, quibuſque ſe uti nolle profitentur omnes; illi etiam, qui utuntur. Itaque (dicam enim quod ſentio) evaneſcentium iſta ac naſcentium quantitatum methodus numquam non mihi durior viſa eſt; ac valde vereor, ne uſu magis quam ratione fiat, ut Nevtonianis hiſce noſtris mollior videatur. Hæc me perſpicue ſatis ſcripſiſſe confido, quia ad te ſcripſi; ceterum nihil umquam ſcripſi properantius. Tu quid de his judicaveris, ad me ſcribes; judicabis autem, ut voles. Vale, Varene ſuaviſſime, meque, ut facis, ama.

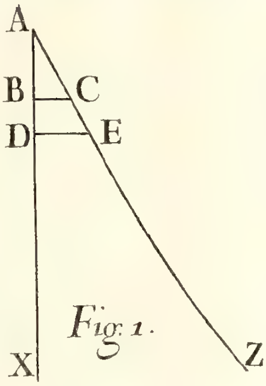


Fig. 1.

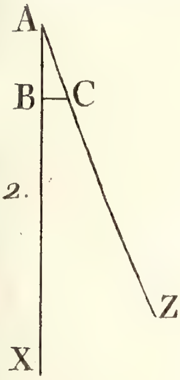


Fig. 2.

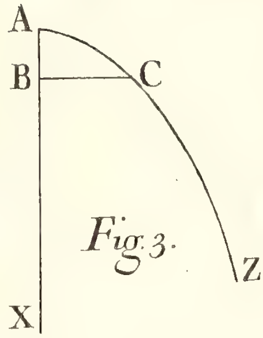


Fig. 3.

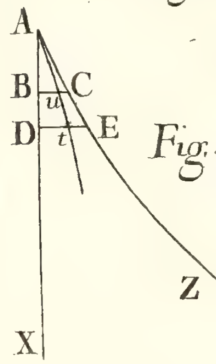


Fig. 4.

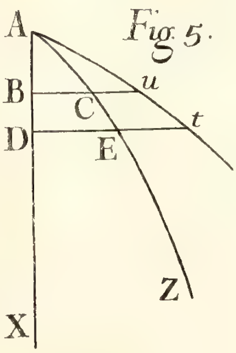


Fig. 5.

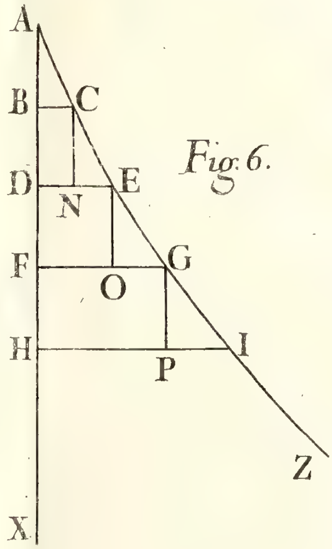


Fig. 6.

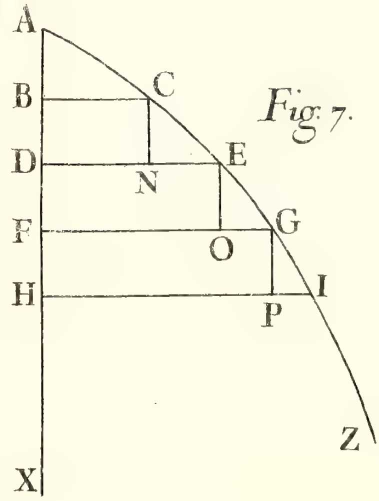


Fig. 7.



Fig. 9.

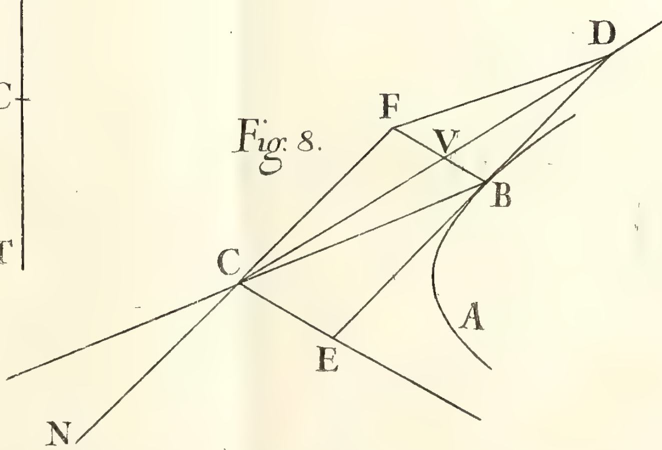


Fig. 8.

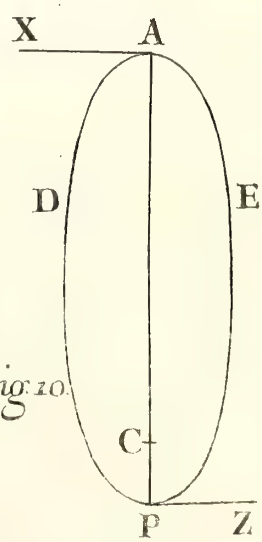


Fig. 10.

INDEX
TITULORUM,
Quibus commentarii diviſi fuerunt.

PRÆFATIO. 1.
AD NATURÆ HISTORIAM SPECTANTIA. 10.
CHYMICA. 56.
MEDICA. 60.
PHYSICA. 93.
ARITHMETICA. 130.
GEOMETRICA. 152.
AD REM MUSICAM SPECTANTIA. 160.
MECHANICA. 171.
ASTRONOMICA. 209.

HIS ACCEDIT

VINCENTII RICCATI AD FRANCISCUM MARIAM ZANOTTUM EPISTOLA. 219.

INDEX OPUSCULORUM.

BAſſi Ferdinandi. *De Ambroſina novo plantæ genere.* 82.
De Bononienſi Phytotypolito. 141.
Beccarii Jacobi Bartholomæi. *De lacte.* 1.
Bibienæ Franciſci. *Spicilegium de bombyce.* 9.
Boſcovick Rogerii Joſephi. *De recentibus compertis pertinentibus ad perficiendam Dioptricam.* 169.
Friſii Paulli. *De motu orbium Planetarum.* 291.
De acceleratione & retardatione motus Planetarum. 309.
Galeatii Guſmani. *De Renum morbis.* 249.
Laghii Thomæ. *Hiſtoria Epidemicæ conſtitutionis, in qua Parotides ſeroſo glutine tumentes redduntur, cum peculiaribus ſymptomatibus, quæque conſtitutio ineunte anno 1753 Bononiæ contigit.* 117.
Menghini Vincentii. *De aquarum vi in calculis diſſolvendis.* 261.
In idem argumentum. 269.
Molinellii Petri Paulli. *De gravium corporum deſcenſu in aqua.* 280.
Monti Cajetani. *De Ammanniæ herbæ paluſtris nova ſpecie.* 109.
De Xylophthori terreſtris prima ſpecie. 333.
Planci Jani. *De inceſſu marinorum echinorum, ac de rebus quibuſdam aliis marinis.* 236.
De Urina Veneta. 275.
Riccati Vincentii. *De termino generali Serierum Recurrentium cum Appendice.* 87.
De motibus liberis & curvilineis corporum projectorum, quæ ſe ſe attrahunt per funem inextenſibilem tranſeuntem per datum punctum. 150.
Zanotti Euſtachii. *De Veneris ac Solis congreſſu.* 126.
Zanotti Franciſci Mariæ. *Epiſtola, in qua primum de luce agitur, tum pauca indicantur de motu initiali.* 349.

IN Boſcovicki & Friſii opuſcula, quod e manu ſcriptis edita ſunt non admodum emendatis, cum auctores longe abeſſent, errores irrepſerunt haud pauci. Hi quemadmodum emendandi ſint, ſequens tabula oſtendet, quam ex his compoſuimus, quæ nos Auctores ipſi, opuſculis jam editis, per literas humaniter monuerunt. Errores, ſi qui ſunt alibi, qui & pauciores erunt, & emendationem habent faciliorem, prætermittimus, ne videamur Lectoris aut æquitati, aut ingenio diligentiæque diffidere.

IN BOSCOVICKI OPUSCULO.

ANte omnia hoc habe. Cum hanc pagellam jam jam ederem, ecce tibi alias Boſcovicki literas, quibus ſignificat ſe maxime velle, ut num. 17, *qui legitur pag.* 175, *ne quid Dollondi gloriæ detractum eſſe videatur, hæc addantur.* Cum hæc ſcriberem, nondum videram Tranſactiones pro anno 1761 impreſſas anno 1762, ubi ex Maskelynii epiſtola conſtat, Dollondum habuiſſe jam tum, adeoque ante Clairautium, formulam pro corrigendo errore figuræ ſphæricæ ſimul cum errore diverſæ refrangibilitatis, quod & Maskelynius per ſe ſe præſtiterat. *Hæc in ipſo initio propriiſque characteribus edi voluimus, ne quem fugiant. Ceteræ emendationes, additioneſve, ſeu mutationes, quas Boſcovickus nos monuit, hæ ſunt.*

pag.	*lin.*			
170	20	deprehendit	*lege*	deprehendit e Snellianis obſervationibus
178	23	altiores potentias		plures dimenſiones
179	5	$\frac{-k}{m^3}$		$\frac{-k^3}{m^2}$
		$\frac{m-1}{m^3}$		$-\frac{m-1}{m^3}$
182	18	ex formula		ex valoribus q, p & formula
183	8	radii a		radii, a
	14	$R^2 m \gamma$		$R^2 M \gamma$
	18	$\varsigma + \sigma$		$\rho + \sigma$
184	20	mf		Mf

pag.	*lin.*			
186	26	$\frac{dr}{r}$	*lege*	$-\frac{dr}{r}$
187	33	54		55
188	30	$2r\delta e^2$		$2r^2\delta e^2$
192	4	$a.c$		$c.a$
194	18	poſitiva		realis
195	2	$=\frac{298}{2542}$		$=-\frac{298}{2542}$
	16	$\frac{1}{n}$		$\frac{1}{h}$
	30	g, a, e		g, a, c
196	13	$3m+1$		$3M+1$
197	16	num. 69		num. 75
	39	$=\frac{rrdm}{f}$		$=-\frac{rrdm}{f}$
199	15	per		quo
201	2	$=$		$=-$
206	11	eMm		CMm
	15	M' E A		M E A
208	25	110		.111
211	29	122		123
213	4	$m\alpha \ldots\ldots m\alpha$		$m'\alpha \ldots\ldots m'\alpha$
	18	num. 30		num. 132
216	28	B F H		B H L
217	14	$r=$		ſupplementum $r=$
224	11	accepi : at		accipiat
	12	N E		N O
228	4	$\frac{1}{2}c$		$\frac{1}{2}c'$
	5	$\frac{1}{2}C \ldots\ldots \frac{1}{2}C \ldots\ldots \frac{1}{2}C'$		$\frac{1}{2}C \ldots\ldots \frac{1}{2}c \ldots\ldots \frac{1}{2}c'$
230	10	106		197
233	38	196		201

IN PRIMO FRISII OPUSCULO.

De motu orbium Planetarum.

pag.	*lin.*			
291	27	M T B	*lege*	M T R
292	21	$\pi^2 b x$		$\pi^2 b x d z$
295	6	$\mp 3465 a^7$		$\pm 3465 a^7$
300	13	2599		2594
307	34	G*g*		Q*g*

IN ALTERO FRISII OPUSCULO.

De acceleratione, & retardatione motus Planetarum.

pag.	*lin.*			
317	8	*g*	*lege*	*q*
322		in tota pagina literulæ ϖ & π idem deſignant.		

Vidit

Vidit D. Johannes Maria Vidarius Clericus Regularis S. Paulli, & in Eccleſia Metropolitana Bononiæ Pœnitentiarius pro Eminentiſsimo, ac Reverendiſsimo Domino D. Vincentio Cardinali Malvetio Archiepiſcopo Bononiæ, & S. R. I. Principe.

Die 25 *Junii* 1766.

IMPRIMATUR.

Fr. Joſeph Maria Pettoni Vicarius Generalis Sancti Officii Bononiæ.